

Objeto de Aprendizagem Pitágoras: uma aplicação do uso de Múltiplas de Representações Externas na Remediação de Erros Matemáticos

Maici Duarte Leite¹, Diego Marczal^{1,2}, Andrey Ricardo Pimentel¹

¹Departamento de Informática – Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Curitiba – Paraná – Brasil

²Departamento de Tecnologia em Sistemas para Internet – Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Guarapuava – Paraná – Brasil

{maici, diego, andrey}@inf.ufpr.br

***Abstract.** The remediation of errors is a feature widely used in Intelligent Tutoring Systems, and its efficiency can be increased using Multiple External Representations. This article presents the results of an experiment with application of a Learning Object that explores the use of Multiple External Representations in the remediation process error. To perform this study, we present the architectural model, the mathematical conceptual frameworks of errors and classification of Multiple External Representations. Then the application used in the experiment is presented. Finally, learner performance is presented in pre-test, test and pos-test.*

***Resumo.** A remediação de erros é um recurso amplamente utilizado em Sistemas Tutores Inteligentes, sendo que sua eficiência pode ser ampliada com o uso das Múltiplas Representações Externas. Este artigo apresenta os resultados da aplicação de um experimento com um Objeto de Aprendizagem que explora o uso das Múltiplas Representações Externas no processo de remediação de erro. Para compor o presente estudo, é apresentado o modelo arquitetural, os arcabouços conceituais da classificação de erros matemáticos e das Múltiplas Representações Externas. Em seguida, é apresentada a aplicação contextualizada utilizada no experimento. E, finalmente, o desempenho dos aprendizes a partir das etapas pré-teste, teste e pós-teste.*

1. Introdução

As pesquisas envolvendo o erro matemático tornou-se um campo consistente de estudo na comunidade acadêmica. Sendo a sua análise um grande desafio, uma vez que são necessários conhecimentos específicos do conteúdo a ser tratado, bem como, dos fatores que originaram tal situação. A variedade e a complexidade dos erros matemáticos torna a tarefa mais árdua no que se refere à classificação de erros. (Peng e Luo, 2009).

O uso da classificação de erros em Objetos de Aprendizagem (AO) vem sendo explorado em pesquisas recentes (Marczal e Direne, 2011; Bazzo, Direne, Marczal (2011); Leite, Pimentel e Oliveira, 2011; Leite, Pimentel e Petrushinski, 2012; Oliveira, Leite e Pimentel 2012), como agente potencializador na aquisição de um conceito. As

referidas pesquisas têm discutido esse assunto e apresentado algumas abordagens para que o erro possa auxiliar o aprendiz no seu processo de aprendizagem.

A fim de oferecer uma remediação mais precisa em OA, além da classificação de erros matemáticos, o presente estudo explorou a taxionomia de Múltiplas Representações Externas (MREs) (Ainsworth, 2006). A contribuição está em, a partir do erro apresentado pelo aluno, fornecer uma remediação mais apropriada possível usando uma MRE, ou seja, de fornecer uma avaliação mais formativa do que qualitativa. Isso proporciona um melhor direcionamento do aprendizado, uma vez que o estudo está focado exclusivamente nas necessidades individuais de cada aluno, um das características dos Sistemas Tutores Inteligentes (STI).

A remediação de erros, presente em STI, tem por objetivo prover ao aluno as respostas mais adequadas, podendo estar vinculado ao perfil do aluno ou ao caminho que se está percorrendo, inclusive interferindo antes que o aprendiz cometa um erro. Por outro lado, os OAs, em sua maioria fornecem ao aprendiz respostas padronizadas, sem levar em consideração o erro propriamente dito. Assim como, os jogos educativos tem por filosofia tornarem o aprendizado divertido, mas na realidade normalmente fornecem menos assistência explícitas e penas mais severas do que os sistemas tutores inteligentes (Easterday, Alevén, Carver and Scheines, 2011).

As evidências sobre as vantagens do uso de Representações Externas para apoio à aprendizagem estão presentes em diversos estudos de Ainsworth, entre outros, (Ainsworth, 2006; Ainsworth, 2008; Cox e Brna, 2005; Cleeremans e Jimenez, 2002), discutindo a real contribuição na melhora do desempenho e compreensão do aprendizado por parte do aluno.

As MREs vêm proporcionando resultados relevantes e, cada vez mais estão presentes em materiais educacionais, uma vez que têm como objetivo destacar aspectos importantes da aprendizagem, assim como, seus benefícios quando incorporados a um STI, por apresentar uma interação sistemática entre aprendiz e o mediador (Rau, Alevén, Rummel, Rohrbach, 2012). Outros estudos vem se consolidando neste sentido (Leite, Pimentel e Oliveira, 2011; Leite, Pimentel e Petrushinski, 2012; Oliveira, Leite e Pimentel 2012).

A consolidação de pesquisas anteriores, nesta área, direcionou este trabalho para a composição e estruturação de um OA chamado Pitágoras. Este apresenta a interface para aplicar aspectos do estudo presentes em modelo arquitetural, detalhado na próxima seção, composto de uma classificação de erros matemáticos para prover remediação a erros por meio das MREs.

Neste artigo, tem-se como objetivo apresentar o resultado de um experimento utilizando o OA Pitágoras aplicado a uma turma do 9º ano de em uma escola da rede pública de ensino do estado do Paraná. Esse experimento visa validar a contribuição da remediação de erros a partir da classificação dos erros matemáticos.

2 Classificação de erros e remediação de erros

Para compor o estudo referente à classificação de erros presentes na literatura foram escolhidos autores (Radatz, 1979; Vergnaud, 1986; Movshovitz-hadar e Zaslavsky, 1987; Peng e Luo, 2009), que apresentavam em seu objeto de estudo o erro matemático. A partir das referidas pesquisas estruturou-se categorização de erros, a ser explorada

neste trabalho, apresentada em Leite, Pimentel e Oliveira (2011), com a nomenclatura: (1) **Interpretação equivocada da linguagem**: esse tipo de erro alertaria para a dificuldade do aluno em avançar na compreensão da estrutura do problema para então ser formulada uma estratégia; (2) **Diretamente Identificáveis**: este tipo de erro pode ser sub-classificado em erro de deficiência no domínio ou uso inadequado de dados e erro de deficiência de regra, teorema ou definição, além do erro referente a operador lógico; (3) **Indiretamente identificáveis**: esta classificação contempla o erro apresentado pela falta de lógica correta, neste caso, poderia ser uma classificação incorreta, uma resposta para uma estratégia incorreta ou transformação sem avanço; (4) **Solução não-categorizável**: o presente erro tem como objetivo contemplar a inexistência de classificação entre os demais.

A apresentação de uma classificação de erros matemáticos é justamente para estruturar a apresentação de uma representação externa no processo de remediação de erros. Assim optou-se por agregar o estudo de Ainsworth (2006), sobre Múltiplas Representações Externas, com o objetivo de viabilizar uma remediação por meio de MRE, com o propósito de permitir a revisão de fatos, regras e conceitos esquecidos.

A Teoria das MRE (Ainsworth, 2006) embasa o uso de técnicas para representar, organizar e apresentar o conhecimento. A autora apresentou uma função para cada categoria de MRE, sendo: função de papéis complementares, com o objetivo de explorar a representação para apoiar ou complementar um processo cognitivo; função restrição de compreensão, com o objetivo restringir possíveis representações, que não sejam relevantes para determinados conceitos; e função de construção de conhecimento aprofundado, com o objetivo explorar a possibilidade do uso de MRE para uma criação de uma compreensão aprofundada obtida pela generalização de regularidades a partir do conteúdo apresentado.

A classificação de erros juntamente com a função MREs tinham como propósito consolidar a oferta de remediação de erro. A fim de tornar mais clara o uso dos referidos conceitos tem-se a arquitetura (Figura 1).

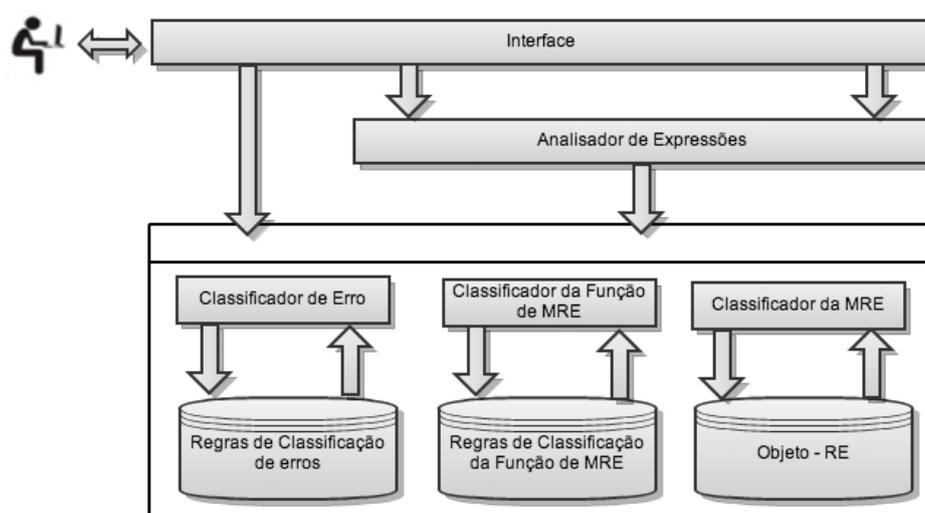


Figura 1. Arquitetura Funcionalista do OA Pitágoras.

O modelo arquitetural é composto por um módulo Classificador de erro, que tem como propósito identificar e classificar o erro, comparando a solução do aprendiz com a solução ideal, usando para isso as regras de produção. Outro módulo é o Classificador de MRE, responsável por vincular a função da MRE adequada ao erro cometido, também explora as regras de produção. Finalmente, para identificar a MRE mais adequada ao momento do aprendizado e apresentá-la ao aprendiz, na sessão de aprendizagem, é usado o Módulo Gerenciador de MRE.

3. Método

O experimento foi aplicado uma turma em do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. Os alunos participaram do estudo como parte de sua instrução matemática regular. Todos tiveram acesso ao OA Pitágoras, que foram estruturados com e sem o processo de remediação, sendo denominados Pitágoras MAX e Pitágoras MIX respectivamente, estruturados especificamente para o estudo.

O Pitágoras Max (Figura 2) foi desenvolvido com todas as premissas do estudo de classificação de erros e função de MREs, a fim de propor a remediação baseada em MRE.

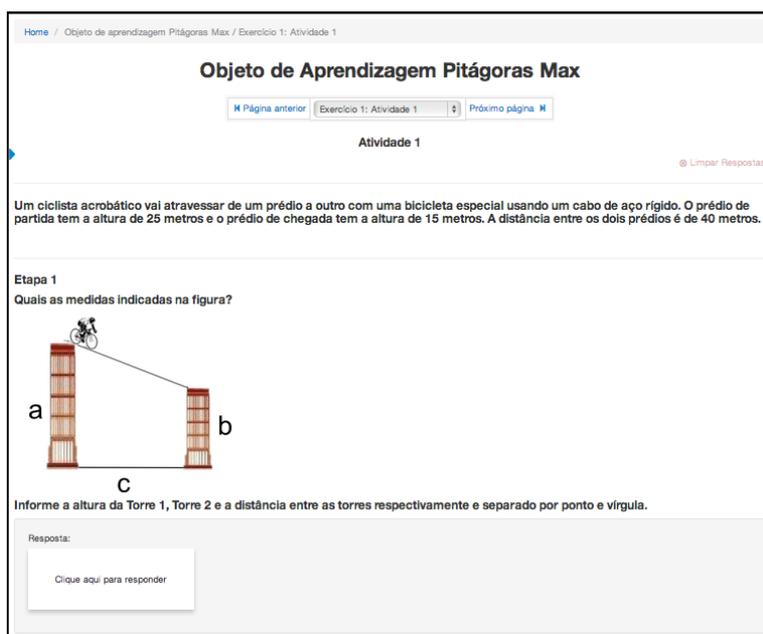


Figura 2. OA Pitágoras Max com remediação com MRE

O Pitágoras Mix (Figura 3) apresentava somente o problema matemático estruturado em forma de enunciado, sinalizando apenas que a resposta estava incorreta. A estratégia adotada foi justamente para se trabalhar com grupo controle e grupo experimental.



Figura 3. OA Pitágoras Mix sem remediação de MRE

Para o experimento os participantes foram distribuídos em dois grupos, o grupo experimental e o grupo controle. O Grupo Experimental foi submetido a intervenção com o OA Pitágoras Max. O Grupo Controle recebeu para a intervenção o OA Pitágoras Mix, com questões idênticas, mas sem o processo de Remediação de erro com MRE.

A figura 4 apresenta o Pitágoras Max com a situação-problema e a respectiva MRE apresentada para a remediação do erro. Assim, para cada tipo de erro apresentado iniciava a classificação (interpretação equivocada da linguagem; diretamente identificáveis; indiretamente identificáveis e solução não-categorizável). A seguir o módulo Classificador de MRE selecionava a função de MRE compatível com a classificação do erro (papéis complementares, restrição de compreensão e construção de conhecimento aprofundado). Para posteriormente o módulo Gerenciador de MRE selecionava a RE mais compatível.

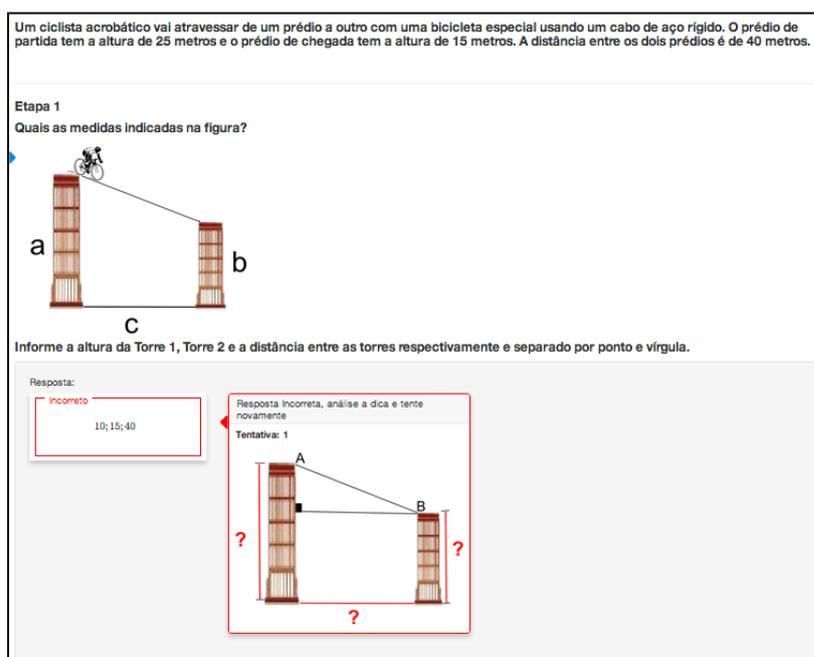


Figura 4 – OA Max com MRE: Situação-problema 1

O processo de remediação é modular, assim inicia com a classificação do erro, para posteriormente propor uma MRE, que pode explorar figuras, tabelas, imagens, gráficos, a partir de um modelo de aprendizagem focado na retenção da informação, mediante práticas iterativas e com diferentes níveis de dificuldades.

Os estudantes foram distribuídos a partir do resultado pré-teste, com o propósito de tornar os grupos homogêneos. O teste foi composto de 6 questões, que envolviam conceitos relacionados ao Teorema de Pitágoras, onde foram definidos o percentual de acertos, e assim, definido os participantes de cada grupo. A fim de tornar mais preciso e formal, as notas do pré-teste foram transformadas em porcentagem de acerto. A seguir, foi feita uma seleção dos alunos com notas crescentes, sendo um por grupo (controle e experimental).

Os 20 participantes do experimento foram, inicialmente, informados sobre os objetivos do experimento, bem como, do caráter voluntário e sigiloso de participação. O experimento foi realizado em 4 horas/aula, cada uma com 50 minutos de duração. Na primeira aula, foi realizado um pré-teste objetivando identificar os conhecimentos prévios em relação ao conteúdo abordado. Num outro dia, os participantes foram convidados a interagirem com o OA a partir das atividades propostas, a seguir resolveram o pós-teste, seguido da aplicação do questionário de satisfação. O questionário, de caráter objetivo, era composto por 12 perguntas referentes aspectos relacionados com a utilização do Objeto de Aprendizagem, sendo 6 questões sobre facilidade de uso, 3 questões referente ao feedback apresentado ao aluno e, finalmente, 3 questões abrangendo o impacto do uso do OA para aprender um conceito.

4. Resultados

Para compor a análise estatística foram estruturadas as seguintes: *hipótese nula*, onde o efeito da aprendizagem nos níveis de conhecimento, compreensão e aplicação do grupo experimental não serem superiores aos do grupo de controle; *hipótese um*, onde o efeito de aprendizagem nos níveis de conhecimento, compreensão e aplicação do grupo experimental eram superiores aos do grupo de controle; e, *hipótese dois*, onde o uso do Objeto de Aprendizagem torna o processo mais atrativo. A hipótese dois teve como suporte para a análise o resultado do teste de satisfação aplicado após o participante cumprir as tarefas no OA.

O experimento tinha como objetivo encontrar uma confirmação positiva para o uso de MREs na remediação do erro. Assim, esperávamos encontrar resultados significativos no uso do OA Max, por propor a remediação do erro com MREs.

As notas dos alunos, a média e o desvio-padrão dos pré-teste e pós-teste podem ser observados na Tabela 1 para o OA Pitágoras Max e na Tabela 2 para o OA Pitágoras Mix. Os resultados confirmam a expectativa geradora da hipótese, ou seja, o uso de remediação de erro apoiado em MREs a partir da classificação do erro contribuiu com o aluno.

A hipótese do experimento é que o OA Max auxilia o aprendiz na aprendizagem de conceitos proporcionando um ganho significativo de aprendizagem aos alunos.

Pitágoras Max		
Aprendiz	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
A1	66,7	100,0
A2	50,0	66,7
A3	80,0	83,3
A4	96,7	96,7
A5	50,0	83,3
A6	83,3	100,0
A7	66,7	83,3
A8	67,5	90,6
A9	75,5	85,9
A10	68,5	86,3
Média	70,5	87,6
Desvio Padrão	14,3	10,0

Tabela 1. Resultado para o OA Max

Pitágoras Mix		
Aprendiz	Pré-teste (%)	Pós-teste (%)
A1	93,3	100,0
A2	56,7	96,7
A3	66,7	66,7
A4	93,3	100,0
A5	96,7	100,0
A6	93,3	100,0
A7	83,3	83,3
A8	100	66,7
A9	96,7	100,0
A10	79,2	93,7
Média	85,9	90,7
Desvio Padrão	14,4	13,7

Tabela 2. Resultado para o OA Mix

Quanto ao desempenho dos participantes no OA Pitágoras Max pode-se afirmar que foi possível descartar a Hipótese Nula, que atingiu 0,05% de significância, concluindo satisfatoriamente, com 95% de confiança, que o OA trouxe ganhos para a aquisição de conceitos matemáticos.

A hipótese nula do OA Pitágoras Max é que a média do pós-teste é menor ou igual a média dos pré-teste. Por outro lado, a alegação visa saber se a média dos pós-teste foi significativamente maior que a média do pré-teste, identificando um ganho na aprendizagem dos alunos. Para tanto, foi utilizado um teste-t pareado, uma vez que a amostra tem tamanho menor que 30. Com um grau de confiança de 95% ($\alpha=0.05$), obtemos $p=0,000412178$ ($t=4,9202$, $df=9$). Assim, como $p < \alpha$, pode-se negar a hipótese nula, concluindo, que há evidências para afirmar com 95% de confiança, que o OA Pitágoras Max auxiliou os participantes na aquisição de conceitos.

A hipótese nula do OA Pitágoras Mix é que a média do pós-teste é menor ou igual a média dos pré-teste. Com um grau de confiança de 95% ($\alpha=0.05$), obtemos $p=0,20834$ ($t=0,8527$, $df=9$). Assim, como $p > \alpha$, não se pode negar a hipótese nula, concluindo, que não existem evidências para afirmar que o OA Pitágoras Mix auxiliou os participantes na aquisição de conceitos. Isso talvez se de, ao fato de se tratar de uma reprodução do modelo didático de sala de aula, composto somente por enunciados de problemas.

Isso evidencia a importância da mudança de paradigma quando se migra do modelo tradicional para uma abordagem mediada por computador. Se os OAs não forem construídos com os devidos cuidados podem não auxiliar o aprendiz e ainda mais podem acabar atrapalhando seu aprendizado.

Quanto ao questionário de satisfação aplicado ao final da interação com os OAs, Pitágoras Mix e Pitágoras Max: 48% do grupo de questões referente a facilidade de uso consideraram plenamente satisfatório aspectos referente a facilidade de uso do OA. No

outro grupo, independente, onde foram analisados aspectos referente feedback, 42% se manifestaram de forma plenamente satisfatório quanto a forma de feedback apresentado. Enquanto, que o grupo resolução de tarefas usando o OA, também analisado de forma independente, 54% consideraram plenamente relevante o uso de um OA para aquisição de um conceito.

4. Conclusões e trabalhos futuros

Existem muitas vantagens no uso de um diagnóstico seguido de uma intervenção, pode-se citar a detecção e remediação de erros de um mesmo contexto e ainda a possibilidade presente em STIs em analisar soluções parciais do aprendiz.

O uso de remediação em STI viabiliza a intervenção junto ao aprendiz antes da progressão em um determinado erro, evitando, assim, uma solução completa, mas equivocada. Como consequência há uma redução no número de erros que pode ocorrer, esse aspecto foi considerado relevante na proposta do referido estudo. Embora o uso de MRE tenha como característica mais notável, a redução da carga cognitiva, comprovada através de experimento a hipótese do estudo.

A arquitetura apresentada permitiu viabilizar a remediação do erro, por intermédio de uma categorização de erro mais específica, que se pretende subdividir em mais categorias, oportunizando uma gama de variedades, que permita ao aprendiz adquirir conhecimentos matemáticos. Como propósito para atender um maior nível de granularidade em relação a apresentação da MRE adequado, usou-se a classificação das funções de MREs.

Como previsto, o OA Pitágoras Max permite aprofundar conhecimentos conceituais usando as conexões, que foram adquiridas através da manipulação do OA. Finalmente, os resultados demonstram significativos ganhos de aprendizagem para os alunos que experimentaram o OA Pitágoras Max.

Concluindo, o presente experimento estende os conceitos envolvendo STI e aquisição de conceitos, classificação de erros vinculados a MREs. Ainda pretende-se fazer mais experimentos com uma amostra maior de alunos, ampliando a validação do estudo. O presente experimento teve como intuito validar suposições.

Ainda pretende-se aplicar outros experimentos usando o modelo arquitetural com outros conceitos matemáticos mediados por OA, com grupos maiores de alunos.

Uma das principais perspectivas para avançar nos estudos é incluir a remediação de erros, através do acompanhamento das etapas de resolução de um problema, a proposição do uso de MREs vem para tornar o aprendizado mais efetivo, auxiliando o aluno na aquisição de conceitos com mais qualidade.

Referencias

- Ainsworth, S.: DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. In: Learning and Instruction, 16, 183-198, (2006)
- Ainsworth, S. The educational value of multiple representations when learning complex scientific concepts. Theory and Practice in Science Education, pp. 191-208, (2008).
- Bazzo, G., Direne, A., Marczal, D. "Classificação automática de erros de aprendizes humanos do processo de indução analítica" In XXII SBIE – Simpósio Brasileiro de

- Informática na Educação (SBIE-2011), p. 130-139, Aracaju, Sergipe, Brasil. SBC, (2011)
- Cleeremans, A.; Jimenez L. *Implicit Learning and Consciousness: An Empirical.* Psychology Press (2002).
- Cox, R.; Brna, P. Supporting the use of external representations in problem solving: The need for flexible learning environments. *Journal of Artificial Intelligence in Education*, v. 6, pp. 239-302 (1995).
- Easterday, M.W., Alevan, V., Scheines, R., Carver, S.M.: Using Tutors to Improve Educational Games.; In *AIED(2011)*, 63-71.
- Leite, M. D.; Pimentel, A. R. Oliveira, F. D. Um estudo sobre classificação de erros: uma proposta aplicada a Objetos de Aprendizagem. In: 22o. Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, 2011, Aracaju - SE. *Anais do XXII SBIE - XVII WIE*, 2011. p. 264-273. Brasil. SBC
- Leite, M. D., Pimentel, A. R., M. H. Pietruchinski. Remediação de erros baseada em Múltiplas Representações Externas e classificação de erros aplicada a Objetos de Aprendizagem Inteligentes. In: *Congresso Brasileiro de Informática na Educação*, 2012, Rio de Janeiro - RJ. *Anais do XXIII SBIE - XVIII WIE*, 2012. Brasil. SBC
- Marczal, D.; Direne, A. I. “Um arcabouço que enfatiza a retroação a contextos de erro na solução de problemas”, *Revista Brasileira de Informática na Educação*, v. 19, n. 63, pp. 19-27, 2011. Brasil. SBC. (2011).
- Movshovitz-hadar, N.; Zaslavsky, O. (1987) “An empirical classification model for errors in high school mathematics”, *Journal for Research in Mathematics Education*, v.18, n.1, p. 3-14, Março.
- Oliveira, F. D., Leite, M. D., Pimentel, A. R. Um Processo de Remediação de Erros com Base no Uso de Múltiplas Representações Externas no Contexto de Objetos de Aprendizagem. In: *Congresso Brasileiro de Informática na Educação*, 2012, Rio de Janeiro - RJ. *Anais do XXIII SBIE - XVIII WIE*, 2012. Brasil. SBC
- Peng, A.; Luo, Z. A framework for examining mathematics teacher knowledge as used in error analysis . *For the Learning of Mathematics*, v. 29, n. 3, pp. 22-25, November (2009).
- Radatz, H. “Error Analyses in Mathematics Education”, *Journal for Research in Mathematics Education*, v.10, n.2, p. 163-172, Maio (1979).
- Rau, M. A., Alevan, V., Rummel, N.: Intelligent tutoring systems with multiple representations and self-explanation prompts support learning of fractions: In: 14th International Conference on Artificial Intelligence, pp. 441-448. IOS Press, Amsterdam (2009).
- Vergnaud, G. “Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas. Un exemplo: as estruturas aditivas”, *Análise Psicológica*, v. 1, n. 5, p. 76-90, (1986).