

Adaptação do modelo SI de epidemiologia para propagação de informação

Alessandra Sena Quadros, Daniel Gregorio Alfaro, Juliana Vianna Valério

¹Departamento de Ciência da Computação (DCC/IM)
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)
Térreo, Bloco E, CCMN/NCE, Cidade Universitária
Caixa Postal 68.530 – Rio de Janeiro – RJ – Brazil

***Abstract.** This paper presents a mathematical model of contagion that admits that the phenomenon of propagation of information can be modeled mathematically with the same principles as the transmission of diseases.*

***Resumo.** Este artigo apresenta um modelo matemático de contágio que admite que o fenômeno de propagação de informação possa ser modelado matematicamente com os mesmos princípios que a transmissão de doenças.*

1. Introdução

A propagação da informação ocorre em vários momentos e situações da vida. Ao ler o jornal e ouvir rádio, recebemos informes sobre os acontecimentos e estes são exemplos de informações transmitidas que atingem um grande número de pessoas em um curto período de tempo. Assim, podemos comparar espalhamento de ideias à deflagração de uma epidemia, em ambos, os vírus e as notícias, são transmitidos por alguma forma de contato.

Neste contexto social e epidemiológico, surge a motivação para este trabalho, adaptar o modelo SI (Suscetível - Infectado) de epidemiologia a um modelo que descreva a analogia existente entre o espalhamento de ideias e as doenças infecciosas. Usamos o modelo mais simples, pois ele contém apenas dois grupos de indivíduos, com isso apresenta menos constantes que devem ser estimadas via dados retirados da informação que se deseja propagar. Lembrando que um dos desafios para usar os modelos é extrair essas constantes, mesmo quando se tem uma quantidade satisfatória de dados.

Nosso objetivo é fazer uma breve análise matemática com o modelo; analisar a dinâmica do espalhamento de ideias numa população por meio das simulações numéricas e computacionais; examinar os resultados numéricos e interpretar suas implicações com as soluções analíticas encontradas para o modelo e observar as conclusões obtidas e associar a sua utilização no modelo matemático para propagação da informação.

2. Modelo SI para propagação de informação

O modelo SI de epidemiologia foi escolhido para ser adaptado para um modelo de propagação de informação. A população total (N) é dividida em suscetíveis (S) e infectados (I). Os indivíduos que não ouviram a informação ou não a usam de forma ativa são, portanto, suscetíveis de serem informados e de se tornarem sujeitos ativos. Infectados são os indivíduos que possuem a informação e que de forma ativa estão espalhando a notícia.

O comportamento dinâmico do processo de transmissão de informação acontece quando uma pessoa suscetível encontra um infectado (Princípio da ação de massa), que é transformado em um novo infectado com probabilidade $\beta(\beta > 0)$. Os infectados têm "morte" induzida pela informação, ou seja, devido a um processo de esquecimento porque a informação perdeu o seu valor de notícia com constante de proporcionalidade $\phi(\phi > 0)$.

Os indivíduos removidos de cada classe por "morte natural", ou seja, devido a um processo de esquecimento natural da informação, ou por exemplo, o cancelamento da conta em uma das mídias sociais se o meio de propagação da informação for a mídia social, com taxa proporcional ao tamanho da classe com constante de proporcionalidade $\mu(\mu > 0)$. Existe também um fluxo de entrada de indivíduos suscetíveis na comunidade que representa os "nascimentos" com constante de proporcionalidade $b(b > 0)$. "Nascimentos" podem ocorrer em toda população (suscetíveis e infectados) ou apenas na população de suscetíveis. Analisaremos apenas a segunda opção.

A dinâmica do modelo é representado pelo fluxograma (figura 1):

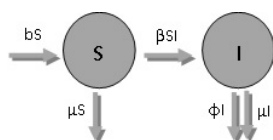


Figure 1. Fluxograma representando o modelo SI com fluxo de entrada diferente do fluxo de saída, onde apenas S contribui para fluxo de entrada.

Ao qual corresponde o seguinte sistema de equações:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI + (b - \mu)S \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - (\phi + \mu)I \quad (2)$$

com condições iniciais $I(0) = I_0$ e $S(0) = S_0$.

Somando-se as equações (1) e (2), obtemos: $\frac{dN}{dt} = bS - \phi I - \mu N$, o que nos mostra que neste modelo a população total não é constante.

Para ocorrer a epidemia, temos que ter um crescimento da quantidade de infectados por tempo, o que significa $\frac{dI}{dt} > 0$. Assim o lado esquerdo da equação (2) torna-se $I(\beta S - \phi - \mu) > 0$, já que $I > 0$ então $\frac{\beta S}{\mu + \phi} > 1$. Esta fração representa o número médio de novas infecções causadas por um indivíduo infectado, durante seu período de infecciosidade. Assim, defina-se um parâmetro, amplamente utilizado nos modelos matemáticos de epidemiologia, para avaliar estratégias de erradicação ou controle de uma doença numa população, o número reprodutivo básico (R_0) [Codeco 2008].

Esta definição foi adaptada para R_0^* , e será definido como o número médio de indivíduos que adotam uma nova ideia, gerado por um único indivíduo infectado por ela e introduzindo numa população inteiramente suscetível à novidade. Para $R_0^* < 1$ tem-se a ausência da informação na população. Quando $R_0^* > 1$ a informação "invade" a população dando origem a sua propagação e para $R_0^* = 1$, pode ocorrer ou não a propagação da informação.

Faremos uma pequena análise matemática que tem o objetivo de prever em tempos futuros como a população se comportará, ou seja, qual dinâmica ela atingirá.

O pontos de equilíbrio $(\widehat{S}, \widehat{I})$, obtidos a partir das equações (1) e (2), tais que $\frac{dS}{dt} = 0$ e $\frac{dI}{dt} = 0$, são: o equilíbrio com extinção da espécie, ou seja, onde não acontece mais a propagação da informação,

$$(\widehat{S}_1, \widehat{I}_1) = (0, 0) \quad (3)$$

esse ponto de equilíbrio é atingido depois de algum tempo, já que a população não pode ser totalmente nula no tempo inicial.

E o equilíbrio endêmico, ou seja, onde há propagação da informação em um espaço limitado e de duração contínua:

$$(\widehat{S}_2, \widehat{I}_2) = \left(\frac{\mu + \phi}{\beta}, \frac{b - \mu}{\beta} \right) \quad (4)$$

desde que $b - \mu > 0$, isto é, $b > \mu$. Se $b < \mu$, será impossível que a população cresça, pois a equação $\frac{dN}{dt}$ será sempre negativa e apenas o equilíbrio com extinção da espécie será possível.

A análise da estabilidade destes equilíbrios serão efetuadas através da linearização do sistema [Boyce and Diprima 1995]. A tabela (1) apresentada a classificação de cada ponto de equilíbrio.

Table 1. : Estabilidade de cada um dos pontos de equilíbrios (3) e (4).

Parâmetro	Equilíbrio	Estabilidade
$b < \mu$	$(\widehat{S}_1, \widehat{I}_1)$	estável
	$(\widehat{S}_2, \widehat{I}_2)$	instável
$b > \mu$	$(\widehat{S}_1, \widehat{I}_1)$	instável
	$(\widehat{S}_2, \widehat{I}_2)$	indeterminado
$b = \mu$	$(\widehat{S}_1, \widehat{I}_1)$	caso degenerativo
	$(\widehat{S}_2, \widehat{I}_2)$	caso completamente degenerativo

Portanto, que se $b < \mu$, o sistema tenderá ao único equilíbrio viável que é o da extinção da espécie. Por outro lado, se $b > \mu$, este equilíbrio é instável e nada podemos concluir a respeito do equilíbrio endêmico. E, para $b = \mu$, um caso degenerativo [Rosa 2009].

3. Resultados

Os resultados encontrados simulam o comportamento da dinâmica de transmissão de informação por meio da propagação de ideias numa população suscetível às novidades. Os dados da rede social podem ser extraídos de uma aplicação criada para uma mídia social. Entretanto, neste trabalho os parâmetros foram gerados de maneira aleatórias.

A simulação funciona da seguinte forma: dada uma topologia de rede, começa-se com um único indivíduo infectado. Os 500 indivíduos restantes estão no estado suscetível.

Em cada unidade de tempo da simulação, o indivíduo que entra em contato com outro têm uma chance de passar de um estado para outro de acordo com a dinâmica do modelo proposto.

Na figura (2), dados os valores de $\beta = 0.003$, $b = 0.02$, $\mu = 0.15$ e $\phi = 0.02$, onde $b < \mu$ e $R_0^* \simeq 8,84$, portanto, ocorre a epidemia, ou seja, acontece a propagação da informação. Pode-se observar que com o passar do tempo, $S(t) \rightarrow 0$ e $I(t) \rightarrow 0$, sem comportamento oscilatório. Portanto, o ponto de equilíbrio com extinção da espécie $(0, 0)$ é estável.

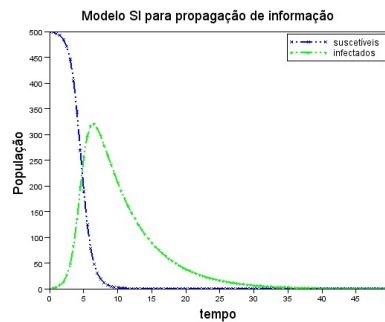


Figure 2. Variação temporal do número de suscetíveis $S(t)$ e do número de infectados $I(t)$, com $b < \mu$.

Este tipo de dinâmica sugere que a informação a ser propagada consegue atingir todos na rede social que foi disseminada e com o passar do tempo perde seu valor de notícia. De forma qualitativa esta dinâmica pode ser vista no gráfico da figura (3) que mostra a vida média de 1000 populares links para cada mídia social, ele mostra quanto tempo um link está "vivo" antes das pessoas pararem de acessá-los ou propagá-los.

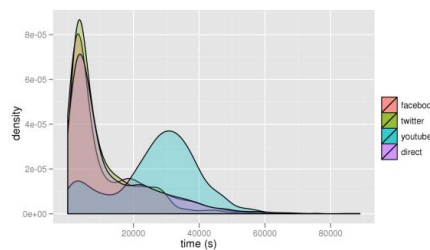


Figure 3. Distribuição da vida média do compartilhamento de links ao longo de quatro tipos diferentes de mídias sociais.

Na figura (4), dados os valores de $\beta = 0.004$, $b = 1.35$, $\mu = 1.22$ e $\phi = 1.15$, onde $b > \mu$ e $R_0^* \simeq 1.06$, portanto, ocorre a epidemia, ou seja, acontece a propagação de informação, observa-se que existe um comportamento periódico. A linearização em torno do ponto de equilíbrio (\hat{S}_2, \hat{I}_2) foi indeterminado (com autovalores imaginários puros).

Este tipo de dinâmica sugere que a informação a ser propagada precise constantemente de difusores para disseminá-las, por exemplo, campanhas como doação de sangue ou de vacinação, que o gráfico da figura (4), de forma qualitativa, pode ser comparado com a dinâmica descrita na figura(3).

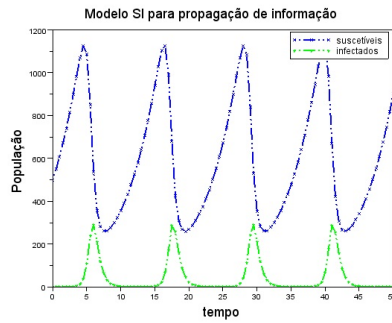


Figure 4. Variação temporal do número de suscetíveis $S(t)$ e do número de infectados $I(t)$, com $b > \mu$.

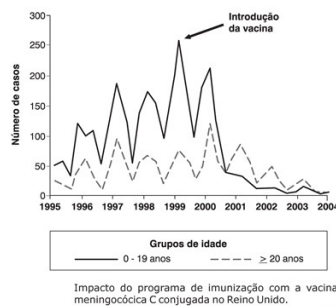


Figure 5. Variação temporal do número de infectados $I(t)$ após uma campanha de vacinação contra a meningite. Gráfico retirado da internet.

Na figura (6), dados os valores $\beta = 0.004$, $b = 0$, $\mu = 0$ e $\phi = 0$, onde $b = \mu$. O comportamento da propagação da informação é influenciado pela proporção de infectados na população. Esta dinâmica recupera o modelo SI de epidemiologia sem dinâmica vital como em [Bubniaková 2007].

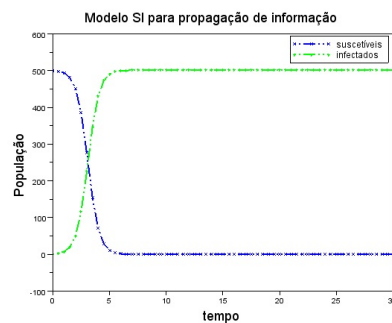


Figure 6. Variação temporal do número de suscetíveis $S(t)$ e do número de infectados $I(t)$, com $b = \mu = \phi = 0$.

Este tipo de dinâmica pode ser visto de forma qualitativa na figura (7) a tendência por busca utilizando facebook (Fonte: Googletrends). Esse número pode aumentar da mesma forma que um vírus se propaga.

Neste artigo apresentamos algumas dinâmicas, mas outras podem ser vistas quando variamos os valores dos parâmetros descritos no sistema de equações (1) e (2).

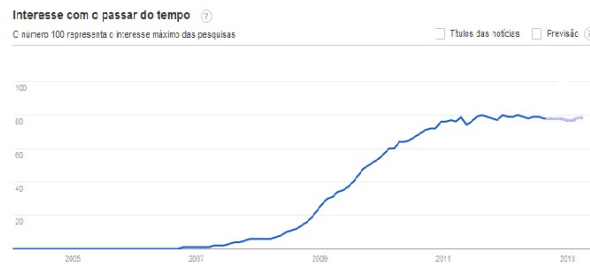


Figure 7. Variação temporal da tendência de busca por facebook

4. Conclusão

Apresentamos um modelo matemático simples que contempla várias dinâmicas e que, por meio da analogia entre o espalhamento de idéias e doenças infecciosas, pode contribuir para compreensão das possíveis dinâmicas que envolvem a propagação de informação.

O modelo apresentado não pretende de forma alguma cobrir todos os tipos de propagação de informação. Também não pretende espelhar quantitativamente todos os fatores relevantes para a dinâmica de qualquer tipo de informação. É apenas uma possível forma de enquadramento dos vários tipos de informação, uma espécie de primeira escolha, a partir da qual se poderão efetuar elaborações adicionais de modo a tornar o modelo mais próximo da realidade qualitativamente.

Acreditamos que este tipo de estudo tem importância significativa para a pesquisa científica e estamos investigando a possibilidade de utilização desse estudo em dados conhecidos, ao qual testaremos e analisaremos a eficiência de sua resposta em termos de coerência com os resultados conhecidos historicamente.

References

- Boyce, W. E. and DiPrima, R. C. (1995). *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Contorno*. Editora Guanabara Koogan S. A.
- Bubniaková, L. (2007). The mathematics of infectious diseases. Master's thesis, Comenius University.
- Codeco, Claudia e Coelho, F. (2008). *Introdução aos modelos de transmissão de doenças infecciosas*. FIOCRUZ.
- Pachi, C. G. d. F. (2006). Modelo matemático para o estudo da propagação de informações por campanhas educativas e rumores. Master's thesis, Faculdade de Medicina da Universidade de São Paulo.
- Rosa, R. M. S. (2009). *Equações Diferenciais*. IM, UFRJ.