

O reino de Aljabar: o desafio da balança: Um Recurso Educacional Digital para favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico

José Aires de Castro Filho¹, Juscileide Braga de Castro¹, Maria de Fátima de Souza¹,
Raquel Santiago Freire¹, Gabriel Marques do Nascimento¹

¹Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem - PROATIVA. Instituto UFC Virtual, Universidade Federal do Ceará. Projeto Mídias Digitais na Educação (MIDE)

{aires, juscileide, fatimasouza, freire}@virtual.ufc.br; bielmn2@gmail.com

Abstract: *This work presents the development process of the Digital Educational Resource (DER) The kingdom of Aljabar: the challenge of the two-plate scale. The DER aims to contribute to the development of algebraic thinking in 4th grade students. Set in an Arab kingdom, the player takes on the role of a sage who will help the Caliph to make the fair distribution of gifts. By using notions of equivalence, relations of equality and inequality on a two-plate scale, students are faced with algebra concepts. The DER was built with HTML5, Javascript and CSS. It is expected that the activities proposed by the DER support teachers to develop strategies for algebraic thinking in the early grades.*

Resumo: *Este trabalho apresenta o processo de desenvolvimento do recurso educacional digital (RED) O reino de Aljabar: o desafio da balança. O RED visa contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental. Ambientado em um reino árabe, o jogador assume o papel de um sábio que irá ajudar o Califa de um reino a fazer a distribuição justa de presentes. Ao utilizar noções de equivalência, relações de igualdade e desigualdade em uma balança de dois pratos, os estudantes se deparam com conceitos da álgebra. O RED foi desenvolvido com HTML5, Javascript e CSS. Espera-se que as atividades propostas pelo RED possam apoiar professores a desenvolver estratégias para o pensamento algébrico nos anos iniciais.*

1. Introdução

A Álgebra tem sido uma área do conhecimento na qual os alunos apresentam dificuldades [Molina 2009]. Algumas das dificuldades podem ter relação com a forma como a Álgebra tem sido trabalhada, focada em fórmulas, procedimentos e modelos pré-estabelecidos [Castro 2016], com foco na simplificação de expressões algébricas, na resolução de equações, na aplicação de regras para manipular símbolos, explorando um elevado nível de abstração [Ponte 2006]. Além disso, até pouco tempo atrás, a Álgebra era ensinada apenas a partir dos anos finais do Ensino Fundamental [Ponte 2006].

Atualmente, a Álgebra está presente como uma Unidade Temática na Base Nacional Comum Curricular (BNCC)¹, incluindo a exploração desta área com estudantes a partir dos 6 anos de idade [Brasil 2017]. Pesquisadores [Castro-Filho, Castro e Freire, 2021; Blanton e

¹ A BNCC é o documento normativo e que serve de base para a construção dos currículos das escolas brasileiras, desde o 1º ano do Ensino Fundamental.

Kaput, 2008; Kieran et al. 2016] argumentam que o trabalho com a Álgebra nos anos iniciais pode ajudar no desenvolvimento do pensamento algébrico. Para Blanton e Kaput [2005, p. 413] o pensamento algébrico é um “processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade”.

De acordo com a BNCC, nos anos iniciais do Ensino Fundamental é preciso explorar a compreensão das relações matemáticas e suas propriedades, do estabelecimento e da observação de padrões em sequências repetitivas e recursivas, além do entendimento das propriedades de igualdade e noções de equivalência [Brasil 2017]. Além dos aspectos algébricos, a BNCC também destaca o uso de Tecnologias Digitais como ferramenta para apoiar a exploração e expressão de conceitos matemáticos.

Pesquisas [Castro-Filho, Castro e Freire 2021; Castro 2016; Freire, 2007] têm mostrado que a Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) podem ajudar no desenvolvimento do pensamento algébrico, possibilitando a exploração e a manipulação dos aspectos simbólicos presentes na Álgebra.

Uma dessas tecnologias são os Recursos Educacionais Digitais (RED) que têm sido utilizados pelo potencial de combinar múltiplas representações e manipulação simbólica bem como situações da vida cotidiana de fantasia em contextos gamificados [Castro 2016; Castro-Filho; Castro e Freire, 2021]. Os RED também têm ganho destaque pelo atual contexto de ensino remoto provocado pela pandemia da COVID-19 [Hodges et. al, 2020].

Nessa perspectiva, o RED “*O reino de Aljabar: o desafio da balança*” foi desenvolvido como uma das ações do Projeto Mídias Digitais na Educação (MIDE), vinculado ao Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem (PROATIVA). Diante disso, o objetivo deste trabalho é apresentar o processo de desenvolvimento deste RED, além de demonstrar estratégias para promoção do desenvolvimento do pensamento algébrico, em especial, as propriedades de igualdade e noções de equivalência.

Este artigo está dividido em quatro seções. A primeira, a introdução, na qual discutem-se problemas que justificam a produção do RED “*O reino de Aljabar: o desafio da balança*”. A seção seguinte relata o processo de desenvolvimento do RED, assim como a linguagem de programação utilizada. Já a terceira seção traz uma descrição detalhada do RED, com informações como: público-alvo, área de conhecimento e habilidades exploradas. Por fim, tem-se as considerações finais, que discute o potencial de aplicação do protótipo na escola e os resultados esperados nesta aplicação.

2. Processo de Elaboração e Desenvolvimento do RED

O RED “*O reino de Aljabar: o desafio da balança*”² foi desenvolvido usando como referência o Balança Interativa [Freire e Castro-Filho, 2006] que tinha como objetivo trabalhar conceitos matemáticos de equação e inequação usando a metáfora de uma balança de dois pratos para representar os conceitos de igualdade (equação) e maior que/menor (inequação). Contudo, sua programação era baseada em *JAVA Applets*, que não possui mais suporte nos navegadores atuais.

Esta foi uma das razões que motivou o desenvolvimento do RED “*O reino de Aljabar: o desafio da balança*” já que com a descontinuidade do JAVA, o acesso à Balança Interativa ficava restrito. Sendo assim, o Grupo PROATIVA realizou um *redesign* do Balança Interativa,

² Disponível em: <https://red-balanca-interativa.netlify.app/>

buscando preservar a metáfora da balança de dois pratos, mas agora incorporando uma narrativa com viés cultural e elementos de gamificação.

A equipe multidisciplinar responsável pela elaboração e desenvolvimento do RED foi composta por pesquisadores, professores da graduação e da pós-graduação, profissionais das áreas de design e de programação, Licenciados em Matemática e graduandos do curso de Sistemas e Mídias Digitais da UFC. A equipe era composta por dois grupos, pedagógico e técnico.

O processo de desenvolvimento adotado pela equipe foi o *Design Thinking* [Chiari 2021]. Esse processo foi escolhido por dois motivos. O primeiro, devido ao fato de ter vários profissionais envolvidos no processo e ser possível acolher o ponto de vista de todos. Já o segundo, diz respeito ao fato de se ter um produto de referência (RED Balança Interativa), entender o problema relacionado às restrições de acesso ao RED e, com base nisso, buscar novos valores e significados para o produto e conseqüentemente, propor soluções.

De acordo com Chiari (2021), o processo de *Design Thinking* pode ser dividido em 4 etapas: imersão, ideação, prototipação e desenvolvimento. Dentro do processo aqui descrito, as etapas foram compreendidas da seguinte forma:

A etapa de imersão consistiu no entendimento do contexto e realidade da RED Balança Interativa. Nesta etapa, foi realizada uma análise para entender os pontos fortes, as fraquezas, as oportunidades e ameaças do produto.

O resultado mostrou que os pontos fortes dizem respeito, dentre outras coisas, à metáfora da balança para tratar os conceitos de igualdade e maior que/menor que relacionados, respectivamente, com a igualdade e desigualdade dos dois lados da balança.

No que se refere aos pontos fracos, foi identificado a ausência de uma narrativa e de elementos claros de gamificação. No âmbito das oportunidades, identificou-se a possibilidade de se trabalhar as competências socioemocionais contempladas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como por exemplo, empatia e cooperação. Tais competências foram usadas pelo personagem central do RED, Califa *Al_Mansur*, para presentear seus súditos pela dedicação ao califado. Ainda com relação às oportunidades, observou-se que pensar em modos de jogo diferenciados (livre e sequenciado) poderiam auxiliar os docentes no planejamento de suas estratégias didáticas.

Por fim, as possíveis ameaças identificadas, estavam atreladas aos *feedbacks* relacionados à mecânica do jogo, que poderiam minimizar seu potencial de utilização caso não fornecesse o suporte necessário ao jogador. Feitas essas identificações, segue-se para a segunda etapa, denominada de ideação.

A etapa de ideação só inicia após a conclusão da etapa de imersão, que busca mapear os pontos que precisam de solução. De posse desses pontos, o grupo pedagógico se reuniu para juntos realizarem um *brainstorming*, para produzir ideias e gerar *insights*. Nesta etapa, desenvolve-se o documento *storyboard*. Neste documento, são descritas a sequência de atividades, com apresentação de imagens e ações, que dão suporte para o desenvolvimento, inicialmente, do protótipo do RED. Finalizada a segunda etapa, dá-se início a etapa de prototipação.

A terceira etapa, de responsabilidade do grupo técnico, consistiu na Prototipação do RED. A ideia de construir, inicialmente, um protótipo decorre da necessidade de identificar possíveis incongruências de navegação e sequenciamento do RED antes de desenvolvê-lo, buscando evitar retrabalho.

Por fim, na quarta e última etapa, foi realizado o desenvolvimento do RED. Nela, o grupo técnico fez uso das informações construídas pelo grupo pedagógico durante as duas primeiras etapas e as utilizou para desenvolver elementos gráficos, de *design*, sonoros, fluidez das interações, além de definir quais ferramentas de programação serão utilizadas. A implementação tem como objetivo a produção de um executável.

No que tange às ferramentas de programação, foram usadas três linguagens principais, sendo estas: HTML5 (marcação), JavaScript (programação) e CSS (estilo). Além do RED, a equipe elaborou um guia de orientação didática e pedagógica³, como forma de apoiar os professores na utilização do RED e no planejamento das atividades nas escolas. A seção 3 apresenta os aspectos pedagógicos do *RED O reino de Aljabar: o desafio da balança*.

3. O RED O reino de Aljabar: o desafio da balança

O RED *O reino de Aljabar: o desafio da balança*⁴ pode ser classificado como um jogo e tem como público-alvo os estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental ou de outros níveis que precisam compreender noções de igualdade e desigualdades, ou seja, propriedades da igualdade. O referido RED prevê o desenvolvimento de habilidades requeridas pela BNCC, em especial, da unidade temática Álgebra, embora também contemple habilidade da Unidade Números (quadro 1)

Objetos do conhecimento	Habilidades de Matemática
Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais	<p>(EF04MA03) Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado.</p> <p>(EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo.</p> <p>(EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo.</p>
Propriedades da igualdade	<p>(EF04MA14) Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos.</p> <p>(EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.</p>

Quadro 1 - Objetos do conhecimento e Habilidades contemplados pelo RED *O reino de Aljabar: o desafio da balança* Fonte: Adaptado de Brasil (2017)

Destaca-se ainda que o RED prevê a exploração de competências específicas da Matemática, tais como:

Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções [Brasil 2017, p. 267].

³ O guia de orientação está disponível em: <https://guia-balanca-interativa.netlify.app/>

⁴ O Link para o vídeo demonstrativo do RED é: <https://youtu.be/8A6tPm1nM98>

A narrativa do jogo acontece em um antigo reino árabe, fictício, governado pelo Califa *Al Mansur*. Conhecido por sua generosidade, ele convidou todos os seus súditos para uma festa, pois queria presentear-los por sua cooperação, responsabilidade, empatia e persistência para com ele e o Reino, mas queria distribuir os presentes em quantidades justas. O jogador assume o papel de um(a) sábio(a) escolhendo um avatar que irá ajudar o Califa a fazer a distribuição justa dos presentes (Figura 1).



Figura 1. Interface do RED *O Reino de Aljabar: o desafio da balança*

Após a escolha do avatar, o estudante escreve seu nome e pode iniciar o jogo, em modo livre ou sequencial. No modo livre, o estudante joga qualquer uma das fases do jogo, enquanto, no modo sequencial, ele terá de jogar as fases iniciando pela fase 1.

A primeira fase (figura 2) consiste em descobrir os pesos das caixas de presentes (letras de A até I) utilizando a balança para comparar os presentes (pesos desconhecidos) com pesos conhecidos que variam de 1 até 9. Através dessa mecânica deve-se chegar a conclusões sobre os valores dos presentes que podem variar seu peso de 1 até 10. A cada vez que os presentes e os pesos são colocados em qualquer um dos pratos, a balança indica a relação entre os dois pratos. Através desta mecânica, o jogador pode realizar comparações de igualdade e desigualdade e encontrar o valor dos presentes.



Figura 2. Primeiro nível do RED *O Reino de Aljabar: o desafio da balança*

O objetivo principal deste nível é possibilitar que os alunos entendam relações entre quantidades. Deve-se estimular os alunos a fazer o nível com uma quantidade menor de

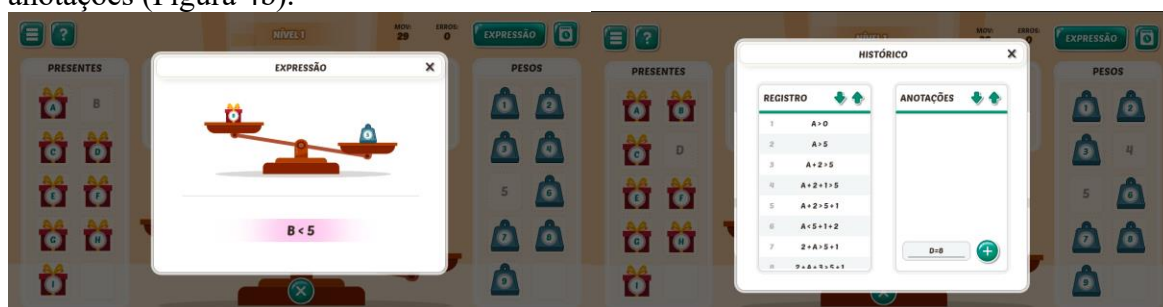
movimentos para que ele comece a desenvolver estratégias que desenvolvem o pensamento algébrico conforme estudos mostrados anteriormente [Freire e Castro-Filho 2006]. O primeiro nível também é importante para que os usuários percebam o funcionamento das mecânicas do jogo, familiarizando-o com as regras gerais e com os locais onde colocar informações e receber *feedback*.

Nos níveis seguintes, 2, 3 e 4 (figura 3), a mecânica é a mesma do nível 1. No entanto, os alunos possuem, respectivamente, 7, 5 e 3 pesos conhecidos. Os presentes com pesos desconhecidos nesses níveis continuam variando de 1 a 10.



Figura 3 - Quarto nível do RED *O Reino de Aljabar*: o desafio da balança

O botão "Expressão" do RED mostra a expressão matemática que corresponde ao estado atual da balança e pode ser usado para explorar as definições de equação e inequação (Figura 4a). Já o botão "Histórico" mostra o registro das expressões matemáticas de todos os movimentos realizados. Além disso, pode ser usado para o estudante fazer suas próprias anotações (Figura 4b).



Figuras 4a e 4b. Interface dos botões "Expressão" e "Histórico" do RED *O Reino de Aljabar*: o desafio da balança

O jogador recebe premiações pelo seu desempenho (número de erros e movimentos) ao final de cada nível. Se completar todos os níveis, há ainda uma premiação extra. Os diversos elementos do jogo têm a função de proporcionar aos jogadores contexto e motivação para a compreensão de conceitos algébricos como equação, igualdade, inequação, desigualdade, comparação e incógnita.

Na próxima seção, discute-se possibilidades de aplicação do protótipo na escola e os resultados esperados desta aplicação.

4. Considerações Finais

O RED *O Reino de Aljabar: o desafio da balança* busca apoiar o desenvolvimento do pensamento algébrico, de forma contextualizada. A narrativa inspira-se em contos da Árabia antiga, como os usados por Malba Tahan. Além disso, o contexto de um reino árabe resgata as origens históricas da Álgebra. Para dar maior dinâmica, elementos de gamificação como metas e recompensas foram incorporados à narrativa.

Dessa forma, o RED *O Reino de Aljabar: o desafio da balança*, busca favorecer formas de se trabalhar o pensamento algébrico por parte dos alunos. Seu uso pode se dar de diversas formas: os alunos podem resolver os desafios individualmente ou em pequenos grupos. Ao final, as soluções encontradas podem ser compartilhadas, em sala de aula, pelos estudantes. Pode-se ainda resolver as situações de forma coletiva usando um projetor multimídia.

Como forma de validar o RED *O Reino de Aljabar: o desafio da balança*, o grupo MIDE/PROATIVA tem realizado formações de professores para o uso de RED, contudo, devido a pandemia o RED não pôde ter sido validado junto ao público-alvo: estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental. A proposta é que os professores elaborem planos de utilização do RED e analisem o seu uso com estudantes. Espera-se que essa utilização auxilie professores e alunos a minimizar as dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem dos conceitos algébricos.

Referências

- Brasil (2017) “Base Nacional Comum Curricular”. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, Brasília, DF: SEB. Disponível em: <basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 24 mar. de 2019.
- Blanton, M.; Kaput, J. (2008). Building district capacity for teacher development in algebraic reasoning. In J. Kaput, D. Carraher, M. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (p. 133–160). New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Castro, J. B. (2016). “Construção do conceito de covariação por estudantes do Ensino Fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais” 2016. 275 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.
- Castro, J. B., Medeiros, M.D., Souza, M.F.C.; Castro-Filho, J.A.; Freitas, F.Y.M.; Sousa, J.S; Rufin, L.L.M. (2020). As Múltiplas Representações como Estratégia para Explorar as Relações Quaternárias do Campo Multiplicativo em um Recurso Educacional Digital Gamificado. *Revista Tecnologias na Educação*, 12 (33).
- Castro-Filho, J. A.; Castro, J. B.; Freire, R. S. (2021). “Contributions of Digital Technologies to the Development of Algebraic Thinking at School”. In: *Mathematical Reasoning of Children and Adults: Teaching and Learning from an Interdisciplinary Perspective*, Edited by Alina Galvão Spinillo, Sintria Labres Lautert and Rute Borba. Springer International Publishing. Switzerland.
- Chiari, Adriana. (2021). O que é Design Thinking: conceitos e definições. Disponível em: <https://adrianachiarimagazine.net/blog/2021/7/20/o-que-design-thinking-conceitos-e-definies> Acessado em: 25/07/2021.
- Freire, R. S. (2007). Ambientes computacionais para o desenvolvimento do pensamento algébrico no Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Ceará.
- Freire, R. S.; Castro-Filho, J.A. (2006). Desenvolvendo conceitos algébricos no ensino fundamental com o auxílio de um Objeto de Aprendizagem. Anais do XXVI Congresso da Sociedade Brasileira de Computação.

- Freire, R. S. Hitzschky, R. A.; Santos, L.A; Sousa, D.C. (2020). Recurso Educacional Digital (RED) para o ensino do gênero discursivo legenda nos anos iniciais do Ensino Fundamental. *Revista Tecnologias na Educação*, 12 (33).
- Hodgers, C; Moore, S; Lockee, B; Trust, T; Bonde, A. (2020) The Difference Between Emergency Remote Teaching and Online Learning. Disponível em <https://er.educause.edu/articles/2020/3/the-difference-between-emergency-remote-teaching-and-online-learning>.
- Kieran, C.; Pang, J. S.; Schifter, D.; Ng, S. F. (2016). “Early Algebra”. In: ICME-13 Topical Surveys, Hamburg.
- Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA*, 3(3), 135-156.
- Ponte, J. P. (2006). Números e Álgebra no currículo escolar. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & A. P. Canavaro (Orgs.), *Números e Álgebra na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores* (p. 5–27). Porto: SEM/SPCE.