

# ***Hexagonal P-Median: Um modelo para alocação de pontos de recarga para caminhões elétricos***

**Germano B. dos Santos<sup>1</sup>, Guilherme C. Melos<sup>1</sup>, Leonardo J. A. S. Figueiredo<sup>2</sup>,  
Fabrício A. Silva<sup>1</sup>, Thais R. M. B. Silva<sup>1</sup>, Antonio A. F. Loureiro<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Laboratório de Inteligência em Sistemas Pervasivos e Distribuídos (NESPED-LAB)  
Universidade Federal de Viçosa, Florestal, MG, Brasil

<sup>2</sup>Departamento de Ciência da Computação  
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

{germano.santos, guilherme.melos, fabricio.asilva, thais.braga}@ufv.br

{leonardo.alves, loureiro}@dcc.ufmg.br

**Resumo.** *A elaboração de soluções que viabilizem uso de meios de transporte com energia elétrica tornou-se importante, devido aos impactos ambientais causados pelos gases emitidos por queima de combustíveis fósseis. No entanto, para que esse tipo de veículo seja adotado, é preciso investir na infraestrutura rodoviária, tal como pontos de recarga elétrica. Este trabalho apresenta o Hexagonal P-Median, um modelo de alocação de pontos de recarga que atende às trajetórias dos caminhoneiros brasileiros. O modelo proposto foi comparado com um algoritmo guloso e um modelo de cobertura de conjuntos por meio de uma simulação com dados reais de 44,5 milhões de registros de localização de 3,086 motoristas. O modelo proposto apresenta, aproximadamente, 230% e 276% a mais de cobertura que o algoritmo guloso e o modelo de cobertura de conjuntos, respectivamente, considerando o cenário de 10 km de desvio.*

**Abstract.** *Due to the environmental impact caused by gas emissions from fossil fuels, solving problems aiming at increasing the usage of electric vehicles became important. Nonetheless, electric charge stations should be built considering the drivers' route to facilitate its adoption. This study proposes the Hexagonal P-Median, a novel electric charge stations allocation model to cover the Brazilian truck drivers' route. The model was compared to a greedy algorithm and a set covering model through a simulation with real-world data of 44.5 millions localization records of 3.086 Brazilian drivers. The proposed model presents, approximately, an enhancement of 230% and 276% on coverage compared to the greedy algorithm and set covering model, respectively, considering the scenario which adds 10 km in total distance on the original driver route to refuel.*

## **1. Introdução**

Em um futuro próximo, o transporte rodoviário será feito majoritariamente por veículos elétricos [Bayram et al. 2022]. De acordo com [Al-Hanahi et al. 2021], caminhões elétricos são mais eficazes em comparação aos caminhões de combustão interna em

termos de consumo e emissão de gases do efeito estufa. Além disso, de acordo com [Liimatainen et al. 2019] o desenvolvimento de caminhões elétricos, está sendo adotado por grandes marcas como Volvo, Volkswagen e Tesla.

Apesar disso, um dos problemas para que essa perspectiva se concretize é a infraestrutura de recarga elétrica. [Kchaou-Boujelben 2021] evidencia que a recarga da bateria é um dos fatores mais importantes para a compra de um veículo elétrico, o que seria fundamental para a evolução desse mercado e futuros desenvolvimentos tecnológicos (e.g., carregamento mais rápido, troca de baterias). Por isso, é preciso definir os melhores locais para os pontos de recarga serem alocados com o menor custo de infraestrutura possível, e ainda atenda os pontos de demanda considerando o trajeto dos caminhões elétricos.

Nesse sentido, [Zafar et al. 2021] modelam o problema de alocação de pontos de recarga utilizando a cobertura maximal dos pontos de demanda. [Iravani 2022] seleciona os pontos de recarga a partir da união dos conjuntos soluções dos modelos de cobertura maximal respectivos a cada região particionada com H3<sup>1</sup>. Outros modelos consideram o fluxo na rodovia para otimizar a cobertura dos motoristas [Brey et al. 2016, Hosseini et al. 2017]. [He et al. 2016] discutem que o modelo *P-Median* [Church et al. 2018] gera melhores resultados comparado aos modelos de cobertura maximal. No entanto, poucos trabalhos exploram a relação entre a distância dos pontos de demanda e os potenciais pontos de recarga para os trajetos serem completados.

Devido ao alto custo computacional conforme a quantidade de pontos de demanda, o *P-Median* pode ser melhorado em termos de complexidade considerando a primeira lei da Geografia [Tobler 1970]. [Church 2018] propõe um método iterativo do *P-Median* baseado em vizinhos próximos. No entanto, é um método que depende da reconstrução de índices espaciais, durante as iterações, implicando em um maior tempo de execução. Portanto, este estudo propõe o modelo *Hexagonal P-Median* (HPMP) baseado na regionalização do modelo *P-Median*, para resolver o problema de alocação de pontos de recarga elétrica considerando o Brasil como área de estudo.

Para comparação do resultado obtido com o HPMP, foram utilizados duas outras soluções, a estratégia gulosa de [Lam et al. 2014], e um modelo que considera a cobertura dos pontos de demanda (SCP) como em [Zafar et al. 2021, He et al. 2016]. Ambas as soluções foram submetidas à simulação da trajetória de dados reais de 3.086 caminhoneiros, coletados no período entre Março e Junho de 2021, sendo possível avaliar a completude das rotas dos motoristas a partir dos postos selecionados para cada solução. Os resultados demonstram que o método proposto alcançou melhores resultados considerando a cobertura e a taxa de uso. O HPMP possui 92,51% de cobertura das rotas dos motoristas considerando um desvio de 10 km, enquanto o modelo [Lam et al. 2014] possui 28,87% e o SCP 26,34%.

As principais contribuições deste artigo são:

- O modelo *Hexagonal P-Median* baseado na regionalização dos pontos de demanda para alocação de pontos de recarga para caminhões elétricos;
- Um simulador para modelar o comportamento do motorista em termos de decisões sobre quando e onde realizar a recarga.

Este artigo está organizado da seguinte forma. Na Seção 2, são apresentados os

---

<sup>1</sup><https://h3geo.org/>

principais trabalhos relacionados. A Seção 3 contém a descrição dos dados utilizados, a descrição da solução proposta e das soluções bases, além da simulação dos abastecimentos considerando a trajetória dos motoristas. Na Seção 4 são apresentadas as métricas de desempenho e discutidos os resultados obtidos. Por fim, na Seção 5 são apresentadas as conclusões e trabalhos futuros.

## 2. Trabalhos Relacionados

Alguns estudos que propõem soluções para alocação de pontos de recarga consideram apenas uma cidade ou uma região pequena para análise, reduzindo a complexidade do problema em termos de espaço [Iravani 2022, Lam et al. 2014, Zafar et al. 2021]. Em [Lam et al. 2014] a região de Hong Kong é utilizada para a simulação da solução proposta. O método desenvolvido por [Lam et al. 2014] é resumido no problema de conectividade de um grafo, no qual os vértices são os postos de gasolina existentes na área de estudo e as arestas são os caminhos mais curtos entre os postos. Outros trabalhos seguem a mesma estratégia aplicada em [Lam et al. 2014] baseada em atender pontos de demanda, porém possuem diferentes restrições. [Zafar et al. 2021] formulam o problema de definir o melhor local para um ponto de recarga como um problema de cobertura maximal (MCLP) [Church et al. 2018], considerando a cidade de Raleigh, Carolina do Norte.

[Iravani 2022] também utiliza a mesma formulação do problema com restrições relacionadas ao censo populacional, porém considera regiões definidas pela tesselação hexagonal H3, para a cidade de Dubai. Além disso, [Cui et al. 2019] modelam o problema de tal forma que minimiza a sobrecarga de um novo ponto de recarga na rede elétrica em Singapura. Essas restrições determinam uma solução difícil de ser atendida em um nível nacional, principalmente se tratando de caminhões, pois a demanda é dificilmente previsível. Portanto, neste artigo é utilizada uma abordagem mais flexível para avaliar o nível de cobertura de soluções para alocação de pontos de recarga, que pode ser utilizada em cenários contendo trajetórias em todo um território nacional.

Além disso, outras alternativas para alocação de pontos de recarga podem ser adotadas. [Xiong et al. 2017] propõem um modelo caracterizado pela teoria de jogos de congestão, assumindo que os motoristas procuram minimizar o tempo gasto de espera. Em [Andrade et al. 2020] é proposta uma solução considerando a simulação de fluxo em rodovias, na região metropolitana de São Paulo, a partir do método de Monte Carlo. Similarmente [Bi et al. 2017] propõem um modelo baseado em simulação, em Singapura, para minimizar a quantidade de pontos de recarga e, ao mesmo tempo, maximizar a utilização.

A análise da mobilidade humana em um contexto geral pode ser utilizada para compreender a preferência dos motoristas com o objetivo de alocar pontos de recarga elétricos. [Wu et al. 2024] definem a demanda populacional por abastecimento elétrico considerando os deslocamentos (e.g., casa-trabalho, trabalho-outro), utilizando uma região da Califórnia como área de estudo. Assim é possível reorganizar as rotas de acordo com os lugares que existem pontos de recarga. Já em [Hu et al. 2024] são analisadas as regiões de demanda da cidade Ningbo da China, considerando a autocorrelação entre os fluxos de origem-destino. [Machado et al. 2020] ranqueiam os bairros do município de São Paulo em ordem de prioridade em relação à necessidade de um ponto de recarga utilizando estimativa de demanda a partir de uma análise multivariada da quantidade de pontos de interesse e quantidade de viagens. No entanto, é inviável analisar a mobilidade

e dados populacionais de municípios em um nível nacional, para determinar pontos de recarga elétricos para caminhões, como realizado neste trabalho.

Uma abordagem comum para avaliar as soluções propostas é por meio da utilização de simulações, seja por falta de dados reais ou pela necessidade de avaliar a cobertura dos pontos de demanda. Essa técnica é amplamente empregada em estudos similares, como os realizados por [Bi et al. 2017, Xiong et al. 2021] que simulam o comportamento dos motoristas. [Speth et al. 2022] consideram localizações dos pontos de recarga inexistentes. [Jahangir et al. 2022] simulam as características de demanda de veículos elétricos (horário de partida, horário de chegada e demanda elétrica). [Viswanathan et al. 2016] também ressaltam a eficácia da simulação em fornecer resultados comparáveis aos experimentos reais, porém com um custo significativamente menor. Embora este trabalho utilize dados de trajetórias reais, foram realizadas simulações das necessidades de utilizar os pontos de recarga para assegurar que os veículos mantenham a carga necessária para alcançarem seus destinos.

Em contraste com os estudos mencionados, esta pesquisa se destaca pelo uso de dados reais e atualizados de caminhoneiros, com uma granularidade mais refinada, isto é, analisando trajetórias individuais em vez de matrizes de origem e destino. Além disso, abrange todo o território nacional. Até o momento, não foram identificados outros trabalhos que abordem a alocação de pontos de recarga elétrica com essas características específicas.

### 3. Metodologia

Nessa seção estão descritos os métodos utilizados no presente trabalho. Os dados utilizados e o preenchimento das rotas dos caminhoneiros são descritos nas Seções 3.1 e 3.1.2, respectivamente; já a formulação do modelo HPMP se encontra na Seção 3.2. Os detalhes de implementação das soluções bases são descritos na Seção 3.3. Já na Seção 3.4, as trajetórias preenchidas e a alocação dos pontos de recarga são utilizadas para o cálculo das métricas de avaliação.

#### 3.1. Dados

Neste trabalho, foram utilizados dados reais de 3.086 caminhoneiros, coletados no período de 28-03-2021 até 10-06-2021. Esses dados foram disponibilizados por uma empresa parceira sob um acordo de confidencialidade. Para cada caminhoneiro, um aplicativo móvel é responsável por coletar a sua localização periodicamente, sendo possível estimar a sua trajetória.

É importante destacar que a coleta de dados ocorre intermitentemente, pois não seria viável para o usuário ter o aplicativo coletando dados de localização por GPS continuamente. Uma estratégia de preenchimento de dados é utilizada (Veja Seção 3.1.2) para minimizar o impacto dessa escassez imposta por dados reais.

##### 3.1.1. Caracterização dos dados

Denota-se um registro por  $l_i = \langle latitude, longitude, timestamp, erro \rangle$  onde latitude e longitude correspondem às coordenadas geográficas, *timestamp* ao horário e data no

qual o registro foi coletado. O erro, dado em metros, corresponde a um raio de incerteza no qual o ponto pode estar localizado.

Para evitar incluir dados espúrios, alguns filtros foram utilizados na base de dados obtida. Sendo  $L$  o conjunto de registros para todos os motoristas e  $L_i$  a sequência de registros para o motorista  $i$ ,  $timestamp_{i,j}$  o  $j$ -ésimo  $timestamp$  para o motorista  $i$ . Define-se  $\Gamma_i$  como a quantidade média de registros por dia para o motorista  $i$  onde  $\Gamma_i = |L_i| / \text{dias}(\max(timestamp_{i,j}) - \min(timestamp_{i,j}))$  e, assim, os motoristas que satisfaçam  $\Gamma_i < 1$  são excluídos para não afetarem os resultados. Além disso, removemos os registros onde o *erro* seja maior que 2 km, representando 20% das entradas do conjunto de dados. Essa distância (2 km) foi escolhida por ser considerado o mínimo necessário para o mapeamento de um posto de recarga a um registro de localização com precisão. Esses filtros resultaram em uma base de dados com 3.086 motoristas, com aproximadamente, 2,5 milhões de registros geolocalizados.

Além dos dados coletados pelos dispositivos móveis, foi utilizado um banco de dados público da ANP (Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis do Brasil) contendo 42 mil coordenadas de postos pelo Brasil. Neste trabalho, os postos de combustíveis são candidatos para se tornarem pontos de recarga elétrica, para facilitar a implantação da infraestrutura.

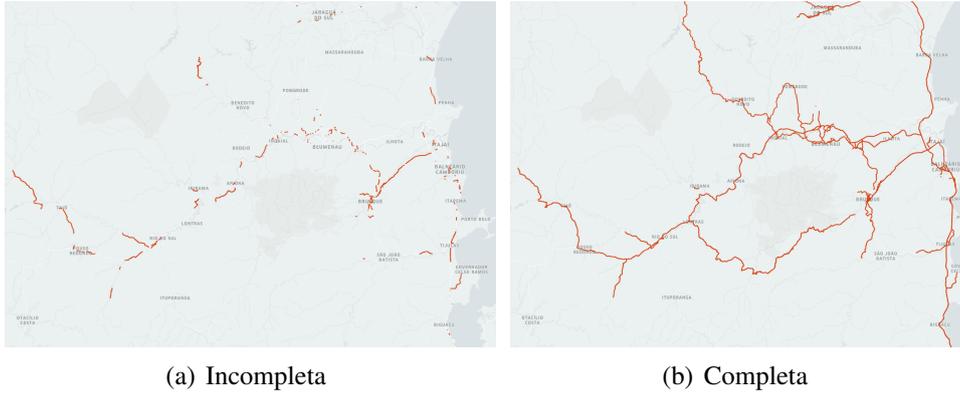
### 3.1.2. Preenchimento de Trajetória

Conforme descrito na Seção 3.1, os dados utilizados são reais e a coleta de registros consecutivos é feita em intervalos arbitrários, ou seja, a coleta do registro  $l_{i+1}$  é realizada após algum tempo em relação ao registro  $l_i$ . Por conta disso, o motorista pode ter percorrido um trecho do caminho e não há como saber qual foi o percurso completo feito, como mostra a Figura 1(a), que possui 2.161 pontos de um motorista.

Para identificar qual rodovia o motorista estava, foi utilizado um repositório do *OpenStreetMap*<sup>2</sup>(OSM) para obter as rodovias do Brasil. Após a coleta das rodovias, foi criado o grafo  $H(V, R)$ , composto pelas arestas  $R$  e por vértices  $V$  que representam, respectivamente, as rodovias e as junções de rodovias obtidas por meio do OSM. Após o processo da criação do grafo  $H$ , cada registro  $l_i$  foi mapeado em uma aresta  $r_i$  utilizando a estrutura *BallTree* [Omohundro 1989] a fim de procurar pela rodovia  $r_i$  mais próxima ao registro  $l_i$  através da distância geográfica. A aresta  $r_i$ , mais próxima ao  $l_i$ , é representada por  $geom_{r_i}$  na tupla registro. Além disso, os identificadores dos vértices associados a  $R$ ,  $v_1^{r_i}$  e  $v_2^{r_i}$ , também são representados na tupla. Portanto, neste trabalho será utilizado o registro enriquecido definido como  $l'_i = \langle latitude, longitude, geom_{r_i}, v_1^{r_i}, v_2^{r_i}, timestamp \rangle$ .

Foi necessário, portanto, completar os dados de tal forma que descrevessem o trajeto completo do motorista. Para tanto, os registros de cada motorista foram ordenados de acordo com o *timestamp*, resultando em uma lista de registros enriquecidos  $L'_u, u \in M$ , onde  $M$  é o conjunto dos motoristas únicos representado por  $u$ . Dessa forma, o algoritmo de Dijkstra [Dijkstra 1959] foi utilizado a partir dos índices dos vértices presentes na tupla e o comprimento da rodovia, em metros, sendo o peso da aresta, para identificar o caminho mais curto entre os registros enriquecidos  $l'_{i,u}$  e  $l'_{i+1,u}$ ,  $\{l'_{i,u}, l'_{i+1,u}\} \in L'_u$ .

<sup>2</sup><https://www.geofabrik.de/>



**Figura 1. Trajetória de um motorista**

Portanto, os pontos fictícios que completam a trajetória do motorista  $u$  foram criados, conforme ilustra o exemplo da figura 1(b). A trajetória completa apresentada na figura 1(b) possui 41.795 pontos.

Os dados incompletos continham 2,5 milhões de registros e após o preenchimento da trajetória foram adicionados 42 milhões de pontos fictícios, totalizando 44,5 milhões de registros. Vale destacar que o preenchimento realizado é entre uma localização e outra, e não entre os pontos de origem e destino. Portanto, o caminho mais curto, assumido como o real, é provável de ser seguido pelo motorista.

### 3.2. Hexagonal $P$ -Median

O modelo proposto é baseado no  $P$ -Median [Hakimi 1965] que foi desenvolvido com o intuito de selecionar  $p$  torres de telefonia tal que o comprimento dos cabos entre as torres fosse o menor possível e os clientes fossem conectados à torre mais próxima. Analogamente, o HPMP tem como objetivo, então, minimizar a distância entre um ponto de demanda, possível abastecimento, e o posto.

Neste estudo, considera-se como ponto de demanda todas as recargas que um motorista realiza durante a sua trajetória e como facilidade os postos provenientes da ANP que estão localizados em rodovias. Sendo assim, o modelo pode ser formalizado:

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in PD} \sum_{j \in PR} d_{ij} X_{ij} \quad (1)$$

$$\text{Restrito a: } \sum_{j \in PR} X_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{j \in PR} Y_j = p \quad (3)$$

$$X_{ij} \leq Y_j \quad \forall i \in PD \quad \forall j \in PR \quad (4)$$

$$X_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in PD \quad \forall j \in PR \quad (5)$$

$$Y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in PR \quad (6)$$

**Onde:**

$PD$	=	conjunto que contém pontos de demanda
$PR$	=	conjunto que contém os potenciais pontos de recarga
$p$	=	número de pontos que devem ser escolhidos
$d_{ij}$	=	distância geográfica entre um ponto de demanda $i$ e um ponto de recarga $j$
$X_{ij}$	=	$\begin{cases} 1, \text{ se o ponto de recarga } j \text{ atende o ponto de demanda em } i \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
$Y_j$	=	$\begin{cases} 1, \text{ se o ponto de recarga } j \text{ foi escolhido} \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$

Entretanto, determinar a matriz de custo  $d_{ij}$ , a qual é a distância geográfica entre um ponto de demanda e um ponto de recarga, é inviável para o contexto do problema a ser resolvido devido à quantidade total de pontos de demanda e a quantidade de total de pontos de recarga. [Church 2018] ressalta que é possível aproveitar a primeira lei da Geografia, “lugares próximos estão mais relacionados que lugares mais distantes” [Tobler 1970], para reduzir a complexidade do modelo original *P-Median*. Nesse sentido, o modelo HPMP segue essa estrutura, visto que um motorista não irá abastecer em um posto a 1000 km de distância, por exemplo. Portanto, a área de estudo é particionada em  $N$  regiões hexagonais  $rh$ , por meio do uso do H3. Dessa forma, cada  $rh$  contém  $n$  pontos de demanda e  $m$  postos, e, por conseguinte, deve ser resolvido  $N$  modelos *P-Median*.

Sendo assim, a função de otimização é definida como  $P\text{-Median}(I, J, p)$ , onde  $PD$  é um conjunto de pontos de demanda e  $PR$  é um conjunto de pontos de recarga e  $p$  é o número de facilidades que serão alocadas. Para cada uma das regiões, a função *P-Median* minimiza a distância entre os pontos de recarga  $PR_i$  e os pontos de demanda  $PD_i$  naquela região hexagonal. Portanto, temos que o conjunto solução para  $N$  regiões:

$$\text{HPMP} = \bigcup_{i=1}^N \text{P-Median}(PD_i, PR_i, p) \quad (1)$$

**3.3. Soluções Bases**

Nesta seção, as soluções utilizadas para comparação serão apresentadas. Esses modelos sofreram alterações para torná-los viáveis, em termos de complexidade computacional.

O modelo matemático definido em [Lam et al. 2014] utiliza um grafo que é composto por vértices  $P$  e arestas  $C$  que representam, respectivamente, os postos e um caminho entre os postos  $p_i$  e  $p_j$ . Dados os postos  $p_i$ ,  $p_j$  e  $c_d = \text{Dijkstra}(p_i, p_j)$ ,  $c_d$  deve ser menor que a distância máxima de autonomia, definida como hiper-parâmetro. Dessa forma, o modelo de [Lam et al. 2014] tem como objetivo, minimizar o custo total de tal forma que a demanda de cada rodovia, representada pelo fluxo de motoristas, seja atendida.

A estratégia gulosa formulada por [Lam et al. 2014], é definida a partir da remoção de um vértice do grafo  $G$ , tal que a demanda ainda seja atendida e o número de componentes conexas  $\omega_G$  permaneça igual a 1. Porém, calcula-se a cada iteração o conjunto de vértices  $\bar{P}$  que podem ser removidos. Dessa forma, é possível melhorar a complexidade do algoritmo, visto que esse conjunto pode ser calculado apenas 1 vez, di-

minuindo a complexidade de  $\mathcal{O}(\bar{P}(|C| + |P| + |R|))$  para  $\mathcal{O}((|C| + |P|) + |\bar{P}||R|)$ . Essa melhoria é importante para nosso estudo, uma vez que  $|\bar{P}|$  é grande.

A solução de cobertura de pontos de demanda segue a formulação do modelo de cobertura de conjuntos apresentada em [Zafar et al. 2021], que também possui o problema da dimensão da matriz de custo apresentada na Seção 3.2. Portanto, a regionalização por meio de hexágonos também foi utilizada para reduzir a complexidade do problema. Note que essa solução de cobertura de conjuntos e o HPMP possuem uma importante diferença: o *Hexagonal P-Median* considera a distância entre um ponto de demanda e facilidades na função objetivo, interferindo no resultado da seleção dos postos e também da cobertura da rota dos motoristas, como mostrado nos experimentos.

### 3.4. Simulação

Em [Bi et al. 2017], o modelo para o comportamento da utilização dos postos de abastecimento prevê duas situações: 1) abastecimento obrigatório; 2) abastecimento de conveniência. A primeira situação representa o cenário onde a viagem planejada não pode ser completada com o nível de bateria atual. Já a segunda representa situações onde o motorista consegue alcançar um posto de abastecimento sem fazer um desvio considerável. Parte-se do princípio que cada motorista decide por meios próprios quando fará um abastecimento. Portanto, os pontos de abastecimentos não são previamente planejados.

Como em [Bi et al. 2017], uma simulação foi utilizada neste trabalho para avaliar a solução proposta na Seção 3.2. A conveniência é avaliada como a possibilidade de que todos os caminhoneiros possam completar suas trajetórias estabelecidas pelos dados reais descritos na Seção 3.1. Além disso, assume-se que caminhoneiros gostariam de maximizar o uso da bateria, fazendo o mínimo de paradas e desvios para recarga possível. Para isso, foi proposto o algoritmo 1.

O algoritmo 1 utiliza uma estratégia gulosa com objetivo de minimizar o número de paradas para abastecimento ao maximizar o uso da autonomia quando possível. Isso é feito com auxílio do procedimento *ProxPontoRecargaViavel* que busca o ponto de recarga mais distante da posição atual do caminhoneiro que seja alcançável pela autonomia no momento.

Além disso, o algoritmo proposto utiliza uma heurística para minimizar o desvio necessário para abastecer e ainda permitir o caminhoneiro completar sua trajetória caso o mesmo esteja disposto a realizar um desvio maior. Para isso são utilizados dois limites  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$ . Caso nenhum posto seja encontrado com distância geográfica menor que  $\zeta_1$ , o limite  $\zeta_2$  é utilizado para selecionar postos, sendo que  $\zeta_2 > \zeta_1$ .

O procedimento  $\sigma$  realiza uma otimização no processo de avaliação. Na linha 27 é feito um avanço até o próximo ponto de recarga indicado pela variável  $m$ . Sendo assim, não é necessário repetir o procedimento *ProxPontoRecargaViavel* para o registro  $L_{(i+1),u}$  adjacente a  $L_{i,u}$  se existe um posto próximo ao registro  $L_{(i+w),u}$  onde  $w \geq i$  será visitado.

Durante a simulação, um motorista  $u \in M$  percorre a trajetória  $L'_u$  ordenados pelo tempo em que  $l'_{i,u} \in L'_u$ ,  $1 \leq i \leq |L'_u|$ , foi registrado. O motorista possui um estado atual de recarga ( $\alpha$ ), que indica a distância, em quilômetros, que o mesmo pode percorrer com a sua capacidade atual. Neste trabalho, assumimos que  $\alpha \leq 300$ , que representa a autonomia média, em quilômetros, de um caminhão elétrico, segundo

---

**Algorithm 1** Simulação

---

```
1: procedure PROXPONTORECARGAVIAVEL
2:   Entrada:  $L'_i$ : Subsequência de registros enriquecidos de um motorista
3:    $\alpha'$  : autonomia atual,  $\zeta_1, \zeta_2$  : limites desvio
4:   Saída: (distância, índiceProxRegistro)
5:    $m \leftarrow 0$  ▷ Índice do melhor posto para abastecimento
6:    $n \leftarrow +\infty$  ▷ Menor desvio encontrado onde  $\zeta_1 \leq n \leq \zeta_2$ 
7:    $D \leftarrow 0$  ▷ Distância percorrida até então para recarregamento.
8:   for  $l'_{i,u} \in L'_u$  do
9:      $d \leftarrow \text{distanciaPostoMaisProximoHaversine}(l'_{i,u})$  ▷ Utilizar BallTree
10:    if  $d < \zeta_1$  and  $\alpha' \geq \mathbf{D} + \zeta_1$  then ▷ Desvio (distância até o posto) deve  

    ser menor que o primeiro limite de desvios e a autonomia tem que ser suficiente para  

    alcançar esse ponto e fazer o desvio.
11:       $m \leftarrow i$ 
12:      else if  $m = 0$  and  $d \leq n$  and  $d < \zeta_2$  and  $\alpha' \geq \mathbf{D} + \zeta_2$  ▷ Se nenhum posto for  

    encontrado até aqui, poderemos precisar do posto mais longe e com o menor desvio,  

    desde que esse desvio não ultrapasse um valor muito alto. Portanto, registre a posição  

    deste posto se ele tiver o menor desvio encontrado até então.
13:         $m \leftarrow i$ 
14:         $n \leftarrow D$ 
15:         $D \leftarrow D + \delta(l'_{0,u}, l'_{i,u})$  ▷ Acrescenta a  $D$  a distância necessária para chegar  

    até este registro percorrendo a rodovia
16:    return  $(d, m)$  ▷ Ponto de recarga escolhido
17: procedure  $\sigma$ 
18:   Entrada:  $L'_u$ : Subsequência de registros enriquecidos de um motorista
19:    $a$ : autonomia inicial
20:   Saída: bool: É possível cobrir este motorista
21:    $b \leftarrow l_{0,u}$  ▷ Primeiro registro enriquecido do motorista  $j$ 
22:    $distancia, m \leftarrow \text{ProxPontoRecargaViavel}(L'_u)$ 
23:   do
24:     if  $distancia = 0$  then
25:       return False
26:        $\alpha \leftarrow \alpha - distancia$ 
27:        $distancia, m \leftarrow \text{ProxPontoRecargaViavel}(L'_{(i \dots |L_{i,u}| - m), u})$ 
28:   while  $m \leq |L'_u|$ 
29:   return True
```

---

[Liimatainen et al. 2019]. Seja  $\delta$  uma função que retorna a distância entre dois registros quaisquer, tal que  $\delta : L'_u \times L'_u \rightarrow \mathbb{R}$ :  $\delta(l'_{i,u}, l'_{j,u}) = \sum_i^{j-1} \delta(l'_{i,u}, l'_{(i+1),u})$  onde  $\delta(l'_{i,u}, l'_{(i+1),u})$  é a distância em quilômetros, percorrida pelo motorista  $u$  na rodovia entre os registros  $l'_{i,u}$  e  $l'_{(i+1),u}$ ,  $i \geq 1$ . Sendo assim, temos para cada  $l'_{i,u}$ :  $\alpha = \alpha - \delta(l'_{i,u}, l'_{j,u})$ . É verificado, de acordo com as distâncias calculadas a partir da função  $\delta$ , caso o estado atual do motorista  $u$  seja menor do que o necessário para alcançar o registro  $j$  a partir de um registro  $i$ , se este conseguir alcançar um ponto de recarga.

Para avaliar a cobertura, ou seja, quantos motoristas conseguem completar a sua

trajetória tomando como referência a alocação dos pontos de recarga, define-se  $\sigma : M \times P \rightarrow \{0, 1\}$  no algoritmo 1. Uma função que dada uma base de motoristas e uma base qualquer de postos de recarga, retorna um valor binário que indica se um motorista  $u \in M$  consegue completar a sua trajetória, considerando os pontos de abastecimentos  $P$  selecionados. Portanto, a cobertura total da solução para todos os motoristas em  $M$  é dada por  $\sum_{u \in M} \sigma(L'_u, P)$ .

Como mencionado na Seção 3.2, tem-se a minimização de um custo  $C$  através da redução da quantidade de pontos de recarga a serem distribuídos pela malha rodoviária do Brasil. Assumindo um único custo  $w$  para cada ponto de recarga, temos que o custo total da solução é  $C = |P| \cdot w$ .

Seja  $A_i$  o conjunto das recargas realizadas em um ponto de recarga  $a_i$ ,  $1 \leq i \leq |P|$ , tem-se que a taxa de uso  $t_i$  de um ponto de recarga  $p_i$ ,  $1 \leq i \leq |P|$ , é definida através da razão  $|A_i|$  pelo período total de coleta dos dados.

$$t_i = \frac{|A_i|}{\text{tempo total em dias}} \quad (2)$$

## 4. Resultados

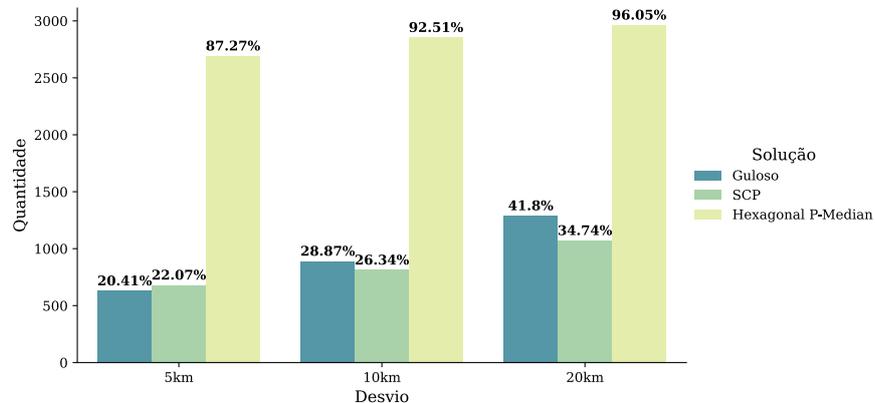
Nesta seção serão apresentados os resultados de cobertura das rotas dos motoristas e de taxa de uso dos pontos de recarga, respectivos às três soluções consideradas: modelo de cobertura de pontos de demanda (SCP), algoritmo guloso apresentado em [Lam et al. 2014] e o HPMP, o método proposto nesse estudo.

Os modelos SCP e HPMP foram implementados utilizando a biblioteca *spropt* [Feng et al. 2022], e o algoritmo guloso foi desenvolvido com a biblioteca *NetworkX*. A execução dos modelos foi realizada em um cluster com as seguintes especificações: 2 processadores AMD Opteron 6376 (16 MB cache, 2.3 GHz, 32 cores) com 512 GB RAM.

Considerando os postos selecionados como pontos de recarga de abastecimento elétrico, tem-se que o algoritmo guloso possui a menor quantidade dentre os três modelos, 1.624 postos, enquanto o SCP selecionou 2.607 postos. Para a execução do HPMP, a resolução 5 do H3 foi utilizada, gerando 4.002 regiões com pontos de demanda considerando o Brasil. Para cada região, foi selecionado 1 posto. Portanto, considerando a métrica de custo, o HPMP possui o maior custo, enquanto os outros modelos base possuem um menor custo.

Para a avaliação da métrica de cobertura e taxa de uso dos pontos de recarga, os experimentos foram feitos utilizando o Algoritmo 1 com 300 km de autonomia, quilometragem sugerida por [Liimatainen et al. 2019]. Além disso, foram utilizadas 3 distâncias diferentes, 5, 10 e 20 km para o parâmetro desvio, que determina quantos quilômetros de distância o motorista pode desviar de sua trajetória para abastecer. Os resultados das métricas são apresentados nas Figuras 2 e 3.

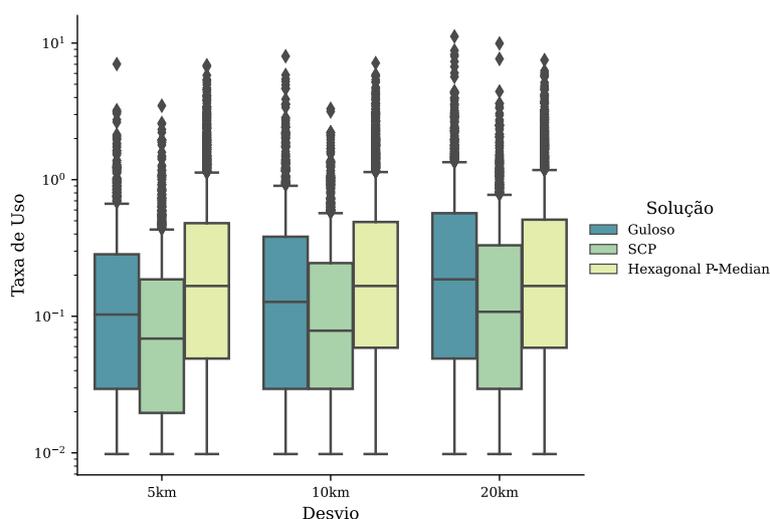
Considerando a taxa de cobertura de cada desvio, nota-se que o método proposto possui o melhor resultado, alcançando 96,05% de cobertura da rota dos motoristas analisados para desvio de 20 km, enquanto o algoritmo guloso e o SCP apresentam resultados inferiores. Observa-se que a estratégia gulosa é melhor que o SCP em dois cenários, 10 km de desvio e 20 km de desvio. Note que o desvio influencia diretamente o resultado



**Figura 2. Cobertura**

dessa métrica. Isso se deve ao fato de um registro da trajetória de um motorista, não necessariamente, estar a um raio de distância de um posto. Portanto, relaxar essa restrição faz com que a cobertura aumente.

A Figura 2 também mostra que existe uma variação importante na taxa de cobertura dos modelos base, quando a distância do desvio feito pelos motoristas varia. Considerando o algoritmo guloso e o desvio de 10 km, houve redução de 13% de cobertura em relação ao desvio de 20 km. Esse comportamento também é observado no modelo SCP, onde considerando a mesma combinação, houve redução de aproximadamente 8%. No entanto, no modelo proposto a redução é de apenas 3,5%, aproximadamente, demonstrando uma melhor distribuição dos pontos de recargas selecionados na malha viária.



**Figura 3. Taxa de Uso**

Analisando a Figura 3, é perceptível que a taxa de uso aumenta conforme o aumento do desvio feito. Isso ocorre pelo fato de a cobertura também aumentar, abrangendo

mais motoristas. A taxa de uso do modelo HPMP, corrobora a ideia de que a distribuição dos pontos de recarga selecionados é mais uniforme que os outros modelos base. Além disso, nota-se que o terceiro quartil da estratégia gulosa é maior comparado ao do HPMP quando o desvio 20 km. Esse comportamento é explicado pelo aumento do desvio feito, aumentando a quantidade dos abastecimentos feitos pelos motoristas. Portanto, apesar do algoritmo guloso possuir uma taxa de uso maior, existe um ponto de demanda de um motorista que não é coberto e assim, o motorista não consegue completar a sua rota.

De acordo com os resultados, é possível observar que considerar a distância entre um ponto de demanda e as facilidades é importante para obter resultados satisfatórios, considerando o problema de alocação de pontos de recarga elétricos. O modelo HPMP é equilibrado e apresenta a melhor taxa de cobertura em todos os cenários, enquanto apresenta uma taxa de uso pertinente para o problema.

## 5. Conclusão e Trabalhos Futuros

A alocação de pontos de recarga elétricos é um problema que possui diversas restrições que devem ser atendidas futuramente. Com este trabalho, abre-se um caminho para que discussões científicas e tecnológicas avancem no Brasil, visando a melhoria da infraestrutura e o planejamento para que caminhões e outros veículos elétricos sejam adotados em larga escala.

Diante dos resultados analisados, o modelo HPMP proposto neste trabalho, obteve os melhores resultados em relação aos modelos base. O HPMP possui um equilíbrio entre a cobertura, custo e taxa de uso, atingindo o objetivo de alocar os pontos de recarga para abastecimento elétrico considerando as rotas de 3.086 motoristas no Brasil.

O modelo proposto neste trabalho considera a distância entre os pontos de demanda e as facilidades dada uma tesselação H3 que particiona a área de estudos em algumas regiões. No entanto, a infraestrutura de postos elétricos já existentes não é considerada nesse modelo. Portanto, como trabalhos futuros pretende-se propor um novo modelo tal que os postos de abastecimento elétrico já existentes sejam selecionados obrigatoriamente, minimizando o custo adicional de construir novos postos.

## Agradecimento

Os autores gostariam de agradecer, pelo suporte financeiro, as instituições Capes, CNPq e FAPEMIG.

## Referências

- Al-Hanahi, B., Ahmad, I., Habibi, D., and Masoum, M. A. (2021). Charging infrastructure for commercial electric vehicles: Challenges and future works. *IEEE Access*, 9:121476–121492.
- Andrade, J., Ochoa, L. F., and Freitas, W. (2020). Regional-scale allocation of fast charging stations: travel times and distribution system reinforcements. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 14(19):4225–4233.
- Bayram, I. S., Zafar, U., and Bayhan, S. (2022). Could petrol stations play a key role in transportation electrification? a gis-based coverage maximization of fast ev chargers in urban environment. *IEEE Access*, 10:17318–17329.

- Bi, R., Xiao, J., Pelzer, D., Ciechanowicz, D., Eckhoff, D., and Knoll, A. (2017). A simulation-based heuristic for city-scale electric vehicle charging station placement. In *2017 IEEE 20th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, pages 1–7.
- Brey, J. J., Brey, R., Carazo, A. F., Ruiz-Montero, M. J., and Tejada, M. (2016). Incorporating refuelling behaviour and drivers' preferences in the design of alternative fuels infrastructure in a city. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 65:144–155.
- Church, R. L. (2018). Tobler's law and spatial optimization: Why bakersfield? *International Regional Science Review*, 41(3):287–310.
- Church, R. L., Murray, A., et al. (2018). Location covering models. *Advances in Spatial Science*.
- Cui, Q., Weng, Y., and Tan, C.-W. (2019). Electric vehicle charging station placement method for urban areas. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 10(6):6552–6565.
- Dijkstra, E. W. (1959). A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische mathematik*, 1(1):269–271.
- Feng, X., Barcelos, G., Gaboardi, J. D., Knaap, E., Wei, R., Wolf, L. J., Zhao, Q., and Rey, S. J. (2022). spopt: a python package for solving spatial optimization problems in pysal. *Journal of Open Source Software*, 7(74).
- Hakimi, S. L. (1965). Optimum distribution of switching centers in a communication network and some related graph theoretic problems. *Operations research*, 13(3):462–475.
- He, S. Y., Kuo, Y.-H., and Wu, D. (2016). Incorporating institutional and spatial factors in the selection of the optimal locations of public electric vehicle charging facilities: A case study of beijing, china. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 67:131–148.
- Hosseini, M., MirHassani, S. A., and Hooshmand, F. (2017). Deviation-flow refueling location problem with capacitated facilities: Model and algorithm. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 54:269–281.
- Hu, X., Lei, H., Deng, D., Bi, Y., Zhao, J., and Wang, R. (2024). A two-stage approach to siting electric bus charging stations considering future-current demand. *Journal of Cleaner Production*, 434:139962.
- Iravani, H. (2022). A multicriteria gis-based decision-making approach for locating electric vehicle charging stations. *Transportation Engineering*, 9:100135.
- Jahangir, H., Gougheri, S. S., Vatandoust, B., Golkar, M. A., Golkar, M. A., Ahmadian, A., and Hajizadeh, A. (2022). A novel cross-case electric vehicle demand modeling based on 3d convolutional generative adversarial networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, 37(2):1173–1183.
- Kchaou-Boujelben, M. (2021). Charging station location problem: A comprehensive review on models and solution approaches. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 132:103376.

- Lam, A. Y. S., Leung, Y.-W., and Chu, X. (2014). Electric vehicle charging station placement: Formulation, complexity, and solutions. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 5(6):2846–2856.
- Liimatainen, H., van Vliet, O., and Aplyn, D. (2019). The potential of electric trucks – an international commodity-level analysis. *Applied Energy*, 236:804–814.
- Machado, C. A. S., Takiya, H., Yamamura, C. L. K., Quintanilha, J. A., and Berssaneti, F. T. (2020). Placement of infrastructure for urban electromobility: A sustainable approach. *Sustainability*, 12(16):6324.
- Omohundro, S. M. (1989). Five balltree construction algorithms. *International Computer Science Institute*.
- Speth, D., Plötz, P., Funke, S., and Vallarella, E. (2022). Public fast charging infrastructure for battery electric trucks—a model-based network for germany. *Environmental Research: Infrastructure and Sustainability*, 2(2):025004.
- Tobler, W. R. (1970). A computer movie simulating urban growth in the detroit region. *Economic geography*, 46(sup1):234–240.
- Viswanathan, V., Zehe, D., Ivanchev, J., Pelzer, D., Knoll, A., and Aydt, H. (2016). Simulation-assisted exploration of charging infrastructure requirements for electric vehicles in urban environments. *Journal of Computational Science*, 12:1–10.
- Wu, J., Powell, S., Xu, Y., Rajagopal, R., and Gonzalez, M. C. (2024). Planning charging stations for 2050 to support flexible electric vehicle demand considering individual mobility patterns. *Cell Reports Sustainability*, 1(1).
- Xiong, Y., An, B., and Kraus, S. (2021). Electric vehicle charging strategy study and the application on charging station placement. *Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, 35(1):1–19.
- Xiong, Y., Gan, J., An, B., Miao, C., and Bazzan, A. L. (2017). Optimal electric vehicle fast charging station placement based on game theoretical framework. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 19(8):2493–2504.
- Zafar, U., Bayram, I. S., and Bayhan, S. (2021). A gis-based optimal facility location framework for fast electric vehicle charging stations. In *2021 IEEE 30th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, pages 1–5. IEEE.