

# Automatic Generation of a Type-2 Fuzzy System for Time Series Forecast based on Genetic Programming

Marco Antônio da Cunha Ferreira<sup>1</sup>, Ricardo Tanscheit<sup>1</sup>, Marley Vellasco<sup>1</sup>

<sup>1</sup>DEE-PUC-Rio  
Rio de Janeiro, RJ, Brasil

{macfe, ricardo, marley}@ele.puc-rio.br

**Abstract.** *This work describes the development of a type 2 Fuzzy Inference System by using Genetic Programming for applications in time series forecast. The resulting model, called GPFIS-Forecast+ is based on the GPFIS-Forecast created previously, which made use of Multigene Genetic Programming and provided good results. Results show that the system with type 2 fuzzy sets improves the performance, especially for noisy data.*

**Resumo.** *Este trabalho descreve um Sistema Fuzzy do tipo 2 desenvolvido automaticamente com o auxílio da Programação Genética para aplicação em previsão de séries temporais. O modelo resultante, denominado GPFIS-Forecast+, é baseado no GPFIS-Forecast desenvolvido anteriormente, que fez uso da Programação Genética Multigênica com bons resultados. Os resultados demonstram que, conforme o esperado, o sistema com conjuntos fuzzy do tipo 2 melhora o desempenho, principalmente na presença de dados ruidosos.*

## 1. Introdução

Modelos de previsão para séries temporais têm sido aplicados com sucesso em áreas como logística [Ritzman & Krajewski 2003], gestão de investimentos [Hajek 2018], previsão de carga energética [Zor et al. 2017], meteorologia, processamento de sinais [Wang & Mendel 1992], etc. Tais modelos podem ser divididos em [Mahalakshmi et al. 2016]: Modelos Tradicionais e Modelos Computacionais. O primeiro tipo considera fórmulas e técnicas estatísticas, pressupondo que a série temporal representa um processo estocástico, cujo comportamento deve respeitar as leis probabilísticas. Esta abordagem, normalmente, faz uso de métodos de tratamento dos dados para então se executar a previsão. Exemplos podem ser encontrados em [Holt 2004, Brown & Meyer 1961, Winters 1960, Box et al. 2015]. A segunda categoria considera modelos gerados a partir de dados existentes e que são então empregados para prever dados futuros. Neste processo, pode-se fazer uso de Redes Neurais Artificiais [Zhang et al. 1998], Algoritmos Genéticos [Chai et al. 1997], Lógica Fuzzy [Wang & Mendel 1992], [Takagi & Sugeno 1993] e de hibridizações de tais técnicas [Herrera & Magdalena 1997] [Jang 1993, Karaboga & Kaya 2018]. Uma destas hibridizações é o GPFIS-Forecast [Koshiyama 2014, da Cunha 2015], que, em sua essência, é um modelo computacional fuzzy-genético do tipo Pittsburgh [Herrera & Magdalena 1997] que utiliza o método evolutivo Programação Genética Multigênica [Koza 1992, Searson et al. 2007] para gerar uma base de regras ótima para um Sistema de Inferência Fuzzy Mamdani do tipo 1. O estudos descritos em [da C. Ferreira et al. 2015] mostraram o bom desempenho deste modelo.

Este artigo descreve a elaboração do modelo GPFIS-Forecast+, cuja estrutura é também do tipo Mamdani mas que faz uso de conjuntos fuzzy do tipo 2 intervalares [Karnik et al. 1999] com o intuito de se obter uma base de regras mais eficiente e de aprimorar o desempenho, principalmente na presença de dados ruidosos. Segundo [Khosravi et al. 2012], o uso de um sistema fuzzy Takagi-Sugeno do tipo 2 intervalar demonstra uma grande vantagem em termos de acurácia quando comparado a um sistema fuzzy Takagi-Sugeno tipo 1. Pretende-se constatar que tal afirmação também é válida quando da comparação entre o GPFIS-Forecast e o GPFIS-Forecast+.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: a próxima seção discorre sobre a Programação Genética Multigênica, meta-heurística evolutiva na qual o GPFIS-Forecast+ está baseado. A terceira seção apresenta as etapas que configuram o modelo GPFIS-Forecast+: fuzzificação, inferência, redução de tipo, defuzzificação e avaliação. A seção 4 apresenta o estudo de caso. Os resultados e discussões se encontram na seção 5. A seção 6 conclui o trabalho.

## 2. Programação Genética Multigênica

A Programação Genética (PG) [Koza 1992] utiliza o conceito de se evoluírem soluções para problemas. A população é caracterizada por indivíduos – como programas de computador – que representam possíveis soluções para o problema proposto. Estes indivíduos são estruturados em árvores, que retratam uma combinação de operações (círculo laranja na Figura 1) e terminais (círculos azuis na Figura 1).

Terminais são as variáveis do problema a ser resolvido, enquanto que as conexões são funções (operações) matemáticas. O exemplo da Figura 1, mostra um cromossoma cuja representação como uma função é  $X * X$ , ou seja, multiplica-se a variável  $X$  por ela mesma.

À medida que são adicionados diversos tipos de conectores e terminais, a quantidade de indivíduos possíveis expressa a complexidade de soluções para o problema. A programação genética utiliza os conceitos de algoritmos genéticos [Herrera & Magdalena 1997] tais como seleção, cruzamento e mutação, para buscar uma solução ótima.

A Programação Genética Multigênica (PGMG) [Koza 1992] considera que um indivíduo possui mais de uma árvore em sua representação. Assim, uma solução é composta pela agregação de árvores. O exemplo da Figura 2 ilustra um cromossoma com dois genes, cada um com uma árvore.

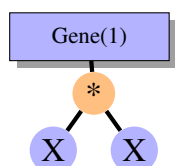


Figura 1. Exemplo de um cromossoma de programação genética

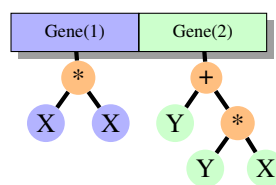


Figura 2. Exemplo de um cromossoma como multigênico da programação genética

Esta estrutura cromossômica abre caminho para outras possibilidades de cruzamento: de alto nível (Figura 3) e de baixo nível (Figura 4).

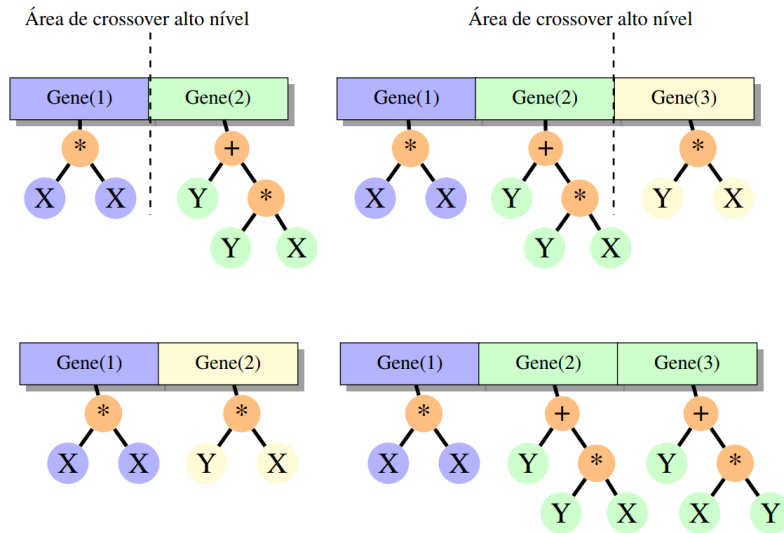


Figura 3. Exemplo de crossover alto nível

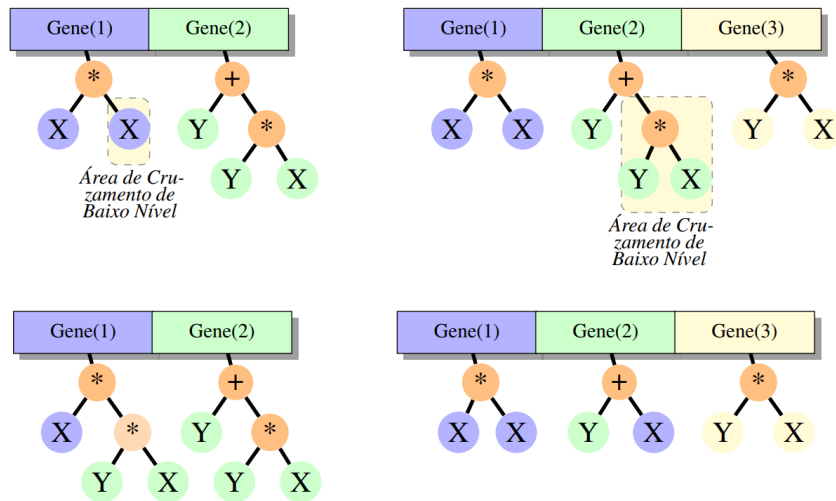


Figura 4. Exemplo de crossover baixo nível

O operador de mutação é usado para refazer um gene inteiro ou para mudar parte de uma árvore de um gene selecionado.

### 3. Modelo GPFIS-Forecast+

A previsão univariada de uma série temporal utiliza informações da própria série para determinar valores futuros. Para uma série temporal de tamanho  $T$ , a  $i$ -ésima janela de previsão, cujo tamanho é  $P$ , é dada por  $\mathbf{s}_i = \{s_{i,1}, \dots, s_{i,p}\}$ , onde  $i \in [1, (T - P)] \in \mathbb{Z}$ . A janela  $\mathbf{s}_i$  é formada por observações  $s_{i,p}$  em cada  $p$ -ésima defasagem  $S_p$ , onde  $p \in [1, P] \in \mathbb{Z}$ . O alvo da previsão é denotado por  $y_i \in Y$ .

O GPFIS-Forecast [da Cunha 2015] é um sistema fuzzy genético do tipo Pittsburgh [Herrera & Magdalena 1997] que, ao ser adaptado para lidar com conjuntos fuzzy do tipo 2 intervalares, assume a configuração ilustrada na Figura 5. Descrevem-se a seguir as funções dos diferentes blocos mostrado nesta figura.

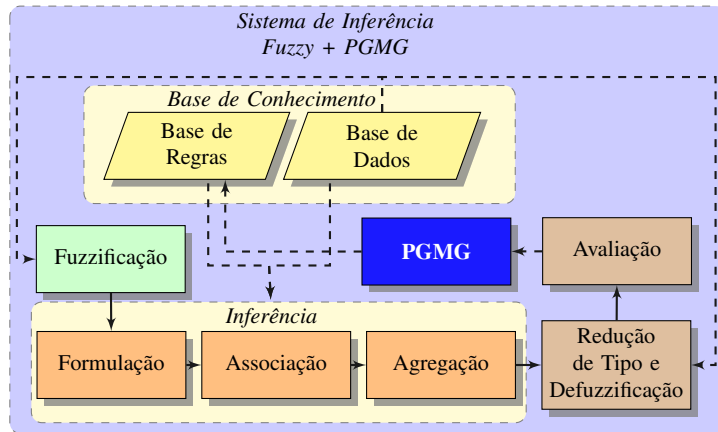


Figura 5. GPFIS - Forecast+

### 3.1. Fuzzificação

Para cada defasagem (lag)  $s_{i,p}$  são associados  $L$  conjuntos fuzzy tipo 2 intervalares  $\tilde{A}_{lp}$ , cuja mancha de incerteza (FOU) [Mendel & John 2002] é delimitada pelos conjuntos  $\overline{A}_{lp}$  e  $\underline{A}_{lp}$  que são, respectivamente, as funções de pertinência superior (UMF) e inferior (LMF) do conjunto fuzzy tipo 2 intervalar  $\tilde{A}_{lp}$ :

$$\overline{A}_{lp} = \left\{ (s_{i,p}, \mu_{\overline{A}_{lp}}(s_{i,p})) \mid s_{i,p} \in S_p, l \in [1, L] \in \mathbb{Z} \right\} \quad (1)$$

$$\underline{A}_{lp} = \left\{ (s_{i,p}, (1 - FOU) * \mu_{\overline{A}_{lp}}(s_{i,p})) \mid s_{i,p} \in S_p, l \in [1, L] \in \mathbb{Z} \right\} \quad (2)$$

A função  $\mu_{A_{lp}} : S_p \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  mapeia cada observação  $s_p$  a um grau de pertinência à  $A_{lp}$ . O parâmetro de mancha de incerteza (FOU), que define a distância entre UMF e LMF, pode variar entre 0 (equivalente a um sistema fuzzy tipo 1) e 0,9.

No processo de fuzzificação são utilizados conjuntos fuzzy do tipo triangular [Unune et al. 2018] e o universo de discurso é delimitado pelo valores de máximo e mínimo dos dados de treino. A Figura 6 mostra um conjunto fuzzy tipo 2 intervalar, delimitado pelos conjuntos fuzzy superior (em vermelho) e inferior (em azul).

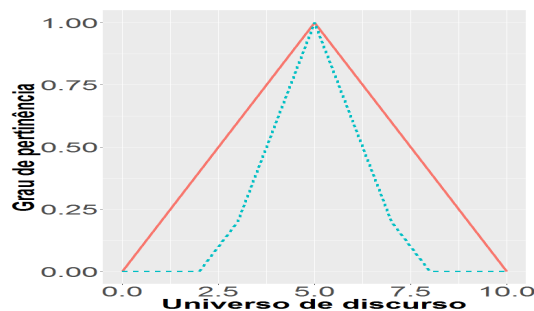


Figura 6. Exemplo de conjunto fuzzy triangular tipo 2.

### 3.2. Inferência

Uma regra fuzzy é composta pela combinação de premissas e consequentes. Um exemplo de regra com P antecedentes e um consequente é:

$$\text{SE } S_1 \text{ é } \tilde{A}_{l,1} \text{ E } \dots \text{ E } S_p \text{ é } \tilde{A}_{l,p} \text{ ENTÃO } S_t \text{ é } \tilde{B}_k$$

A premissa desta regra pode ser expressa matematicamente pela Equação 3, onde um operador t-norma \* representa o conectivo “E” .

$$\mu_{\tilde{A}_d}(\mathbf{s}_{i,P}) = \mu_{\tilde{A}_{l,1}}(s_{i,1}) * \dots * \mu_{\tilde{A}_{l,p}}(s_{i,p}) \quad (3)$$

onde  $\mu_{\tilde{A}_d}(s_{i,1}, \dots, s_{i,p}) = \mu_{\tilde{A}_d}(\mathbf{s}_{i,P})$  é o grau de pertinência conjunto das P defasagens de  $s_i$  em relação à d-ésima de D premissas ( $d \in [1, D] \in \mathbb{Z}$ ).

Do ponto de vista da Programação Genética, a premissa é uma árvore e a base de regras é um cromossoma de árvores, como visto na Figura 7. A primeira premissa representa  $\mu_{\tilde{A}_1}(\mathbf{s}_{1,P}) = \mu_{\tilde{A}_{1,1}}(s_{1,1}) * \mu_{\tilde{A}_{3,2}}(s_{1,2})$ . Esta pode ser expressa de forma linguística como “SE  $S_1$  É  $\tilde{A}_{1;1}$  E  $S_3$  É  $\tilde{A}_{3;3}$ ”.

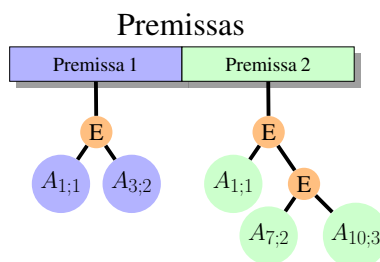


Figura 7. Exemplo de Premissas de uma base de regras

Na etapa de inferência, os dados fuzzificados passam por uma série de operações de acordo com as regras criadas em um processo que consiste em duas partes: formulação e associação.

A formulação, na primeira população da programação genética, cria as premissas das regras de todos os indivíduos de maneira aleatória, precavendo-se para que nunca haja premissas repetidas num mesmo indivíduo. Conforme a população evolui, as premissas dos novos indivíduos são criadas por meio de processos genéticos como cruzamento e mutação.

A associação é o processo que gera os consequentes para cada premissa criada na etapa de formulação. Isto pode ser efetuado de duas maneiras: (i) aleatoriamente ou (ii) utilizando métodos que geram consequentes a partir de informações dos dados. Esta segunda opção é a adotada nesse trabalho.

A métrica que possibilita a escolha do consequente mais adequado para uma determinada premissa é a dos Mínimos Quadrados Restritos (MQR):

$$\begin{aligned} \min : & \sum_{i=1}^T (\hat{\mu}_{\tilde{B}_k}(y_i) - \sum_{d=1}^D w_d \mu_{\tilde{A}_d}(\mathbf{s}_{i,P}))^2 \\ \text{s.a.} : & \sum_{d=1}^{D^{(k)}} w_d = 1 \text{ e } w_d \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

onde  $w_d$  é o peso ou grau de influência de  $\mu_{\bar{A}_d}(s_{i,P})$  para prever valores associados ao  $k$ -ésimo termo consequente  $\bar{B}_k$  ( $K$  conjuntos fuzzy  $\tilde{B}_k$ , onde  $k \in [1, \dots, K] \in \mathbb{Z}$ , são associados a  $Y$  (variável de saída)).

A  $d$ -ésima regra fuzzy de um SIF do tipo Mamdani pode então ser expressa da seguinte forma:

$$R_{Mam}^d : \mu_{\tilde{Z}_d}(u) = \mu_{\bar{A}_d}(s_{i,P}) * \mu_{\tilde{B}_k}(u) \quad (5)$$

onde  $u \in U$  (universo de discurso da função de pertinência  $\tilde{B}_k$ ).

Quando a regra  $R_{mam}^d$  é ativada, o resultado desse processo gera um conjunto fuzzy de saída  $\tilde{Z}_d$  com um intervalo de pertinências para cada valor do universo de discurso  $U$ . Caso mais de uma regra fuzzy das  $D$  existentes na base de regras seja ativada ao mesmo tempo, utiliza-se um operador de agregação para que cada valor de  $u$  possua apenas um intervalo de pertinências, ou seja, uma pertinência para a UMF e uma para a LMF das  $n$  regras ativadas.

A função agregadora  $g$  efetua a seguinte operação:

$$\mu_{\tilde{Z}_g}(u) = g(\mu_{\tilde{Z}_1}(u), \dots, \mu_{\tilde{Z}_D}(u)) \quad (6)$$

Existem diversos operadores de agregação disponíveis na literatura [Calvo et al. 2002], sendo o “máximo” o mais utilizado.

No final do processo de agregação o resultado é um conjunto fuzzy tipo 2 intervalar  $\tilde{Z}_g$  definido como:

$$\tilde{Z}_g = 1/ [\underline{Z}_g, \bar{Z}_g] \quad (7)$$

Observe-se, na equação (7), que a função de pertinência secundária [Mendel & John 2002] é unitária para todo o universo de discurso.

### 3.3. Redução de Tipo

Para se realizar a defuzzificação em um SIF do tipo 2, é necessário efetuar, anteriormente, uma redução de tipo. Para tal é empregado o método de KM [Karnik et al. 1999], apresentado na Tabela 1, e considerando o conjunto fuzzy tipo 2 intervalar definido pelas LMF e UMF  $\underline{\mu}_{Z_g}(u)$  e  $\bar{\mu}_{Z_g}(u)$ , respectivamente. Na tabela,  $w_r$  é o  $r$ -ésimo valor do universo de discurso de  $\underline{\mu}_{Z_g}(u)$  e  $\bar{\mu}_{Z_g}(u)$ . Considera-se também que  $v1_r = \underline{\mu}_{Z_g}(w_r)$  e  $v2_r = \bar{\mu}_{Z_g}(w_r)$ .

**Tabela 1. Método KM**

Calcula-se o $H_L$ :	Calcula-se o $H_R$
Iteração 1:	
Passo 1: calcula-se $c'$ :	
$c' = \frac{\sum_{r=1}^R w_r * \frac{v1_r + v2_r}{2}}{\sum_{r=1}^R \frac{v1_r + v2_r}{2}},$	
Passo 2: encontra-se k tal que $w_k \leq k \leq w_{k+1}$	
Passo 3: calcula-se $cl(k)$ :	Passo 3: calcula-se $cr(k)$ :
$cl(k) = \frac{\sum_{r=1}^k w_r * v1_r + \sum_{r=k+1}^R w_r * v2_r}{\sum_{r=1}^k v1_r + \sum_{r=k+1}^R v2_r}$	$cr(k) = \frac{\sum_{r=1}^k w_r * v2_r + \sum_{r=k+1}^R w_r * v1_r}{\sum_{r=1}^k v1_r + \sum_{r=k+1}^R v2_r},$
Passo 4: verifica-se se $cl(k) = c'$ Se sim então $H_L = k$ e inicia-se o cálculo de $H_L$ , caso contrário se segue para o passo 5.	Passo 4: verifica-se se $cr(k) = c'$ Se sim então $H_R = k$ e inicia-se o cálculo de $H_R$ , caso contrário se segue para o passo 5.
Passo 5: Faz-se “ $c' = cl(k)$ ” . Continua para a próxima iteração	Passo 5: Faz-se “ $c' = cr(k)$ ” . Continua para a próxima iteração
Da segunda iteração em diante, segue-se o caminho a partir do passo 2, até que a verificação do passo 4 seja verdadeira.	

O resultado é o seguinte conjunto fuzzy tipo 1 intervalar:

$$C(x) = \frac{1}{\bigcup_{\forall A_e} c_{\tilde{A}}(A_e)} = \frac{1}{\bigcup_{\forall A_e} \frac{\sum_{i=1}^N x_i \mu_{A_e}(x)}{\sum_{i=1}^N \mu_{A_e}(x)}} \quad cl(\tilde{A}) = \min_{\forall \theta \in [LMF(x), UMF(x)]} \frac{\sum_{i=1}^N x_i \theta}{\sum_{i=1}^N \theta_i}$$

$$= \frac{1}{\{cl(\tilde{A}), \dots, cr(\tilde{A})\}} \quad cr(\tilde{A}) = \max_{\forall \theta \in [LMF(x), UMF(x)]} \frac{\sum_{i=1}^N x_i \theta}{\sum_{i=1}^N \theta_i} \quad (8)$$

Nesta equação,  $A_e$  indica o conjunto fuzzy encapsulado de  $\tilde{A}$  [Mendel & John 2002].

### 3.4. Defuzzificação

Após a redução de tipo, a defuzzificação é realizada por:

$$Output = \frac{cl(H_L) + cr(H_R)}{2} \quad (9)$$

### 3.5. Avaliação

O procedimento de Avaliação no GPFIS-Forecast+ é definido por um objetivo de minimização de erro. Tal objetivo é responsável pela ordenação dos indivíduos na população.

Uma das métricas utilizadas para comparação entres as configurações é o Erro Médio Simétrico Absoluto Percentual (*SMAPe*):

$$SMAPE = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{(y_t + \hat{y}_t)/2}}{T} \quad (10)$$

O Erro Médio Quadrático (RMSE), descrito na Equação 11, é a métrica utilizada para avaliação em todos os processos de previsão do experimento, incluindo as etapas de treinamento e de teste.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_1^N (y_t - \hat{y}_t)^2}{N}} \quad (11)$$

#### 4. Estudo de caso

Deseja-se observar como as bases de regras evoluem com a adição da mancha de incerteza. Para tal, os parâmetros do GPFIS-Forecast+ descritos na Tabela 2 foram utilizados nos experimentos.

**Tabela 2. Parâmetros das configurações do GPFIS-Forecast+**

Parâmetros	Config. 1	Config. 2	Config. 3
Qtd. de previsões	10	10	10
Tipo do SIF	1	2 intervalar	2 intervalar
Janela	8	8	8
Horizonte de previsão	18	18	18
Gerações	100	100	100
Tam. máx. da BR	50	50	50
Profund. da árvore	3	3	3
Tam. da População	49	49	49
Qtd de termos	5	5	5
Parâmetro FOU	0.00	0.90	0.50

A série temporal Mackey-Glass [Mackey et al. 1977], descrita pela Equação 12, foi utilizada nos experimentos.

$$\frac{dx(t)}{dt} = a \frac{x(t - \tau)}{1 + x(t - \tau)^n} - bx, \quad a, b, n > 0, \quad (12)$$

Adotaram-se os seguintes valores para os parâmetros:  $\tau = 70$ ;  $\beta = 0, 1$ ;  $\gamma = 0, 2$ ;  $n = 10$ ;  $x(0) = 1, 2$ ;  $\Delta t = 10$ , número de amostras  $\kappa = 145$  e tamanho do intervalo  $\xi = 1$ .

A Figura 8 mostra a série para  $\tau = 70$  e suas divisões de treinamento, validação e teste.

Para cada uma das três configuração do GPFIS-Forecast+, foram geradas 10 previsões. A melhor previsão na etapa de validação, para cada configuração, foi considerada para a execução da previsão com a base de teste.



## 5. Resultados e Discussões

A Figura 9 mostra as previsões das configurações 1 (Previsão T1) e 2 (Previsão T2). As colunas da Tabela 3 mostram os resultados obtidos com o GPFIS-Forecast+ usando sistemas fuzzy do tipo 1, do tipo 2 com bastante incerteza e do tipo 2 com incerteza intermediária. Nota-se que as três configurações proporcionam resultados muito similares na etapa do treinamento. No entanto, na etapa de teste a base de regras gerada pelo GPFIS-forecast+ com o SIF tipo 2 com muita incerteza obtém uma melhor generalização.

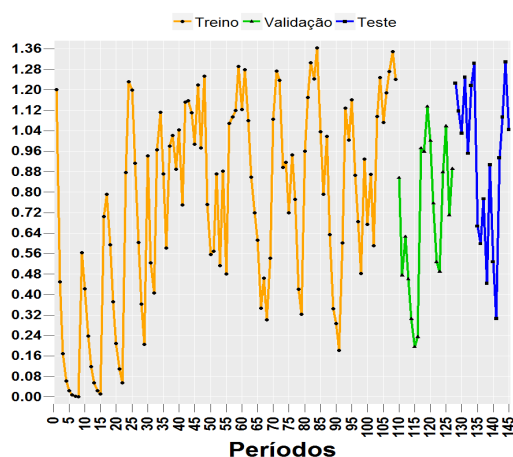


Figura 8. Série Temporal Mackey-Glass

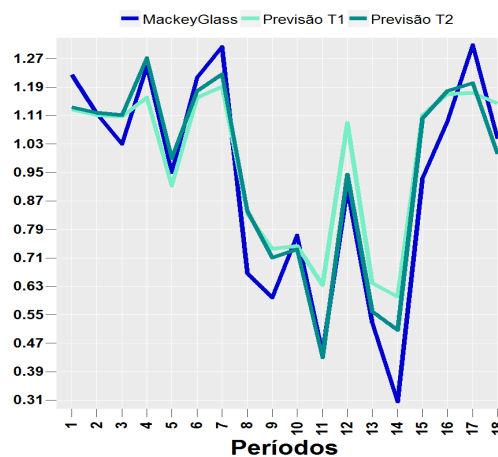


Figura 9. Previsão da série temporal Mackey-Glass para  $\tau = 70$

Tabela 3. Resultados: GPFIS-Forecast+

Parâmetros	Config. 1	Config. 2	Config. 3
Qtd. de previsões	10	10	10
Tipo do SIF	1	2 intervalar	2 intervalar
Janela	8	8	8
Horizonte de previsão	18	18	18
Gerações	100	100	100
Tam. máx. da BR	50	50	50
Profund. da árvore	3	3	3
Tam. da População	49	49	49
Qtd de termos	5	5	5
Parâmetro FOU	0.00	0.90	0.50
Resultados			
Treino SMAPE	0.171698	0.171882	<b>0.168916</b>
Treino RMSE	0.088474	<b>0.085984</b>	0.086360
Validação SMAPE	<b>0.108982</b>	0.203182	0.131101
Validação RMSE	<b>0.067631</b>	0.096191	0.078356
Teste SMAPE	0.279744	<b>0.150133</b>	0.279646
Teste RMSE	0.197588	<b>0.105722</b>	0.195962
Tam. final da BR	10	8	10
Tempo de exec. (h)	8	9	8.1

As Tabelas 4, 5 e 6 apresentam características importantes do modelo: há poucas regras na base de regras final, cada regra apresenta no máximo três antecedentes e o número de termos da variável linguística é suficiente para gerar uma boa precisão, em conjunto com uma boa interpretabilidade, para uma série temporal caótica. As siglas nas tabelas significam: “VL” = Muito baixo, “L” = baixo, “M” = médio, “H” = alto e “VH” =

muito alto. O termo “Lag” sucedido de um número (1 a 8) é utilizado para denominar o elemento da janela de previsão. Cumpre observar que uma janela de tamanho 8 foi a que proporcionou os melhores resultados para o problema em questão (Mackey-Glass).

Na primeira população, cada um dos 49 indivíduos possuía 25 premissas. A etapa de Associação estipula quais destas premissas podem gerar regras válidas (premissas associadas a consequentes), tendo como consequência a eliminação de possíveis regras em excesso, proporcionando assim bases de regras mais sintéticas. Observe-se que, nas regras resultantes, aparecem apenas os lags 2, 3 e 8.

**Tabela 4. BR da configuração 1**

	Antecedentes.1	Antecedentes.2	Antecedentes.3	consequentes
1	L Lag 2	VL Lag 2		VL
2	L Lag 3	H Lag 1	M Lag 2	H
3	L Lag 2	L Lag 2		H
4	M Lag 2	L Lag 2		VH
5	VH Lag 8			VH
6	L Lag 2	M Lag 2		VH
7	H Lag 2	M Lag 2		H
8	M Lag 2	H Lag 2		H
9	H Lag 2	H Lag 2	H Lag 2	M
10	H Lag 2	VH Lag 2		L

**Tabela 5. BR da configuração 2**

	Antecedentes.1	Antecedentes.2	Antecedentes.3	consequentes
1	VL Lag 8	L Lag 2		VL
2	L Lag 2	L Lag 2		H
3	M Lag 2	H Lag 8	M Lag 2	VH
4	M Lag 2	H Lag 2		H
5	H Lag 2	H Lag 2		M
6	VH Lag 2	H Lag 2		VL
7	VH Lag 8			VH
8	VL Lag 2	L Lag 2		VL

**Tabela 6. BR da configuração 3**

	Antecedentes.1	Antecedentes.2	consequentes
1	L Lag 2	VL Lag 2	VL
2	VL Lag 2	L Lag 2	VL
3	L Lag 2	L Lag 2	H
4	M Lag 2	L Lag 2	VH
5	VL Lag 8		VL
6	L Lag 2	M Lag 2	VH
7	M Lag 2	M Lag 2	H
8	H Lag 2	H Lag 2	M
9	VH Lag 2	H Lag 2	L
10	L Lag 1	M Lag 2	VH

O P-valor computado pelo teste de Friedman dos resultados da etapa de validação foi 0.045049. Isso atesta que existe diferença estatística entre os resultados. Ao efetuar uma comparação pareada com o teste post-hoc Holm [García et al. 2009] (Tabela 7) entre configurações tem-se as configurações 1 e 2 sem diferença estatística relevante, com estas duas se destacando na comparação com a terceira.

**Tabela 7. Teste post-hoc Holm para  $\alpha = 0.05$  (FRIEDMAN)**

Configurações	$z = (R_0 - R_i)/SE$	$p$	Holm
Config. 2 com 3	2.459675	0.013906	0.025
Config. 2 com 1	0.894427	0.371093	0.05

## 6. Conclusões e trabalhos futuros

Apresentou-se neste trabalho o modelo GPFIS-Forecast+, destinando à previsão de séries temporais e com conjuntos fuzzy do tipo 2 intervalar. Este modelo apresentou boa acurácia e boa interpretabilidade. A utilização de um SIF do tipo 2 proporcionou excelentes resultados para uma base dados com ruído, quando comparados com os obtidos pelo congênere do tipo 1.

Trabalhos futuros considerarão estratégias de inicialização do processo de evolução. Uma estratégia automática de geração da configuração inicial pode permitir ao GPFIS-Forecast+ começar o processo de evolução com dados mais informativos, facilitando e acelerando o aprendizado.

## Referências

- Box, G. E., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2015). *Time series analysis: forecasting and control*. John Wiley & Sons.
- Brown, R. G. & Meyer, R. F. (1961). The fundamental theorem of exponential smoothing. *Operations Research*, 9(5):673–685.
- Calvo, T., Kolesárová, A., Komorníková, M., & Mesiar, R. (2002). Aggregation operators: properties, classes and construction methods. In: Calvo, T., Mayor, G., & Mesiar, R., editors, *Aggregation Operators*, volume 97 of *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, pages 3–104. Physica-Verlag HD.
- Chai, C. T., Chuek, C. H., Mital, D., & Huat, T. T. (1997). Time series modelling and forecasting using genetic algorithms. In: *First International Conference on Knowledge-Based Intelligent Electronic Systems.*, volume 1, pages 260–268.
- da C. Ferreira, M. A., Koshiyama, A. S., Vellasco, M. M., & Tanscheit, R. (2015). Aprimoramentos de um sistema fuzzy-genético para análise de séries temporais. In: Bastos Filho, C. J. A., Pozo, A. R., & Lopes, H. S., editors, *Anais do 12º Congresso Brasileiro de Inteligência Computacional*, pages 1–6, Curitiba, PR.
- da Cunha, M. A. (2015). *GPFIS - Forecast: Um Sistema Fuzzy-Genético Genérico baseado em Programação Genética para Problemas de Previsão de Séries Temporais*. DEE PUC-Rio, 55p., Dissertação de Mestrado, Rio de Janeiro.
- García, S., Fernández, A., Luengo, J., & Herrera, F. (2009). A study of statistical techniques and performance measures for genetics-based machine learning: accuracy and interpretability. *Soft Computing*, 13(10):959.
- Hajek, P. (2018). Predicting corporate investment/non-investment grade by using interval-valued fuzzy rule-based systems—a cross-region analysis. *Applied Soft Computing*, 62:73 – 85.
- Herrera, F. & Magdalena, L. (1997). Genetic fuzzy systems: A tutorial. *Tatra Mt. Math. Publ.(Slovakia)*, 13:93–121.
- Holt, C. C. (2004). Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages. *International Journal of Forecasting*, 20(1):5–10.
- Jang, J.-S. (1993). ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 23(3):665–685.

- Karaboga, D. & Kaya, E. (2018). Adaptive network based fuzzy inference system (anfis) training approaches: a comprehensive survey. *Artificial Intelligence Review*, pages 1–31.
- Karnik, N. N., Mendel, J. M., & Liang, Q. (1999). Type-2 fuzzy logic systems. *IEEE transactions on Fuzzy Systems*, 7(6):643–658.
- Khosravi, A., Nahavandi, S., Creighton, D., & Srinivasan, D. (2012). Interval type-2 fuzzy logic systems for load forecasting: A comparative study. *IEEE Transactions on Power Systems*, 27(3):1274–1282.
- Koshiyama, A. S. (2014). *GPFIS: Um Sistema Fuzzy-Genético Genérico baseado em Programação Genética*. DEE PUC-Rio, 55p., Dissertação de Mestrado, Rio de Janeiro.
- Koza, J. R. (1992). *Genetic programming: on the programming of computers by means of natural selection*. MIT press.
- Mackey, M. C., Glass, L., et al. (1977). Oscillation and chaos in physiological control systems. *Science*, 197(4300):287–289.
- Mahalakshmi, G., Sridevi, S., & Rajaram, S. (2016). A survey on forecasting of time series data. In: *Computing Technologies and Intelligent Data Engineering (ICCTIDE), International Conference on*, pages 1–8.
- Mendel, J. M. & John, R. B. (2002). Type-2 fuzzy sets made simple. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 10(2):117–127.
- Ritzman, L. & Krajewski, L. (2003). *Administração da produção e operações*. Pearson Prentice Hall.
- Searson, D., Willis, M., & Montague, G. (2007). Co-evolution of non-linear pls model components. *Journal of Chemometrics*, 21(12):592–603.
- Takagi, T. & Sugeno, M. (1993). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. In: *Readings in Fuzzy Sets for Intelligent Systems*, pages 387–403. Elsevier.
- Unune, D. R., Barzani, M. M., Mohite, S. S., & Mali, H. S. (2018). Fuzzy logic-based model for predicting material removal rate and average surface roughness of machined nimonic 80a using abrasive-mixed electro-discharge diamond surface grinding. *Neural Computing and Applications*, 29(9):647–662.
- Wang, L.-X. & Mendel, J. M. (1992). Generating fuzzy rules by learning from examples. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 22(6):1414–1427.
- Winters, P. R. (1960). Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. *Management science*, 6(3):324–342.
- Zhang, G., Patuwo, B. E., & Hu, M. Y. (1998). Forecasting with artificial neural networks:: The state of the art. *International Journal of Forecasting*, 14(1):35–62.
- Zor, K., Timur, O., & Teke, A. (2017). A state-of-the-art review of artificial intelligence techniques for short-term electric load forecasting. In: *6th International Youth Conference on Energy (IYCE)*, pages 1–7.