Siting and sizing of distributed generators via NSGA-II and max-min composition

Andrei C. Ribeiro¹, Francisco V. E. Lemos¹, Fábio R. Barbosa²

¹Estudante do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica Universidade Federal do Piauí (UFPI) Teresina – PI – Brasil

> ²Professor do Departamento de Engenharia Elétrica Universidade Federal do Piauí (UFPI) Teresina – PI – Brasil

{andrei, victorlemos, fabiorocha}@ufpi.edu.br

Abstract. Distributed Generation (DG) can provide a series of benefits, with loss reduction being the most important. Although this generation reaches increasing levels of penetration, the associated costs are still high. This paper presents a multiobjective optimization model for sizing and siting of DG. NSGA-II was used as a search tool to minimize the active power losses and to reduce the installation, operation and maintenance costs. The simulations were performed in MATPOWER considering four versions of the 69-bus system. The max-min composition was used for trade-off and final choice at the Pareto frontier. The tools used provided superior results to other works in the literature.

Resumo. A Geração Distribuída (GD) pode proporcionar uma série de benefícios, sendo a redução das perdas o mais importante. Porém, mesmo com essa geração alcançando níveis crescentes de penetração, os custos associados ainda são elevados. Este trabalho apresenta um modelo de otimização multiobjetivo para o dimensionamento e posicionamento de geradores. Utilizou-se o NSGA-II como ferramenta de busca para minimizar as perdas de potência ativa e reduzir o custo anualizado. As simulações foram realizadas no MATPOWER em quatro versões do sistema de 69 barras. A composição max-min foi utilizada para trade-off e escolha final na fronteira de Pareto. As ferramentas utilizadas proporcionaram resultados superiores a outros trabalhos da literatura.

1. Introdução

Atualmente, principalmente devido à legislação propícia [ANEEL 2012, ANEEL 2015, ANEEL 2017], há uma forte tendência no país para a redução da distância entre a produção e o consumo de energia elétrica, através da Geração Distribuída (GD) [EPE 2018]. Esse tipo de geração, também conhecida como geração embarcada e geração descentralizada, possibilita gerar energia elétrica através de pequenas centrais geradoras, geralmente estimuladas por recursos renováveis, localizadas próximo aos consumidores finais [Ackermann et al. 2001].

A GD ganha destaque por ser uma solução economicamente viável e ambientalmente adequada para expansão. Apesar de empreendimentos dessa natureza apresentarem um custo de instalação superior a outras opções, observa-se uma redução contínua nesse valor graças aos avanços tecnológicos alcançados [Bansal 2017]. A geração descentralizada também apresenta impactos ambientais menores do que as usinas de potência tradicionais que dependem da queima de combustíveis fósseis [Akella et al. 2009].

Com a inserção adequada de geradores distribuídos, o sistema pode se tornar mais robusto e confiável. Por exemplo, a performance pode ser melhorada com a redução das perdas de potência nas linhas e um perfil de tensão mais homogêneo nas barras dentro de limites de operação [Guedes 2006]. Porém, caso os geradores não sejam posicionados e dimensionados de forma adequada, a GD pode comprometer a operação do sistema [Pepermans et al. 2005, Guedes 2006].

Este trabalho apresenta um modelo multiobjetivo e sua solução para o problema de alocação ótima de GD, definindo a posição e dimensionamento de geradores distribuídos em redes de distribuição radiais. O modelo tem como objetivos reduzir as perdas de potência ativa e minimizar o custo de instalação, operação e manutenção sob certas restrições e premissas.

A solução é determinada a partir de algoritmos genéticos (NSGA-II) e lógica Fuzzy (composição max-min). A composição max-min é usada para atender o compromisso de escolha final de uma solução da fronteira de Pareto.

2. Modelagem

As funções-objetivo ou funções de avaliação são de extrema importância por estabelecerem uma conexão entre um problema do mundo real e um modelo proposto para solução. Duas funções-objetivo são apresentadas para avaliar a qualidade das alocações.

A primeira função é minimizar as perdas ativas. Essa função é o principal impacto técnico desejado com a inserção de GD em redes de distribuição radiais, sendo representado conforme a Equação 1:

$$\min f_1(\overline{X}) = \sum_{i=1}^{N_r} \frac{\left|\frac{v_f}{\tau e^{j\theta_{shift}}} - v_t\right|^2}{r_s - jx_s} \tag{1}$$

As perdas são calculadas com auxílio do MATPOWER [Zimmerman et al. 2010], ferramenta responsável pelo cálculo do fluxo de potência.

Embora avaliar as perdas de potência ativa seja a principal métrica para a performance de uma rede, a sua minimização não deve ser o único objetivo considerado. O segundo objetivo proposto é baseado na modelagem econômica apresentada em [Buayai et al. 2012], o custo de investimento total de um gerador distribuído k é proporcional ao produto do custo unitário UC_k pela injeção máxima de potência $C_{k,max}^{GD}$.

Esse custo é transformado em um custo anualizado, Equação 2, a partir de um fator anualizado AF_i como mostra a Equação 3:

$$\min f_2(\overline{X}) = \sum_{k=1}^{N_{GD}} \left(AF_i \cdot UC_k \cdot C_{k,\max}^{GD} \right)$$
(2)

$$AF_{i} = \frac{(i/100)(1+i/100)^{T}}{(1+i/100)^{T}-1}$$
(3)

onde, AF_i é o fator anualizado mencionado, que transforma o custo do empreendimento em custo anual baseado em determinada taxa de juros *i* e vida útil *T*. A taxa de juros de 6,5% ao ano e um horizonte de estudo de 20 anos foram escolhidos, respectivamente, para *i* e *T*. Além disso, definiu-se UC_k igual a 4.600 R\$/kW.

As seguintes restrições foram adotadas para dar factibilidade às soluções. A geração total, isto é, geração centralizada e geração distribuída a ser incluída, deve ser igual a soma das perdas com a demanda das cargas. Essa restrição (de igualdade) conhecida como balanço de potência ativa e reativa é representada pela Equação 4:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N_b} P_G = P_L + \sum P_D \\ \sum_{i=1}^{N_b} Q_G = Q_L + \sum Q_D \end{cases}$$
(4)

Segundo o Módulo 8 do PRODIST [ANEEL 2018], em sistemas com tensão de referência superior a 1 kV e inferior a 69 kV, o limite inferior de tensão V_{min} é igual a 93% e o limite superior V_{max} é igual a 105% da tensão nominal V_{ref} .

$$\underbrace{0,93V_{ref}}_{V_{\min}} \le V_n \le \underbrace{1,05V_{ref}}_{V_{\max}}$$
(5)

Considerando a Resolução Normativa nº 687/2015 [ANEEL 2015], a potência instalada máxima por alocação S_{GD} será igual a 5 MW. Enquanto, a quantidade de geradores inseridos N_{GD} foi fixada em 4 unidades. Essa restrição é um dos principais gargalos para algoritmos de busca exaustiva. Além disso, o valor de N_{GD} tende a aumentar a medida que sistemas maiores são considerados.

Segue então o modelo completo na Equação 6, contendo o conjunto de equações e inequações que representam o problema de otimização: minimizar as perdas ativas e o custo de instalação, operação e manutenção dadas as restrições de potência, tensão e projeto.

$$\min \begin{cases} f_1(\bar{X}) = \sum_{i=1}^{N_r} \frac{\left|\frac{v_f}{re^{j\theta_{shift}} - v_t}\right|^2}{r_s - jx_s} \\ f_2(\bar{X}) = \sum_{k=1}^{N_{GD}} \left(AF_i \cdot UC_k \cdot C_{k,\max}^{GD}\right) \end{cases} s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^{N_b} P_G = P_L + \sum P_D \\ \sum_{i=1}^{N_b} Q_G = Q_L + \sum Q_D \\ 0,93V_{ref} \le V_n \le 1,05V_{ref} \\ N_{GD} = 4 \\ S_{GD} \le 5MW \end{cases}$$
(6)

Outras premissas relevantes foram introduzidas ao modelo proposto:

- 1. Todas as barras, exceto a barra 1 (slack bus), são candidatas à alocação de GD.
- 2. Um barramento não pode receber mais de uma alocação.
- 3. Geradores distribuídos são modelados como cargas negativas.
- 4. A carga do sistema é considerada PQ constante.
- 5. A carga não varia ao longo do horizonte de estudo.
- 6. Todas as barras, exceto a barra 1, são rotuladas com um perfil de carga: industrial, comercial e residencial.
- 7. O sistema apresenta, conforme a Tabela 1, quatro versões de patamares de carga, leve, média, pesada e pico.

Patamar de carga	Perfil de carga	Coeficiente de carga
	Residencial	0,4
Leve	Comercial	0,4
	Industrial	1,0
	Residencial	1,0
Média	Comercial	1,0
	Industrial	1,0
	Residencial	1,4
Pesada	Comercial	0,7
	Industrial	0,7
Pico	Residencial	1,4
	Comercial	1,0
	Industrial	1,0

Tabela 1. Coeficientes atribuídos aos patamares de carga leve, média, pesada e pico, considerando as barras com perfil residencial, comercial e industrial.

3. Estratégia de solução

A estratégia implementada para otimização do modelo é apresentada. O método de busca e a técnica integrada à busca para compromisso de escolha final são mostrados nas duas subseções a seguir.

3.1. NSGA-II

O *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm-II* (NSGA-II) é um algoritmo evolucionário de otimização multiobjetivo. Ele foi criado para suprir as carências e críticas da versão anterior [Deb et al. 2002].

Na Figura 1 é resumido o funcionamento do NSGA-II. Esse algoritmo constrói uma população R_i com os pais P_i e filhos Q_i . Em seguida, cria fronteiras F_1 , F_2 , F_3 e assim sucessivamente com os indivíduos, de acordo com o nível de não-dominância.



Figura 1. Fluxograma que mostra como o NSGA-II funciona. P_i é a população de pais e Q_i a de filhos na geração i. F_1 engloba as melhores soluções da população combinada (pais e filhos). F_2 são as melhores soluções excluindo F_1 e assim sucessivamente.

A técnica de seleção adotada é o torneio binário. O *crossover* intermediário, também conhecido como *crossover* aritmético, foi escolhido como operador de busca

local. Esse operador utiliza o material genético de dois vetores-pais para produzir os vetores-filhos a partir de uma média ponderada por a, como descrito na Equação (7).

$$\begin{cases} Filho_1 = a \cdot Pai_1 + (1-a) \cdot Pai_2\\ Filho_2 = (1-a) \cdot Pai_1 + a \cdot Pai_2 \end{cases}$$
(7)

A mutação gaussiana também conhecida como mutação normal foi adotada como operador de busca global. Esse operador é definido pela Equação (8) e (9).

$$Filho = Pai + S * Rand * (U_b - L_b)$$
(8)

$$S = Scale * (1 - shrink * CurrG/MaxG)$$
(9)

Onde S determina o desvio padrão do número aleatório gerado Rand. É importante destacar também que conforme o progresso da otimização continua, o shrink diminui o intervalo de mutação. As outras variáveis U_b , L_b , CurrG e MaxG representam o limite superior, o limite inferior, a geração atual e a geração máxima, respectivamente. Por fim, na Tabela 2 os parâmetros utilizados no NSGA-II são resumidos.

Tabela 2. Parâmetros utilizados no NSGA-II para alocação de GD.

NSGA-II (parâmetro)	Valor do parâmetro
Tamanho da população - N_{pop}	50
Número de gerações - MaxG	100
Coeficiente de ponderação do crossover - a	1,25
Limite inferior de Siting - L_b	2
Limite superior de Siting - U_b	69
Limite inferior de Sizing - L_b	0
Limite superior de Sizing - U_b	5

3.2. Fuzzy max-min

A abordagem proposta em [Cano 2007] foi adaptada para atender ao compromisso de escolher uma solução entre as que formam a fronteira de Pareto na última geração do algoritmo de busca.

O uso de métodos de satisfação difusa com objetivos antagônicos é comum. Como o modelo proposto é formado por dois objetivos conflitantes, soluções extremas irão sempre priorizar um objetivo, enquanto rejeitam outro. Por exemplo, soluções que apresentam as menores perdas, possuem um alto custo associado. Dessa forma, é interessante que se adote uma região de saturação onde a função de pertinência para as perdas μ_{α} será máxima.

$$\mu_{\alpha} = \begin{cases} 1, \text{ para } \alpha_i \leq \alpha_{\min} \\ \frac{\alpha_{\max} - \alpha_i}{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}, \text{ para } \alpha_{\min} < \alpha_i < \alpha_{\max} \\ 0, \text{ para } \alpha_i \geq \alpha_{\max} \end{cases}$$
(10)

Adotou-se o valor de $\alpha_{min} = 0,2$ e $\alpha_{max} = 1,0$. A escolha desse parâmetro, assim como β_{min} , não é arbitrária, esses valores foram definidos observando as avaliações dos indivíduos na última população.

Da mesma forma, definiu-se uma região de saturação onde a função de pertinência para o custo μ_{β} será constante.

$$\mu_{\beta} = \begin{cases} 1, \text{ para } \beta_{i} \leq \beta_{\min} \\ \frac{\beta_{\max} - \beta_{i}}{\beta_{\max} - \beta_{\min}}, \text{ para } \beta_{\min} < \beta_{i} < \beta_{\max} \\ 0, \text{ para } \beta_{i} \geq \beta_{\max} \end{cases}$$
(11)

Adotou-se o valor de $\beta_{min} = 0.05$ e $\beta_{max} = 1.0$ para o sistema de 69 barras.

4. Resultados

Na Figura 2 está representado o sistema de 69 barras e 68 ramos em 12,66 kV proposto em [Das 2008]. O perfil de carga foi distribuído em faixas assim como em [Hung et al. 2014]. Portanto, adotou-se o trecho das barras 2 até a 27 e as barras 47, 48, 49, 50, 51, 52, 66, 67, 68, e 69 com o perfil residencial, a faixa da barra 28 até a 46 com perfil comercial e as barras restantes com perfil industrial.



Figura 2. Sistema de distribuição radial com 69 barras.

No cenário de carga leve, o sistema de 69 barras apresentou uma potência instalada de S = 2,6 MW + j1,8 MVAr, com 185,4 kW de perdas, equivalente a 7,14% da geração. No cenário de carga média, apresentou uma potência instalada de S = 3,8 MW + j2,7 MVAr, com 225,0 kW de perdas ou igual 5,0%. No patamar de carga pesada, S = 3,9 MW + j2,8 MVAr, com 154,1 kW de perdas ou igual a 4,9%. No patamar de pico de carga, S = 4,51 MW + j3,20 MVAr, com 261,0 kW de perdas ou igual a 4,81%.

Os perfis de tensão do sistema para os quatro patamares de carga considerados pré-alocação são apresentados na Figura 3. Os limites regulatórios, 0,93 p.u. (11,77 kV) e 1,05 p.u. (13,29 kV), são ilustrados por linhas horizontais. Foram observadas violações de tensão nos patamares de carga leve, média e pico.

A centésima geração do algoritmo de busca é ilustrada na Figura 4. Nela também são destacadas as soluções escolhidas pela composição max-min em cada patamar de



Figura 3. Curva de perfil de tensão para o sistema de 69 barras nos patamares de carga leve, média, pesada e pico sem a presença de geradores distribuídos.

carga. A solução escolhida para o patamar de carga leve (solução 1) apresenta um *trade-off* equilibrado entre os objetivos, especialmente pela performance de seu caso referência. Os outros patamares exigiram soluções cuja alocação apresentava índice de penetração maior e priorizava a redução de perdas.



Figura 4. Curva de perfil de tensão para o sistema de 69 barras nos patamares de carga leve, média, pesada e pico sem a presença de geradores distribuídos.

Na Figura 5, a convergência do NSGA-II é ilustrada a partir do valor médio e do menor valor por geração alcançado nos dois objetivos.

As quatro soluções por patamar de carga estão apresentadas na Tabela 3. Como



Figura 5. Curvas de convergência do NSGA-II para alocação de GD no sistema de 69 barras

o custo anualizado da alocação f_2 independe da versão do sistema, apenas o objetivo f_1 é recalculado nos outros patamares, o impacto de cada solução nos dois objetivos é apresentado na Tabela 4.

Tabela 3. Barras candidatas à alocação e tamanho dos geradores	distribuídos para
cada patamar de carga através de composição max-min.	

Patamar de carga	Siting					Sizing (MW)		
Leve (solução 1)	21	61	64	69	0.1311	0.1228	0.0358	0.0889
Pesada (solução 2)	21 11	12	64 21	69 61	0.2077	0.1228	0.0343	0.3150
Pico (solução 4)	11	12	21	61	0.0151	0.1179	0.2579	0.4617

Tabela 4. Cenários sem alocação e pós-alocação considerando as soluções para cada patamar de carga no sistema de 69 barras.

Patamar de carga	Leve		Média	Pesada	Pico
Cenário	f_1	f_2	f_1	f_1	f_1
sem GD	0.1854	0	0.2250	0.1541	0.2608
solução 1	0.0560	0.1562	0.0735	0.0601	0.0917
solução 2	0.0571	0.2805	0.0704	0.0545	0.0856
solução 3	0.0566	0.3345	0.0695	0.0525	0.0829
solução 4	0.0572	0.3518	0.0695	0.0521	0.0824

Também, pode-se comparar, por patamar de carga, os cenários pré-alocação e pósalocação no sistema de 69 barras na Figura 6. Além do benefício técnico de redução das perdas, obteve-se um perfil de tensão mais homogêneo com a operação dentro dos limites especificados.

Na Tabela 5, as soluções alcançadas em trabalhos anteriores são listadas. A partir da comparação dos valores dos dois objetivos no patamar de carga média, o método proposto apresentou qualidade superior.

Sistema	Trabalho	Solução (siting, sizing)	Perdas	Custo
69 barras	Esse trabalho	barra 21, 0.2077 MW	70.4 kW	0.2805
		barra 61, 0.1228 MW		
		barra 64, 0.0343 MW		
		barra 69, 0.3150 MW		
69 barras	[Prakash and Lakshminarayana 2016]	barra 11, 0.5010 MW	129.2 kW	1.1358
		barra 18, 0.4820 MW		
		barra 61, 1.7700 MW		
69 barras	[Nawaz et al. 2016]	barra 61, 1.3300 MW	128.2 kW	0.7633
		barra 64, 0.3100 MW		
		barra 27, 0.2100 MW		
69 barras	[Murty and Kumar 2015]	barra 61, 1.8700 MW	128.1 kW	0.7455
69 barras	[Rao et al. 2012]	barra 65, 0.1018 MW	90 kW	0.7316
		barra 64, 0.3690 MW		
		barra 63, 1.3024 MW		
69 barras	[Acharya et al. 2006]	barra 61, 1.8100 MW	128.3 kW	0.7468
69 barras	[Raut and Mishra 2019]	barra 63, 0.1769 MW	83.6 kW	0.2937
		barra 61, 0.3724 MW		
		barra 62, 0, 1625 MW		

Tabela 5. Qualidade das soluções propostas em outros trabalhos vs solução encontrada no método proposto para o patamar de carga média.



Figura 6. Perfil de tensão no sistema de 69 barras no cenário sem GD e nos cenários com GD a partir das soluções escolhidas por patamar de carga.

5. Conclusão

Sabe-se que o problema de alocação é um problema não linear de difícil tratamento, com a exploração total do espaço de busca sendo na maioria das vezes impraticável. Dessa forma, utilizar um método meta-heurístico como ferramenta de busca é uma escolha adequada. O método escolhido nesse trabalho foi o NSGA-II que apresentou uma boa convergência.

Além disso, por se tratar de um problema de otimização com objetivos conflitantes, não existirá uma solução ótima para todos os objetivos. Para compromisso de escolha, optou-se pela composição max-min como ferramenta de *trade-off* e seleção final. A composição implementada é tão simples quanto escolher um ponto intermediário da fronteira, porém mais versátil, pois permite a partir do ajuste dos coeficientes de pertinência adicionar informações e caracterizar a solução final às preferências desejadas.

Pode-se afirmar que com as inserções propostas, os resultados verificados foram satisfatórios, pois a redução dos objetivos foi alcançada e as restrições foram respeitadas. O impacto positivo das unidades de GD inseridas também pôde ser observado a partir dos perfis de tensão nos cenários pré-alocação e pós-alocação, com o valor de tensão nas barras mais próximo ao valor de referência.

É importante destacar que a superioridade alcançada com o método proposto considera apenas os objetivos, visto que é difícil comparar trabalhos diferentes, principalmente devido às singularidades de cada modelo (diferentes objetivos, restrições e premissas).

Para trabalhos futuros, outros algoritmos de otimização multiobjetivo, como o SPEA2 e o IBEA, serão utilizados. Além disso, resultados mais promissores são esperados com a substituição da sintonia manual dos coeficientes de pertinência da composição *max-min* por um mecanismo de inteligência computacional.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

- Acharya, N., Mahat, P., and Mithulananthan, N. (2006). An analytical approach for dg allocation in primary distribution network. *International Journal of Electrical Power* & Energy Systems, 28(10):669–678.
- Ackermann, T., Andersson, G., and Söder, L. (2001). Distributed generation: a definition. *Electric power systems research*, 57(3):195–204.
- Akella, A., Saini, R., and Sharma, M. P. (2009). Social, economical and environmental impacts of renewable energy systems. *Renewable Energy*, 34(2):390–396.
- ANEEL (2012). *Resolução Normativa nº 482 de 17 de abril de 2012*. Agência Nacional de Energia Elétrica, Brasília.
- ANEEL (2015). *Resolução Normativa nº 687 de 24 de novembro de 2015*. Agência Nacional de Energia Elétrica, Brasília.

- ANEEL (2017). *Resolução Normativa nº 786 de 17 de outubro de 2017*. Agência Nacional de Energia Elétrica, Brasília.
- ANEEL (2018). Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional - Módulo 8. Agência Nacional de Energia Elétrica, Brasília.
- Bansal, R. (2017). Handbook of distributed generation: electric power technologies, economics and environmental impacts. Springer.
- Buayai, K., Ongsakul, W., and Mithulananthan, N. (2012). Multi-objective micro-grid planning by nsga-ii in primary distribution system. *European Transactions on Electrical Power*, 22(2):170–187.
- Cano, E. B. (2007). Utilizing fuzzy optimization for distributed generation allocation. In *TENCON 2007-2007 IEEE Region 10 Conference*, pages 1–4. IEEE.
- Das, D. (2008). Optimal placement of capacitors in radial distribution system using a fuzzy-ga method. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 30(6-7):361–367.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., and Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6(2):182–197.
- EPE (2018). *Plano Decenal de Expansão de Energia 2027*. Empresa de Pesquisa Energética, Brasília.
- Guedes, L. d. M. (2006). Localização e dimensionamento de unidades de geração distribuída em redes de distribuição radiais. Master's thesis, Universidade de Brasília, Mestrado em Engenharia Elétrica.
- Hung, D. Q., Mithulananthan, N., and Lee, K. Y. (2014). Determining pv penetration for distribution systems with time-varying load models. *IEEE Transactions on Power Systems*, 29(6):3048–3057.
- Murty, V. and Kumar, A. (2015). Optimal placement of dg in radial distribution systems based on new voltage stability index under load growth. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 69:246–256.
- Nawaz, S., Bansal, A., and Sharma, M. (2016). An analytical approach for dg placement in reconfigured distribution networks. *Journal of Applied Power Engineering*, 5(3):137–143.
- Pepermans, G., Driesen, J., Haeseldonckx, D., Belmans, R., and D'haeseleer, W. (2005). Distributed generation: definition, benefits and issues. *Energy policy*, 33(6):787–798.
- Prakash, D. and Lakshminarayana, C. (2016). Multiple dg placements in distribution system for power loss reduction using pso algorithm. *Procedia Technology*, 25:785– 792.
- Rao, R. S., Ravindra, K., Satish, K., and Narasimham, S. (2012). Power loss minimization in distribution system using network reconfiguration in the presence of distributed generation. *IEEE transactions on power systems*, 28(1):317–325.

- Raut, U. and Mishra, S. (2019). An improved elitist–jaya algorithm for simultaneous network reconfiguration and dg allocation in power distribution systems. *Renewable Energy Focus*, 30:92–106.
- Zimmerman, R. D., Murillo-Sánchez, C. E., and Thomas, R. J. (2010). Matpower: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education. *IEEE Transactions on power systems*, 26(1):12–19.