Performance Analysis of MOEA/D with Surrogate-Based Algorithms in Multi-Objective Problems

Gustavo Henrique Aragão Silva[1] **, André Britto de Carvalho**[1]

[1] Departamento de Computação – Universidade Federal de Sergipe (UFS)
São Cristóvão – SE – Brazil

{gustavo.aragao,andre}@dcomp.ufs.br

Abstract. *DVL Framework is a surrogate-based approach for multi-objective problems. Despite its promising initial results, its performance with decomposition-based algorithms has not been sufficiently analyzed. This work evaluates MOEA/D coupled with the DVL Framework and investigates the effect of the DVL surrogate on MOEA/D, NSGA-II, and NSGA-III. The algorithms are compared on the DTLZ1–DTLZ4 problems with 3 and 10 objectives under different objective-function evaluation budgets, using hypervolume and execution time.*

Resumo. *O DVL Framework é uma abordagem baseada em modelo* surrogate *para problemas com muitos objetivos. Apesar dos bons resultados iniciais, seu desempenho com algoritmos baseados em decomposição ainda não foi suficientemente analisado. Este trabalho avalia o MOEA/D acoplado ao DVL Framework e investiga o efeito do* surrogate *DVL sobre o MOEA/D, o NSGA-II e o NSGA-III. Os algoritmos são comparados nos problemas DTLZ1–DTLZ4, com 3 e 10 objetivos e diferentes orçamentos de avaliações da função objetivo, por meio das métricas de hipervolume e tempo de execução.*

1. Introdução

Problemas de otimização com muitos objetivos (*Many-Objective Optimization Problems*) envolvem quatro ou mais funções objetivo conflitantes. Nesses problemas, não há uma única melhor solução, mas um conjunto de soluções de compromisso conhecido como fronteira de Pareto. Algoritmos evolutivos multiobjetivo (MOEAs) estão entre as abordagens mais difundidas para tratá-los. Entre eles, destacam-se o NSGA-II, baseado em dominância de Pareto [Deb et al. 2002]; o NSGA-III, guiado por pontos de referência [Deb and Jain 2014]; e o MOEA/D, baseado em decomposição [Zhang and Li 2007]. Quando o número de objetivos cresce, aumenta a proporção de soluções não dominadas, e o número de soluções necessárias para aproximar a fronteira de Pareto cresce rapidamente [Ishibuchi et al. 2008, Schütze et al. 2011]. Esse comportamento motiva o uso de estratégias baseadas em pontos de referência e decomposição.

Em muitas aplicações reais, a avaliação da função objetivo é cara, pois depende de simulações ou experimentos custosos [Jin 2011]. Nesses *expensive optimization problems*, o orçamento de avaliações disponível é limitado. Como MOEAs tradicionais costumam exigir dezenas de milhares de avaliações para convergir, sua aplicação pode tornar-

se inviável nesse contexto. Reduzir o número de avaliações reais necessárias para obter uma boa aproximação da fronteira de Pareto é, portanto, um objetivo central da área.

Uma estratégia comum para lidar com avaliações caras é o uso de *surrogates*: modelos substitutos construídos por meio de aprendizado de máquina, que aproximam a função objetivo e são consultados no lugar dela durante a busca [Jin 2011]. Em otimização com muitos objetivos, *surrogates* têm sido empregados tanto para aproximar diretamente as funções objetivo [Hussein and Deb 2016, Deb et al. 2019] quanto, mais recentemente, acoplados a algoritmos baseados em decomposição, como o MOEA/D [Tsujino et al. 2021, de Moraes and Coelho 2023, Berveglieri et al. 2020]. Os *surrogates* reduzem o custo computacional, mas introduzem erros de aproximação, o que pode comprometer a qualidade das soluções encontradas. O equilíbrio entre economia de avaliações e qualidade é o cerne do uso de modelos substitutos em otimização.

Nesse contexto, o *Decision Variable Learning* (DVL) Framework foi proposto como uma técnica de modelagem inversa para MaOPs [Oliveira 2022]. Em vez de aproximar a função objetivo, o DVL treina um modelo de regressão que mapeia o espaço de objetivos para o espaço de variáveis de decisão e o consulta em pontos de referência bem distribuídos, estimando diretamente uma população próxima da fronteira de Pareto com poucas avaliações reais. Essa população estimada pode então semear um MOEA, que gasta o orçamento restante refinando as soluções.

O DVL Framework apresenta bons resultados iniciais, mas sua avaliação original concentra-se em validar o ganho do framework em relação aos MOEAs originais. Assim, ainda resta entender *quanto* do orçamento de avaliações deve ser dedicado ao DVL e como esse balanço afeta cada MOEA, já que algoritmos baseados em decomposição, dominância e pontos de referência exploram a população inicial de formas distintas. Em particular, o impacto de variar sistematicamente a fração do orçamento atribuída ao DVL ainda não havia sido analisado. Também permanece necessário avaliar seu desempenho com um algoritmo baseado em decomposição.

Este trabalho tem como objetivo analisar o desempenho do MOEA/D aplicado ao DVL Framework e investigar o efeito do *surrogate* DVL sobre o MOEA/D, o NSGA-II e o NSGA-III. Para isso, avaliamos os três MOEAs variando a fração do orçamento de avaliações destinada à modelagem inversa (25%, 50% e 75%) e comparamos cada algoritmo híbrido com sua versão original. A avaliação considera duas métricas, tratadas separadamente: o hipervolume, associado à qualidade, e o tempo de execução, associado ao custo. O experimento é conduzido nos problemas de *benchmark* DTLZ1–DTLZ4, com 3 e 10 objetivos, seis orçamentos de avaliação (250 a 100.000) e 20 execuções independentes por configuração. As comparações usam a métrica de hipervolume e são apoiadas por testes estatísticos não paramétricos (Kruskal-Wallis seguido do pós-teste de Conover).

As seções seguintes apresentam a fundamentação teórica (Seção 2), o acoplamento dos MOEAs ao DVL Framework (Seção 3), os experimentos e a discussão dos resultados (Seção 4) e as conclusões (Seção 6).

2. Fundamentação Teórica

Um problema de otimização multiobjetivo busca minimizar (sem perda de generalidade) um vetor de funções objetivo $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_m(\mathbf{x}))$, em que $\mathbf{x}$ é um vetor

de variáveis de decisão no espaço factível [Deb 2001]. Nesse contexto, uma solução $\mathbf{x}^a$ *domina* outra solução $\mathbf{x}^b$ se $f_i(\mathbf{x}^a) \leq f_i(\mathbf{x}^b)$ para todo objetivo $i \in \{1, \ldots, m\}$ e $f_j(\mathbf{x}^a) < f_j(\mathbf{x}^b)$ para pelo menos um objetivo j.

O conjunto das soluções não dominadas forma a fronteira de Pareto, e o objetivo de um MOEA é aproximá-la com boa *convergência* (proximidade da fronteira real) e *diversidade* (espalhamento ao longo dela). Quando $m \geq 4$, fala-se em problemas de otimização com muitos objetivos (MaOP), regime em que a dominância de Pareto perde poder discriminante e estratégias baseadas em pontos de referência (NSGA-III) ou decomposição (MOEA/D) tornam-se vantajosas.

Este estudo considera três MOEAs de paradigmas distintos:

- **MOEA/D**: algoritmo baseado em decomposição que divide o MaOP em subproblemas escalares, cada um associado a um vetor de pesos. Esses subproblemas são otimizados simultaneamente, com troca de informação entre vizinhanças de pesos próximos [Zhang and Li 2007].
- **NSGA-II**: algoritmo baseado em dominância de Pareto, que ordena a população por fronteiras de não dominância e usa a distância de aglomeração para preservar diversidade. Embora seja eficaz com poucos objetivos, perde pressão seletiva quando a quantidade de objetivos cresce [Deb et al. 2002].
- **NSGA-III**: extensão do NSGA-II que substitui a distância de aglomeração por um conjunto de pontos de referência bem distribuídos, associando soluções a esses pontos para manter a diversidade em muitos objetivos [Deb and Jain 2014].

Esses três paradigmas (dominância, pontos de referência e decomposição) exploram a população inicial de maneiras diferentes, o que torna interessante avaliar como cada um responde à semeadura produzida pelo DVL.

Em problemas com avaliação cara, modelos *surrogate* são empregados para reduzir o número de avaliações reais [Jin 2011]. A forma mais comum aproxima diretamente a função objetivo ($\hat{\mathbf{f}} \approx \mathbf{f}$), usando o modelo durante a busca e reavaliando periodicamente soluções promissoras com a função real para corrigir o erro de aproximação. Uma alternativa é a *modelagem inversa*, que aprende o mapeamento do espaço de objetivos para o de variáveis de decisão, permitindo estimar diretamente soluções a partir de pontos-alvo no espaço de objetivos.

2.1. Trabalhos Relacionados

O uso de *surrogates* para reduzir o número de avaliações reais em otimização com muitos objetivos tem sido amplamente estudado, em particular em abordagens acopladas ao MOEA/D. Uma linha emprega *Extreme Learning Machines* como modelo substituto (ELMOEA/D), investigando como a acurácia do *surrogate* afeta o desempenho da busca e adaptando o número de gerações em função dela [Tsujino et al. 2020, Tsujino et al. 2021]. Outra adota *Random Forests* em problemas combinatórios e analisa o efeito de seus hiperparâmetros sobre a aproximação [de Moraes and Coelho 2023]. A maioria desses trabalhos aprende modelos *diretos* das funções objetivo, consultando o *surrogate* no lugar da função real durante a busca.

Em contraste, o *Decision Variable Learning* (DVL) Framework [Oliveira 2022] adota *modelagem inversa*: em vez de aproximar as funções objetivo, treina um modelo de

regressão g que mapeia objetivos em variáveis de decisão e o consulta em pontos de referência uniformemente distribuídos no espaço de objetivos, estimando diretamente uma população próxima da fronteira de Pareto com poucas avaliações reais. Com isso, essa população pode ser usada isoladamente ou como semente de um MOEA. O trabalho original demonstra ganhos do DVL sobretudo em cenários com poucas avaliações e também o avalia em um problema real de sincronização semafórica.

A avaliação original, contudo, concentra-se em validar o framework como um todo, comparando-o aos MOEAs puros. Permanece em aberto quanto do orçamento de avaliações deve ser dedicado ao DVL e como esse balanço afeta cada MOEA, já que algoritmos baseados em decomposição, dominância e pontos de referência exploram a população inicial de formas distintas. Este trabalho preenche essa lacuna ao variar sistematicamente a fração do orçamento dedicada à modelagem inversa (25%, 50% e 75%) e medir seu efeito sobre três MOEAs de paradigmas distintos (MOEA/D, NSGA-II e NSGA-III).

3. MOEA/D aplicado ao DVL Framework

O Algoritmo 1 resume o DVL Framework, que realiza a modelagem inversa do problema de otimização [Oliveira 2022]. Em vez de aproximar as funções objetivo, o modelo aprende o mapeamento inverso, do espaço de objetivos para o espaço de variáveis de decisão.

Algoritmo 1 Modelagem inversa do DVL (adaptado de [Oliveira 2022]).

Entrada: k, tamanho do conjunto de treino.
Saída: população estimada P_{est}.
1. $P \leftarrow LHS(k)$
2. $Avaliar(P)$
3. $RP \leftarrow GerarPontosDeReferencia()$
4. $P_{est} \leftarrow \emptyset$
5. **para** cada $r \in RP$ **faça**
6. $\quad M \leftarrow TreinarModelo(P)$
7. $\quad P_{est} \leftarrow P_{est} \cup M.Predizer(r)$
8. **fim**
9. $Avaliar(P_{est})$

Na preparação (linhas 1–4), amostram-se k vetores de variáveis de decisão por Amostragem por Hipercubo Latino (*Latin Hypercube Sampling*, LHS) e avaliam-se essas soluções com a função objetivo real, formando o conjunto de treino. Em seguida, gera-se um conjunto de pontos de referência RP bem distribuídos sobre um hiperplano normalizado pelo método de Das e Dennis [Das and Dennis 1998], que servem de alvos no espaço de objetivos.

No laço principal (linhas 5–8), para cada ponto de referência $r \in RP$, o modelo de regressão inversa, que mapeia objetivos em variáveis de decisão, é retreinado e consultado em r, produzindo um vetor de variáveis de decisão. Cada vetor predito é adicionado à população estimada P_{est}, de modo que, ao final do laço, P_{est} é uma população próxima da fronteira de Pareto obtida com poucas avaliações reais. Essa população é então avaliada

(linha 9) e retornada, podendo semear um MOEA, isto é, ser usada como população inicial para a busca evolutiva.

3.1. Acoplamento e Uso dos MOEAs

O MOEA/D foi acoplado ao DVL pela divisão explícita do orçamento total de avaliações e em duas fases. O mesmo procedimento é usado no acoplamento do DVL ao NSGA-II e ao NSGA-III. Na primeira fase, o DVL consome uma fração $\rho \in \{0{,}25, 0{,}50, 0{,}75\}$ de e para gerar a população estimada P_{est}. Parte dessas avaliações forma o conjunto de treino amostrado por LHS, enquanto a outra parte avalia as soluções estimadas nos pontos de referência. Na segunda fase, o MOEA recebe P_{est} como população inicial e utiliza a fração restante, $(1 - \rho)e$, para refiná-la. Essa divisão controlada permite estudar como o balanço entre modelagem inversa e busca evolutiva afeta cada algoritmo.

Em si, a população estimada apenas *semeia* o MOEA, que opera em seu tamanho de população natural, ou seja, frações maiores de DVL não reduzem a capacidade de busca do algoritmo, apenas deslocam avaliações da fase evolutiva para a fase de modelagem inversa.

4. Experimentos

Os experimentos foram organizados para responder a três perguntas principais: (i) se o DVL melhora o desempenho do MOEA/D, ainda não avaliado nesse framework; (ii) se o efeito do DVL é semelhante nos três paradigmas considerados, isto é, decomposição (MOEA/D), dominância de Pareto (NSGA-II) e pontos de referência (NSGA-III); e (iii) como a fração do orçamento dedicada à modelagem inversa afeta a qualidade e o custo. Ao longo do texto e das tabelas, chamamos de **Puro** o algoritmo executado sem DVL e de **DVL 25%**, **DVL 50%** e **DVL 75%** as versões em que essa fração do orçamento total é usada para treinar e consultar o modelo inverso antes da busca evolutiva. As análises são apresentadas em quatro eixos: comparação do algoritmo Puro com suas versões com DVL, influência do problema, influência do número de objetivos e efeito da fração de orçamento dedicada ao DVL. A análise principal usa o hipervolume (HV) como métrica de qualidade, enquanto o tempo de execução é discutido como custo complementar. Nas tabelas de hipervolume, o negrito indica a melhor média de cada cenário e as configurações estatisticamente equivalentes a ela; na síntese de vitórias, empates e derrotas, cada versão com DVL é comparada diretamente ao respectivo algoritmo Puro.

4.1. Problemas de *benchmarking*

Utilizamos os quatro primeiros problemas do conjunto DTLZ [Deb et al. 2005], escaláveis no número de objetivos, com fronteiras de Pareto conhecidas e amplamente usados na literatura de otimização com muitos objetivos. Cada um estressa um aspecto diferente da busca:

- **DTLZ1**: fronteira linear sobre um espaço de busca multimodal, com muitos ótimos locais.
- **DTLZ2**: unimodal, com fronteira esférica e o mais simples dos quatro.
- **DTLZ3**: junta a fronteira esférica do DTLZ2 à multimodalidade do DTLZ1, sendo o mais difícil de convergir.
- **DTLZ4**: introduz um viés de densidade de soluções que dificulta a diversidade.

4.2. Algoritmos e Parâmetros

Avaliamos o MOEA/D, NSGA-II e NSGA-III, cada um em quatro variações: Puro e acoplado ao DVL com frações de **25%**, **50%** e **75%** do orçamento, totalizando 12 configurações comparadas em cada cenário.

Tabela 1. Parâmetros comuns dos algoritmos.

Parâmetro	**Valor**
Cruzamento	SBX, $\eta_c = 30$, $p_c = 1{,}0$
Mutação	Polinomial, $\eta_m = 20$, $p_m = 1/n$
Seleção	Torneio binário
Variáveis de decisão	$n = 12$; portanto, $p_m = 1/12 \approx 0{,}0833$
Pontos de referência ($M = 3$)	Das e Dennis, $p = 12$ divisões, 91 pontos
Pontos de referência ($M = 10$)	Das e Dennis, $p = 3$ divisões, 220 pontos
Tamanho da população	Igual ao número de pontos de referência

Os operadores variacionais são os mesmos nos algoritmos puros e nos MOEAs acoplados ao DVL e a tabela 1 apresenta os parâmetros utilizados nos experimentos.

O orçamento total de avaliações assume seis valores: 250, 500, 1.000, 1.500, 10.000 e 100.000. Os orçamentos menores representam o regime escasso de avaliações, de maior interesse para o framework, enquanto 100.000 valida o comportamento em um regime em que os MOEAs convergem.

Tabela 2. Modelos de regressão inversa usados no DVL.

Problema	**Modelo de regressão inversa**
DTLZ1, DTLZ3	SVR
DTLZ2, DTLZ4	MLP com 3 camadas ocultas de 11 neurônios

Do orçamento total e, uma fração ρ é destinada ao DVL, isto é, $e_{DVL} = \mathrm{round}(\rho e)$. Esse valor é então dividido entre as duas etapas: metade dele, limitada ao número de pontos de referência $|RP|$, custeia as soluções estimadas, enquanto o restante é usado nas amostras de treino geradas por LHS. O modelo inverso varia conforme o problema, como detalha a Tabela 2.

Cada uma das 12 configurações foi executada 20 vezes de forma independente em cada um dos $4 \times 2 \times 6 = 48$ cenários (problema $\times$ número de objetivos $\times$ orçamento).

4.3. Métricas de Qualidade

A qualidade das aproximações é avaliada pela métrica de **hipervolume** (HV) [While et al. 2006], indicador que captura simultaneamente convergência e diversidade ao quantificar o volume do espaço de objetivos dominado pela população em relação a um ponto de referência. Valores maiores indicam melhor desempenho. Os pontos de referência do HV seguem os valores adotados em [Oliveira 2022], e o hipervolume é normalizado pelo volume do hipercubo definido por esse ponto. Como métrica complementar de custo, registramos o **tempo de execução de CPU** de cada

execução. As duas métricas são analisadas separadamente: a discussão principal recai sobre o hipervolume, enquanto o tempo é tratado como informação complementar.

Tabela 3. Pontos de referência usados no cálculo do hipervolume.

Problema	$M = 3$	$M = 10$
DTLZ1	$(1{,}0, 1{,}0, 1{,}0)$	$(5{,}0, \ldots, 5{,}0)$
DTLZ2	$(2{,}0, 2{,}0, 2{,}0)$	$(1{,}5, \ldots, 1{,}5)$
DTLZ3	$(10{,}0, 10{,}0, 10{,}0)$	$(50{,}0, \ldots, 50{,}0)$
DTLZ4	$(2{,}0, 2{,}0, 2{,}0)$	$(1{,}5, \ldots, 1{,}5)$

Para avaliar a significância das diferenças, cada cenário (problema, número de objetivos e orçamento) é submetido a um teste estatístico independente. Aplica-se primeiro o teste global de **Kruskal-Wallis** sobre as 12 configurações e, em seguida, o pós-teste pareado de **Conover**, com nível de significância $\alpha = 0{,}05$.

A análise considera a média das 20 execuções e a significância estatística das diferenças. Em cada cenário, a configuração com a melhor média é tomada como referência. As demais configurações sem diferença estatística em relação a ela no pós-teste de Conover também são tratadas como equivalentes ao melhor resultado. Essa regra define tanto a marcação em negrito nas tabelas de hipervolume quanto a contagem de vitórias, empates e derrotas.

5. Resultados e Discussão

A Tabela 4 sintetiza, como vitórias/empates/derrotas, a comparação direta de cada variação com DVL contra o algoritmo Puro correspondente. Uma vitória ocorre quando a variação com DVL supera estatisticamente o algoritmo Puro correspondente. O empate indica ausência de diferença estatística, enquanto a derrota indica desempenho estatisticamente inferior ao Puro. Já as Tabelas 5 e 6 apresentam o hipervolume médio ($\pm$ desvio padrão) para 3 e 10 objetivos. Nessas tabelas, os valores em negrito indicam a melhor média de cada cenário e as configurações estatisticamente equivalentes a ela, conforme o pós-teste de Conover. Por limitação de espaço, os valores médios de tempo são discutidos apenas de forma agregada a partir da Tabela 4.

Tabela 4. Vitórias/Empates/Derrotas (V/E/D) de cada variação MOEA + DVL contra o algoritmo Puro correspondente.

		Hipervolume (V/E/D)		Tempo (V/E/D)	
Algoritmo	Variação	$M = 3$	$M = 10$	$M = 3$	$M = 10$
MOEA/D	DVL 25%	12/10/2	15/7/2	0/0/24	0/0/24
	DVL 50%	15/3/6	18/3/3	2/0/22	0/0/24
	DVL 75%	15/1/8	18/1/5	2/0/22	0/0/24
NSGA-II	DVL 25%	16/6/2	21/1/2	2/0/22	2/0/22
	DVL 50%	17/4/3	22/0/2	2/0/22	2/0/22
	DVL 75%	15/4/5	20/2/2	2/0/22	2/2/20
NSGA-III	DVL 25%	5/6/13	5/7/12	2/0/22	3/2/19
	DVL 50%	5/5/14	6/3/15	3/1/20	4/0/20
	DVL 75%	5/4/15	5/5/14	4/2/18	4/0/20

Tabela 5. Hipervolume médio para as 12 configurações com 3 objetivos.

		MOEA/D				NSGA-II				NSGA-III			
Problema	Aval.	Puro	25%	50%	75%	Puro	25%	50%	75%	Puro	25%	50%	75%
DTLZ1	250	(1.85 ± 8.27)e−4	(3.13 ± 2.07)e−1	(7.83 ± 1.25)e−1	(8.53 ± 0.49)e−1	(7.25 ± 32.43)e−3	(3.08 ± 2.12)e−1	(7.84 ± 1.25)e−1	(8.52 ± 0.49)e−1	(**9.33 ± 0.28**)e**−1**	(6.03 ± 2.02)e−1	(8.34 ± 1.14)e−1	(8.76 ± 0.40)e−1
	500	(9.86 ± 17.32)e−2	(8.81 ± 0.74)e−1	(9.04 ± 0.66)e−1	(8.42 ± 1.48)e−1	(2.12 ± 5.67)e−2	(8.63 ± 0.39)e−1	(8.92 ± 0.59)e−1	(8.13 ± 1.78)e−1	(**9.95 ± 0.03**)e**−1**	(8.72 ± 0.39)e−1	(9.10 ± 0.27)e−1	(8.37 ± 1.74)e−1
	1000	(4.16 ± 3.46)e−1	(8.55 ± 2.75)e−1	(9.26 ± 0.29)e−1	(9.06 ± 0.28)e−1	(4.90 ± 8.07)e−2	(9.17 ± 0.24)e−1	(9.00 ± 0.27)e−1	(8.58 ± 0.67)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(9.44 ± 0.33)e−1	(9.12 ± 0.32)e−1	(8.68 ± 0.72)e−1
	1500	(5.75 ± 4.04)e−1	(9.38 ± 1.35)e−1	(9.50 ± 0.14)e−1	(9.13 ± 0.54)e−1	(1.29 ± 1.55)e−1	(8.94 ± 1.27)e−1	(8.97 ± 0.31)e−1	(8.39 ± 1.87)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(9.45 ± 0.58)e−1	(9.15 ± 0.46)e−1	(8.47 ± 1.80)e−1
	10000	(9.73 ± 1.13)e−1	(9.97 ± 0.04)e−1	(9.93 ± 0.09)e−1	(9.86 ± 0.21)e−1	(1.04 ± 4.64)e−3	(9.92 ± 0.07)e−1	(9.70 ± 0.14)e−1	(8.61 ± 0.66)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(9.96 ± 0.06)e−1	(9.88 ± 0.08)e−1	(9.20 ± 0.40)e−1
	100000	(1.00 ± 0.00)e+0	(1.00 ± 0.00)e+0	(1.00 ± 0.00)e+0	(1.00 ± 0.00)e+0	(3.57 ± 15.73)e−2	(5.71 ± 4.10)e−1	(6.91 ± 3.72)e−1	(9.00 ± 1.22)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(9.98 ± 0.08)e−1
DTLZ2	250	(7.16 ± 0.22)e−1	(7.90 ± 0.20)e−1	(7.89 ± 0.18)e−1	(**8.11 ± 0.18**)e**−1**	(7.80 ± 0.14)e−1	(5.34 ± 0.64)e−1	(6.41 ± 0.43)e−1	(7.48 ± 0.27)e−1	(**8.03 ± 0.16**)e**−1**	(7.58 ± 0.52)e−1	(7.67 ± 0.37)e−1	(7.99 ± 0.23)e−1
	500	(6.65 ± 0.56)e−1	(6.47 ± 0.87)e−1	(7.45 ± 0.49)e−1	(7.88 ± 0.41)e−1	(8.12 ± 0.15)e−1	(8.08 ± 0.26)e−1	(8.62 ± 0.19)e−1	(8.69 ± 0.17)e−1	(9.16 ± 0.10)e−1	(**9.86 ± 0.05**)e**−1**	(**9.87 ± 0.06**)e**−1**	(**9.84 ± 0.12**)e**−1**
	1000	(7.24 ± 0.36)e−1	(7.72 ± 0.51)e−1	(8.22 ± 0.45)e−1	(8.35 ± 0.49)e−1	(8.21 ± 0.15)e−1	(8.62 ± 0.18)e−1	(9.01 ± 0.12)e−1	(8.97 ± 0.16)e−1	(9.65 ± 0.36)e−1	(**9.83 ± 0.29**)e**−1**	(**9.78 ± 0.22**)e**−1**	(9.63 ± 0.16)e−1
	1500	(7.48 ± 0.30)e−1	(8.23 ± 0.39)e−1	(8.47 ± 0.49)e−1	(8.17 ± 0.50)e−1	(8.17 ± 0.17)e−1	(8.64 ± 0.25)e−1	(9.09 ± 0.21)e−1	(8.99 ± 0.18)e−1	(**9.86 ± 0.09**)e**−1**	(**9.77 ± 0.52**)e**−1**	(9.46 ± 1.06)e−1	(9.37 ± 0.46)e−1
	10000	(8.11 ± 0.31)e−1	(8.62 ± 0.27)e−1	(8.44 ± 0.26)e−1	(8.50 ± 0.30)e−1	(6.11 ± 0.38)e−1	(6.93 ± 0.36)e−1	(7.37 ± 0.43)e−1	(8.42 ± 0.41)e−1	(**9.79 ± 0.88**)e**−1**	(**9.99 ± 0.02**)e**−1**	(**9.94 ± 0.16**)e**−1**	(9.85 ± 0.33)e−1
	100000	(8.56 ± 0.18)e−1	(8.74 ± 0.13)e−1	(8.70 ± 0.19)e−1	(8.71 ± 0.21)e−1	(5.34 ± 0.35)e−1	(6.23 ± 0.54)e−1	(6.43 ± 0.55)e−1	(6.51 ± 0.53)e−1	(**9.99 ± 0.01**)e**−1**	(**9.99 ± 0.01**)e**−1**	(9.99 ± 0.01)e−1	(**9.99 ± 0.01**)e**−1**
DTLZ3	250	(1.91 ± 2.28)e−1	(6.56 ± 1.17)e−1	(9.17 ± 0.23)e−1	(9.43 ± 0.11)e−1	(1.79 ± 1.97)e−1	(6.10 ± 1.43)e−1	(9.14 ± 0.22)e−1	(9.40 ± 0.10)e−1	(**9.94 ± 0.02**)e**−1**	(7.83 ± 1.28)e−1	(9.34 ± 0.17)e−1	(9.49 ± 0.09)e−1
	500	(6.24 ± 2.90)e−1	(8.91 ± 1.56)e−1	(9.52 ± 0.06)e−1	(9.53 ± 0.03)e−1	(3.70 ± 1.50)e−1	(9.40 ± 0.16)e−1	(9.50 ± 0.05)e−1	(9.52 ± 0.01)e−1	(**9.99 ± 0.02**)e**−1**	(9.42 ± 0.15)e−1	(9.63 ± 0.04)e−1	(9.62 ± 0.04)e−1
	1000	(9.55 ± 0.43)e−1	(9.21 ± 1.22)e−1	(9.74 ± 0.17)e−1	(6.95 ± 1.94)e−1	(7.09 ± 1.38)e−1	(9.67 ± 0.04)e−1	(9.68 ± 0.04)e−1	(6.48 ± 1.80)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(9.93 ± 0.09)e−1	(9.91 ± 0.11)e−1	(8.06 ± 0.86)e−1
	1500	(9.83 ± 0.18)e−1	(9.65 ± 0.42)e−1	(8.73 ± 2.18)e−1	(5.04 ± 2.78)e−1	(8.79 ± 0.83)e−1	(9.73 ± 0.03)e−1	(8.28 ± 0.86)e−1	(4.53 ± 2.61)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(9.98 ± 0.01)e−1	(9.02 ± 0.64)e−1	(5.26 ± 2.55)e−1
	10000	(1.00 ± 0.00)e+0	(1.00 ± 0.00)e+0	(9.98 ± 0.04)e−1	(9.92 ± 0.11)e−1	(3.54 ± 3.96)e−1	(9.96 ± 0.03)e−1	(9.89 ± 0.04)e−1	(9.39 ± 0.30)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(1.00 ± 0.00)e+0	(9.99 ± 0.02)e−1	(9.71 ± 0.19)e−1
	100000	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(1.00 ± 0.00)e+0	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(1.00 ± 0.00)e+0	(2.78 ± 2.74)e−1	(8.62 ± 3.02)e−1	(8.57 ± 2.84)e−1	(9.97 ± 0.12)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**
DTLZ4	250	(6.24 ± 0.72)e−1	(8.03 ± 0.42)e−1	(8.91 ± 0.35)e−1	(**9.27 ± 0.25**)e**−1**	(7.29 ± 0.71)e−1	(5.33 ± 1.28)e−1	(8.22 ± 0.67)e−1	(9.00 ± 0.36)e−1	(8.73 ± 1.04)e−1	(8.79 ± 0.56)e−1	(**9.31 ± 0.22**)e**−1**	(**9.38 ± 0.21**)e**−1**
	500	(7.71 ± 0.49)e−1	(8.33 ± 0.36)e−1	(8.52 ± 0.61)e−1	(9.20 ± 0.31)e−1	(7.87 ± 0.43)e−1	(9.53 ± 0.14)e−1	(9.67 ± 0.12)e−1	(9.63 ± 0.11)e−1	(9.35 ± 0.31)e−1	(**9.93 ± 0.03**)e**−1**	(**9.91 ± 0.03**)e**−1**	(9.89 ± 0.02)e−1
	1000	(8.37 ± 0.48)e−1	(8.84 ± 0.35)e−1	(9.09 ± 0.18)e−1	(9.29 ± 0.24)e−1	(8.82 ± 0.31)e−1	(9.77 ± 0.06)e−1	(9.88 ± 0.03)e−1	(9.89 ± 0.02)e−1	(9.68 ± 0.36)e−1	(**9.96 ± 0.02**)e**−1**	(9.93 ± 0.02)e−1	(9.92 ± 0.01)e−1
	1500	(8.50 ± 0.49)e−1	(9.00 ± 0.16)e−1	(9.04 ± 0.20)e−1	(9.21 ± 0.26)e−1	(9.34 ± 0.18)e−1	(9.75 ± 0.04)e−1	(9.91 ± 0.02)e−1	(9.90 ± 0.01)e−1	(9.73 ± 0.51)e−1	(**9.97 ± 0.01**)e**−1**	(**9.96 ± 0.01**)e**−1**	(9.94 ± 0.01)e−1
	10000	(8.80 ± 0.10)e−1	(8.69 ± 0.15)e−1	(8.77 ± 0.15)e−1	(8.89 ± 0.13)e−1	(7.08 ± 0.33)e−1	(7.37 ± 0.44)e−1	(7.93 ± 0.29)e−1	(9.37 ± 0.17)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(9.98 ± 0.00)e−1	(9.98 ± 0.00)e−1	(9.98 ± 0.00)e−1
	100000	(8.55 ± 0.25)e−1	(8.42 ± 0.20)e−1	(8.43 ± 0.30)e−1	(8.43 ± 0.27)e−1	(5.62 ± 0.19)e−1	(6.42 ± 0.53)e−1	(6.44 ± 0.38)e−1	(6.69 ± 0.44)e−1	(**9.99 ± 0.01**)e**−1**	(**9.99 ± 0.00**)e**−1**	(9.99 ± 0.00)e−1	(9.99 ± 0.00)e−1

Tabela 6. Hipervolume médio para as 12 configurações com 10 objetivos.

		MOEA/D				NSGA-II				NSGA-III			
Problema	Aval.	Puro	25%	50%	75%	Puro	25%	50%	75%	Puro	25%	50%	75%
DTLZ1	250	(1.85 ± 8.27)e−4	(3.13 ± 2.07)e−1	(7.83 ± 1.25)e−1	(8.53 ± 0.49)e−1	(7.25 ± 32.43)e−3	(3.08 ± 2.12)e−1	(7.84 ± 1.25)e−1	(8.52 ± 0.49)e−1	(**9.33 ± 0.28**)e**−1**	(6.03 ± 2.02)e−1	(8.34 ± 1.14)e−1	(8.76 ± 0.40)e−1
	500	(9.86 ± 17.32)e−2	(8.81 ± 0.74)e−1	(9.04 ± 0.66)e−1	(8.42 ± 1.48)e−1	(2.12 ± 5.67)e−2	(8.63 ± 0.39)e−1	(8.92 ± 0.59)e−1	(8.13 ± 1.78)e−1	(**9.95 ± 0.03**)e**−1**	(8.72 ± 0.39)e−1	(9.10 ± 0.27)e−1	(8.37 ± 1.74)e−1
	1000	(4.16 ± 3.46)e−1	(8.55 ± 2.75)e−1	(9.26 ± 0.29)e−1	(9.06 ± 0.28)e−1	(4.90 ± 8.07)e−2	(9.17 ± 0.24)e−1	(9.00 ± 0.27)e−1	(8.58 ± 0.67)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(9.44 ± 0.33)e−1	(9.12 ± 0.32)e−1	(8.68 ± 0.72)e−1
	1500	(5.75 ± 4.04)e−1	(9.38 ± 1.35)e−1	(9.50 ± 0.14)e−1	(9.13 ± 0.54)e−1	(1.29 ± 1.55)e−1	(8.94 ± 1.27)e−1	(8.97 ± 0.31)e−1	(8.39 ± 1.87)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(9.45 ± 0.58)e−1	(9.15 ± 0.46)e−1	(8.47 ± 1.80)e−1
	10000	(9.73 ± 1.13)e−1	(9.97 ± 0.04)e−1	(9.93 ± 0.09)e−1	(9.86 ± 0.21)e−1	(1.04 ± 4.64)e−3	(9.92 ± 0.07)e−1	(9.70 ± 0.14)e−1	(8.61 ± 0.66)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(9.96 ± 0.06)e−1	(9.88 ± 0.08)e−1	(9.20 ± 0.40)e−1
	100000	(1.00 ± 0.00)e+0	(1.00 ± 0.00)e+0	(1.00 ± 0.00)e+0	(1.00 ± 0.00)e+0	(3.57 ± 15.73)e−2	(5.71 ± 4.10)e−1	(6.91 ± 3.72)e−1	(9.00 ± 1.22)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(9.98 ± 0.08)e−1
DTLZ2	250	(7.16 ± 0.22)e−1	(7.90 ± 0.20)e−1	(7.89 ± 0.18)e−1	(**8.11 ± 0.18**)e**−1**	(7.80 ± 0.14)e−1	(5.34 ± 0.64)e−1	(6.41 ± 0.43)e−1	(7.48 ± 0.27)e−1	(**8.03 ± 0.16**)e**−1**	(7.58 ± 0.52)e−1	(7.67 ± 0.37)e−1	(7.99 ± 0.23)e−1
	500	(6.65 ± 0.56)e−1	(6.47 ± 0.87)e−1	(7.45 ± 0.49)e−1	(7.88 ± 0.41)e−1	(8.12 ± 0.15)e−1	(8.08 ± 0.26)e−1	(8.62 ± 0.19)e−1	(8.69 ± 0.17)e−1	(9.16 ± 0.10)e−1	(**9.86 ± 0.05**)e**−1**	(**9.87 ± 0.06**)e**−1**	(**9.84 ± 0.12**)e**−1**
	1000	(7.24 ± 0.36)e−1	(7.72 ± 0.51)e−1	(8.22 ± 0.45)e−1	(8.35 ± 0.49)e−1	(8.21 ± 0.15)e−1	(8.62 ± 0.18)e−1	(9.01 ± 0.12)e−1	(8.97 ± 0.16)e−1	(9.65 ± 0.36)e−1	(**9.83 ± 0.29**)e**−1**	(**9.78 ± 0.22**)e**−1**	(9.63 ± 0.16)e−1
	1500	(7.48 ± 0.30)e−1	(8.23 ± 0.39)e−1	(8.47 ± 0.49)e−1	(8.17 ± 0.50)e−1	(8.17 ± 0.17)e−1	(8.64 ± 0.25)e−1	(9.09 ± 0.21)e−1	(8.99 ± 0.18)e−1	(**9.86 ± 0.09**)e**−1**	(**9.77 ± 0.52**)e**−1**	(9.46 ± 1.06)e−1	(9.37 ± 0.46)e−1
	10000	(8.11 ± 0.31)e−1	(8.62 ± 0.27)e−1	(8.44 ± 0.26)e−1	(8.50 ± 0.30)e−1	(6.11 ± 0.38)e−1	(6.93 ± 0.36)e−1	(7.37 ± 0.43)e−1	(8.42 ± 0.41)e−1	(**9.79 ± 0.88**)e**−1**	(**9.99 ± 0.02**)e**−1**	(**9.94 ± 0.16**)e**−1**	(9.85 ± 0.33)e−1
	100000	(8.56 ± 0.18)e−1	(8.74 ± 0.13)e−1	(8.70 ± 0.19)e−1	(8.71 ± 0.21)e−1	(5.34 ± 0.35)e−1	(6.23 ± 0.54)e−1	(6.43 ± 0.55)e−1	(6.51 ± 0.53)e−1	(**9.99 ± 0.01**)e**−1**	(**9.99 ± 0.01**)e**−1**	(9.99 ± 0.01)e−1	(**9.99 ± 0.01**)e**−1**
DTLZ3	250	(1.91 ± 2.28)e−1	(6.56 ± 1.17)e−1	(9.17 ± 0.23)e−1	(9.43 ± 0.11)e−1	(1.79 ± 1.97)e−1	(6.10 ± 1.43)e−1	(9.14 ± 0.22)e−1	(9.40 ± 0.10)e−1	(**9.94 ± 0.02**)e**−1**	(7.83 ± 1.28)e−1	(9.34 ± 0.17)e−1	(9.49 ± 0.09)e−1
	500	(6.24 ± 2.90)e−1	(8.91 ± 1.56)e−1	(9.52 ± 0.06)e−1	(9.53 ± 0.03)e−1	(3.70 ± 1.50)e−1	(9.40 ± 0.16)e−1	(9.50 ± 0.05)e−1	(9.52 ± 0.01)e−1	(**9.99 ± 0.02**)e**−1**	(9.42 ± 0.15)e−1	(9.63 ± 0.04)e−1	(9.62 ± 0.04)e−1
	1000	(9.55 ± 0.43)e−1	(9.21 ± 1.22)e−1	(9.74 ± 0.17)e−1	(6.95 ± 1.94)e−1	(7.09 ± 1.38)e−1	(9.67 ± 0.04)e−1	(9.68 ± 0.04)e−1	(6.48 ± 1.80)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(9.93 ± 0.09)e−1	(9.91 ± 0.11)e−1	(8.06 ± 0.86)e−1
	1500	(9.83 ± 0.18)e−1	(9.65 ± 0.42)e−1	(8.73 ± 2.18)e−1	(5.04 ± 2.78)e−1	(8.79 ± 0.83)e−1	(9.73 ± 0.03)e−1	(8.28 ± 0.86)e−1	(4.53 ± 2.61)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(9.98 ± 0.01)e−1	(9.02 ± 0.64)e−1	(5.26 ± 2.55)e−1
	10000	(1.00 ± 0.00)e+0	(1.00 ± 0.00)e+0	(9.98 ± 0.04)e−1	(9.92 ± 0.11)e−1	(3.54 ± 3.96)e−1	(9.96 ± 0.03)e−1	(9.89 ± 0.04)e−1	(9.39 ± 0.30)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(1.00 ± 0.00)e+0	(9.99 ± 0.02)e−1	(9.71 ± 0.19)e−1
	100000	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(1.00 ± 0.00)e+0	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(1.00 ± 0.00)e+0	(2.78 ± 2.74)e−1	(8.62 ± 3.02)e−1	(8.57 ± 2.84)e−1	(9.97 ± 0.12)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**
DTLZ4	250	(6.24 ± 0.72)e−1	(8.03 ± 0.42)e−1	(8.91 ± 0.35)e−1	(**9.27 ± 0.25**)e**−1**	(7.29 ± 0.71)e−1	(5.33 ± 1.28)e−1	(8.22 ± 0.67)e−1	(9.00 ± 0.36)e−1	(8.73 ± 1.04)e−1	(8.79 ± 0.56)e−1	(**9.31 ± 0.22**)e**−1**	(**9.38 ± 0.21**)e**−1**
	500	(7.71 ± 0.49)e−1	(8.33 ± 0.36)e−1	(8.52 ± 0.61)e−1	(9.20 ± 0.31)e−1	(7.87 ± 0.43)e−1	(9.53 ± 0.14)e−1	(9.67 ± 0.12)e−1	(9.63 ± 0.11)e−1	(9.35 ± 0.31)e−1	(**9.93 ± 0.03**)e**−1**	(**9.91 ± 0.03**)e**−1**	(9.89 ± 0.02)e−1
	1000	(8.37 ± 0.48)e−1	(8.84 ± 0.35)e−1	(9.09 ± 0.18)e−1	(9.29 ± 0.24)e−1	(8.82 ± 0.31)e−1	(9.77 ± 0.06)e−1	(9.88 ± 0.03)e−1	(9.89 ± 0.02)e−1	(9.68 ± 0.36)e−1	(**9.96 ± 0.02**)e**−1**	(9.93 ± 0.02)e−1	(9.92 ± 0.01)e−1
	1500	(8.50 ± 0.49)e−1	(9.00 ± 0.16)e−1	(9.04 ± 0.20)e−1	(9.21 ± 0.26)e−1	(9.34 ± 0.18)e−1	(9.75 ± 0.04)e−1	(9.91 ± 0.02)e−1	(9.90 ± 0.01)e−1	(9.73 ± 0.51)e−1	(**9.97 ± 0.01**)e**−1**	(**9.96 ± 0.01**)e**−1**	(9.94 ± 0.01)e−1
	10000	(8.80 ± 0.10)e−1	(8.69 ± 0.15)e−1	(8.77 ± 0.15)e−1	(8.89 ± 0.13)e−1	(7.08 ± 0.33)e−1	(7.37 ± 0.44)e−1	(7.93 ± 0.29)e−1	(9.37 ± 0.17)e−1	(**1.00 ± 0.00**)e**+0**	(9.98 ± 0.00)e−1	(9.98 ± 0.00)e−1	(9.98 ± 0.00)e−1
	100000	(8.55 ± 0.25)e−1	(8.42 ± 0.20)e−1	(8.43 ± 0.30)e−1	(8.43 ± 0.27)e−1	(5.62 ± 0.19)e−1	(6.42 ± 0.53)e−1	(6.44 ± 0.38)e−1	(6.69 ± 0.44)e−1	(**9.99 ± 0.01**)e**−1**	(**9.99 ± 0.00**)e**−1**	(9.99 ± 0.00)e−1	(9.99 ± 0.00)e−1

Efeito do DVL por algoritmo. O impacto do DVL depende fortemente do algoritmo (Tabela 4). Para MOEA/D e NSGA-II, o DVL melhora consistentemente o hipervolume: com 10 objetivos, o NSGA-II + DVL 50% supera o NSGA-II Puro em 22 dos 24 cenários, e o MOEA/D + DVL 50% vence em 18. O NSGA-III é a exceção, pois o DVL tende a reduzir seu hipervolume. Esse comportamento não pode ser atribuído apenas ao uso de pontos de referência, uma vez que o MOEA/D também utiliza direções de busca definidas por vetores de peso. Os resultados indicam, portanto, uma interação entre a população semeada pelo DVL e os mecanismos de seleção e atualização de cada algoritmo, mas o experimento não permite isolar a causa dessa diferença.

Influência do problema. O benefício do DVL é mais acentuado em DTLZ1 e DTLZ3, cujos espaços multimodais fazem os algoritmos Puros estagnarem com hipervolume próximo de zero nos menores orçamentos (Tabelas 5 e 6). Nesses casos, a semeadura por modelagem inversa fornece uma população inicial mais próxima da fronteira. No DTLZ2 as diferenças são menores, e no DTLZ4 o DVL ajuda a contornar o viés de densidade.

Efeito do número de objetivos. O ganho do DVL cresce com o número de objetivos para MOEA/D e NSGA-II. Ao comparar $M = 3$ e $M = 10$ na Tabela 4, observa-se que o número de vitórias aumenta em praticamente todas as frações. Isso é coerente com a perda de poder da dominância de Pareto em muitos objetivos, regime em que

uma boa população inicial passa a ter maior peso. O NSGA-III mantém comportamento desfavorável em ambos os casos.

Escolha da fração de orçamento. Não há uma fração uniformemente ótima. Nos orçamentos mais baixos (250, 500, 1.000 e 1.500 avaliações), frações maiores (50% e 75%) tendem a gerar sementes melhores. Nos orçamentos mais altos (10.000 e 100.000 avaliações), frações menores preservam mais avaliações para o refinamento evolutivo. Frações excessivas podem prejudicar o desempenho, como ocorre em DTLZ3 com 10 objetivos. No conjunto, 50% mostra-se a escolha mais robusta.

Influência do orçamento total. A vantagem do DVL é mais evidente sob orçamentos restritos, nos quais a qualidade obtida após poucas avaliações é especialmente relevante. Com 10.000 e, sobretudo, 100.000 avaliações, essa vantagem se reduz, pois os algoritmos Puros dispõem de maior orçamento para a busca evolutiva e alcançam ou superam as variações com DVL em parte dos cenários, como em DTLZ1 e DTLZ3 (Tabelas 5 e 6). Essa distinção caracteriza um ganho em regimes de poucas avaliações, mas não sustenta uma vantagem uniforme do DVL no desempenho final sob orçamentos elevados.

Tempo de execução. Como mostra a Tabela 4, os algoritmos Puros são mais rápidos que praticamente todas as variações com DVL. Nas funções DTLZ, a avaliação objetivo é barata e o treinamento do modelo domina o tempo total. Portanto, o ganho de tempo esperado com *surrogates* só deve se materializar quando cada avaliação real for de fato custosa.

6. Conclusões

Este trabalho analisou o impacto do DVL Framework sobre três MOEAs de paradigmas distintos: MOEA/D, NSGA-II e NSGA-III. Para isso, variou-se de forma controlada a fração do orçamento de avaliações dedicada à modelagem inversa (25%, 50% e 75%) e comparou-se cada híbrido com o algoritmo original. A avaliação cobriu os problemas DTLZ1–DTLZ4, com 3 e 10 objetivos, e seis orçamentos de avaliação. Foram realizadas 20 execuções independentes por configuração, e os resultados foram analisados com testes estatísticos não paramétricos.

Os principais resultados mostram que o efeito do DVL depende do algoritmo. Ele melhora significativamente o hipervolume do MOEA/D e do NSGA-II em orçamentos restritos. Esse ganho aumenta com o número de objetivos e é mais pronunciado nos problemas com maior dificuldade de convergência (DTLZ1 e DTLZ3). Em contrapartida, o DVL tende a *prejudicar* o NSGA-III, cuja estratégia já se apoia em pontos de referência. A fração de 50% do orçamento revelou-se a escolha mais robusta, ao equilibrar a qualidade da população semeada e o orçamento disponível para a busca evolutiva. Em funções objetivo baratas, como as do *benchmark* DTLZ, o uso do DVL acarreta maior tempo de execução, pois o custo de treinar o modelo supera a economia de avaliações.

Como trabalhos futuros, pretende-se estender a análise a um conjunto maior de MaOPs da literatura e a problemas com avaliação efetivamente cara, em que o *trade-off* entre qualidade e tempo poderá favorecer o framework. Também se pretende investigar

por que o framework não beneficia algoritmos baseados em pontos de referência, como o NSGA-III, e estudar modelos de regressão alternativos e estratégias adaptativas para definir automaticamente a fração de orçamento dedicada ao DVL ao longo da execução.

Referências

Berveglieri, N., Derbel, B., Liefooghe, A., Zhang, Q., and Tanaka, K. (2020). Designing parallelism in surrogate-assisted multiobjective optimization based on decomposition. In *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO '20)*.

Das, I. and Dennis, J. E. (1998). Normal-boundary intersection: A new method for generating the pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems. *SIAM Journal on Optimization*, 8(3):631–657.

de Moraes, M. B. and Coelho, G. P. (2023). Effects of the random forests hyperparameters in surrogate models for multi-objective combinatorial optimization: A case study using MOEA/D-RFTS. *IEEE Latin America Transactions*, 21(5):621–629.

Deb, K. (2001). *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons.

Deb, K., Hussein, R., Roy, P. C., and Toscano-Pulido, G. (2019). A taxonomy for metamodeling frameworks for evolutionary multiobjective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 23(1):104–116.

Deb, K. and Jain, H. (2014). An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part I: Solving problems with box constraints. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 18(4):577–601.

Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., and Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2):182–197.

Deb, K., Thiele, L., Laumanns, M., and Zitzler, E. (2005). Scalable test problems for evolutionary multiobjective optimization. In *Evolutionary Multiobjective Optimization*, Advanced Information and Knowledge Processing, pages 105–145. Springer.

Hussein, R. and Deb, K. (2016). A generative kriging surrogate model for constrained and unconstrained multi-objective optimization. In *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO)*, pages 573–580.

Ishibuchi, H., Tsukamoto, N., and Nojima, Y. (2008). Evolutionary many-objective optimization: A short review. In *2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (IEEE World Congress on Computational Intelligence)*, pages 2419–2426.

Jin, Y. (2011). Surrogate-assisted evolutionary computation: Recent advances and future challenges. *Swarm and Evolutionary Computation*, 1(2):61–70.

Oliveira, A. L. d. C. (2022). *A Framework for Inverse Modeling Applied to Multi-objective Evolutionary Algorithms*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, SE, Brazil.

Schütze, O., Lara, A., and Coello Coello, C. A. (2011). On the influence of the number of objectives on the hardness of a multiobjective optimization problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 15(4):444–455.

Tsujino, K., Harada, T., and Thawonmas, R. (2020). Analysis of relation between prediction accuracy of surrogate model and search performance on extreme learning machine assisted MOEA/D. In *2020 59th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)*, Chiang Mai, Thailand.

Tsujino, K., Harada, T., and Thawonmas, R. (2021). Adaptation of search generations in extreme learning assisted MOEA/D based on estimation accuracy of surrogate model. In *2021 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*.

While, L., Hingston, P., Barone, L., and Huband, S. (2006). A faster algorithm for calculating hypervolume. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 10(1):29–38.

Zhang, Q. and Li, H. (2007). MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 11(6):712–731.