Definição de Rota com Custo Mínimo para Distribuição de Merenda nas Escolas Municipais da Zona Rural de Baraúna/RN

Otilia S. Santos[1], **Antônio Q. Neto**[1], **Francisco C.L. Júnior**[1], **Carlos H. P. Liberalino**[1]

[1]Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação-
Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA)
Universidade Estadual do Rio Grande do Norte (UERN)
Mossoró - RN -Brasil

{otylyasousa, queirz.a,fclimajr,heitorliberalino}@gmail.com

Abstract. *This paper presents a proposal to optimize the school lunch distribution route in the rural area of the city of Baraúna-RN, in order to minimize the cost of this route. Municipal schools or kindergartens need to be supplied on a fortnightly basis, this distribution takes place through a single vehicle, which runs through all schools in the countryside and returns to the education department. The problem was classified as a Traveling Salesman Problem and the computational experiments demonstrate that the proposed heuristic is satisfactory to minimize cost.*
Keywords*: Traveling Salesman Problem, Optimization, School Lunch Distribution.*

Resumo. *Este trabalho apresenta uma proposta de otimização da rota de distribuição da merenda escolar na zona rural da cidade de Baraúna-RN, com objetivo de minimizar o custo dessa rota. As escolas ou creches municipais precisam ser abastecidas de forma quinzenal, essa distribuição acontece por meio de um único veículo, que percorre todas as escolas da zona rural e retorna à secretaria de educação. O problema foi classificado como Problema do Caixeiro Viajante e os experimentos computacionais demonstram que a heurística proposta é satisfatória para minimizar o custo do caminho na distribuição da merenda escolar.*
Palavras Chave*: Problema do Caixeiro Viajante, Otimização, Distribuição de Merenda Escolar.*

1. Introdução

Baraúna é um município brasileiro do estado do Rio Grande do Norte, pertencente à micro-região de Mossoró. Tem uma população de 24.182 pessoas de acordo com último censo [IBGE 2010]. O município é constituído por 46 comunidades rurais, das quais 22 têm escolas ou creches municipais que precisam ser abastecidas de merenda quinzenalmente.

O Programa Nacional de Alimentação Escolar (PNAE), gerenciado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), atende os alunos de toda a rede pública da educação básica (educação infantil, ensino fundamental, ensino médio e educação de jovens e adultos) matriculados em escolas públicas, filantrópicas e em entidades comunitárias (conveniadas com o poder público). O programa de merenda escolar tem atualmente a meta de garantir que o cardápio da alimentação escolar seja programado de modo a fornecer as necessidades diárias de calorias e proteínas para os alunos. As secretarias estaduais e municipais de educação recebem os recursos do Ministério da Educação - MEC e transferem diretamente para as escolas, que assumem todas as operações do programa, como a compra e distribuição da merenda [FNDE 2018].

Objetivo deste estudo consiste em minimizar o custo da distribuição da merenda na zona rural de Baraúna. Os estoques de merenda das escolas precisam ser reabastecidos quinzenalmente, essa distribuição acontece por meio de um único veículo que percorre todas as escolas da zona rural e retorna à Secretaria de Educação.

Para ser resolvido, o devido problema foi modelado como o Problema do Caixeiro Viajante, clássico na área de otimização, com o intuito de encontrar um percurso ótimo e minimizar o custo da distribuição da merenda escolar. Esse é um problema de larga aplicabilidade no mundo real, de fácil compreensão e descrição.

O restante deste trabalho está organizado do seguinte modo. Na Seção 2, encontra-se a fundamentação teórica. Na Seção 3, faz-se a apresentação da metodologia utilizada na resolução proposta. Na Seção 4, apresenta-se a implementação do algoritmo. E, finalmente, na Seção 5, são feitas as considerações finais.

2. Fundamentação Teórica

Nesta seção, serão abordados, de forma breve, alguns conceitos que foram utilizados para a resolução do problema proposto. Na Subseção 2.1 são abordados conceitos relacionados a grafos, como caminho e matriz de custos. Na Subseção 2.2 é descrito o Problema do Caixeiro Viajante.

2.1. Grafos

De acordo com [Bond and Murty 1982], um Grafo G é uma tripla ordenada (V(G), E(G), Ψ_G), consistindo de um conjunto não vazio de vértices V(G), um conjunto E(G), disjunto de V(G), de arestas e uma função de incidência Ψ_G que associa cada aresta de G com um par não ordenado (não necessariamente distintos) de vértices de G. Se e é uma aresta e u e v são dois vértices, tal que Ψ_G(e) = uv, então diz-se que u e v são adjacentes.

Muitas aplicações associam um valor a cada aresta do grafo. Esse valor é usado para representar o custo de passar pelo arco. Computacionalmente, os custos das arestas de um grafo G podem ser representados através de uma matriz n por n, conhecida como matriz de custos, onde n é o número de vértices do grafo, em que cada elemento $a_{i,j}$ é o custo da aresta saindo de i para j. Caso a aresta não exista no grafo, é de prática comum considerar o custo dessa aresta como $+\infty$ ou um número suficientemente grande.

Um caminho em G é uma sequência finita não nula W = $v_0 e_1 v_2 e_2 v_2 ... e_k v_k$, em que os termos são alternadamente vértices e arestas. Diz-se que W é um caminho de v_0 até v_k. Os vértices v_0 e v_k são chamados de origem e término de W, respectivamente, e $v_1 v_2 ... v_{k-1}$ seus vértices internos. O inteiro k é o comprimento de W. [Bond and Murty 1982].

Seja W um caminho com origem em v_0 e término em v_k. Se o comprimento k de W for menor que o comprimento de qualquer outro caminho com os mesmos vértice de origem e término, diz-se que W é um caminho mínimo. Quando o vértice de origem de um caminho é o mesmo que seu vértice de término, chama-se esse caminho de ciclo.

Um caminho que contém todos os vértices de G é chamado de caminho Hamiltoniano; similarmente, um ciclo Hamiltoniano de G é um ciclo que contém todos os vértices de G [Bond and Murty 1982]. Um grafo que contém um ciclo Hamiltoniano é chamado de grafo Hamiltoniano.

2.2. Problema do Caixeiro Viajante

O Problema do Caixeiro Viajante (PCV) é um importante problema real que pode ser modelado em termos de ciclos Hamiltonianos em grafos completos e diversos métodos de otimização podem ser utilizados para sua resolução. O PCV é um problema de fácil descrição e compreensão, porém com grande dificuldade de solução.

No Problema do Caixeiro Viajante, tem-se um conjunto de cidades, um conjunto de estradas que conectam essas cidades e um vendedor ambulante. O vendedor reside em uma destas cidades e deseja vender seus produtos nas outras; então, naturalmente, deve passar por todas as cidades. De forma a aumentar seus lucros, o caixeiro não quer repetir as cidades que já visitou. Assim, o objetivo do Problema do Caixeiro Viajante é encontrar uma rota ótima para que o caixeiro passe por todas as cidades, sem repeti-las, e volte para a cidade em que reside.

As abordagens aplicadas à resolução do PCV são divididas em duas categorias: métodos exatos e métodos heurísticos. Dentre os métodos exatos baseados em programação inteira, pode-se citar *Branch & Bound*, *Branch & Cut*, *Branch & Price*, Relaxação *lagrangeana* e Programação Dinâmica. Os métodos heurísticos surgiram devido a grande dificuldade em encontrar uma solução exata para o problema, alguns exemplos de metaheurísticas são a Algumas metaheurísticas utilizadas com frequência são: Busca Tabu [Glover 1989], Colônia de Formigas [Dorigo and Di Caro 1999], Algoritmos Genéticos [Michalewicz and Hartley 1996], *Simulated Annealing* [Johnson et al. 1989] e GRASP [Feo and Resende 1995].

O grande obstáculo da resolução do PVC é o crescimento exponencial do número de trajetórias quando aumenta-se o número de cidades. Esta característica torna inviável o uso da comparação de todas as trajetórias como forma de decidir qual a ótima.

3. Metodologia

Para uma melhor visualização dos dados, o mapa do município foi modelado em forma de grafo. Os vértices do grafo representam as 22 escolas e a secretaria de educação, e as arestas representam as estradas que ligam umas às outras. O peso de cada aresta representa a distância das estradas, em quilômetros. Esse grafo é mostrado na Figura 1.

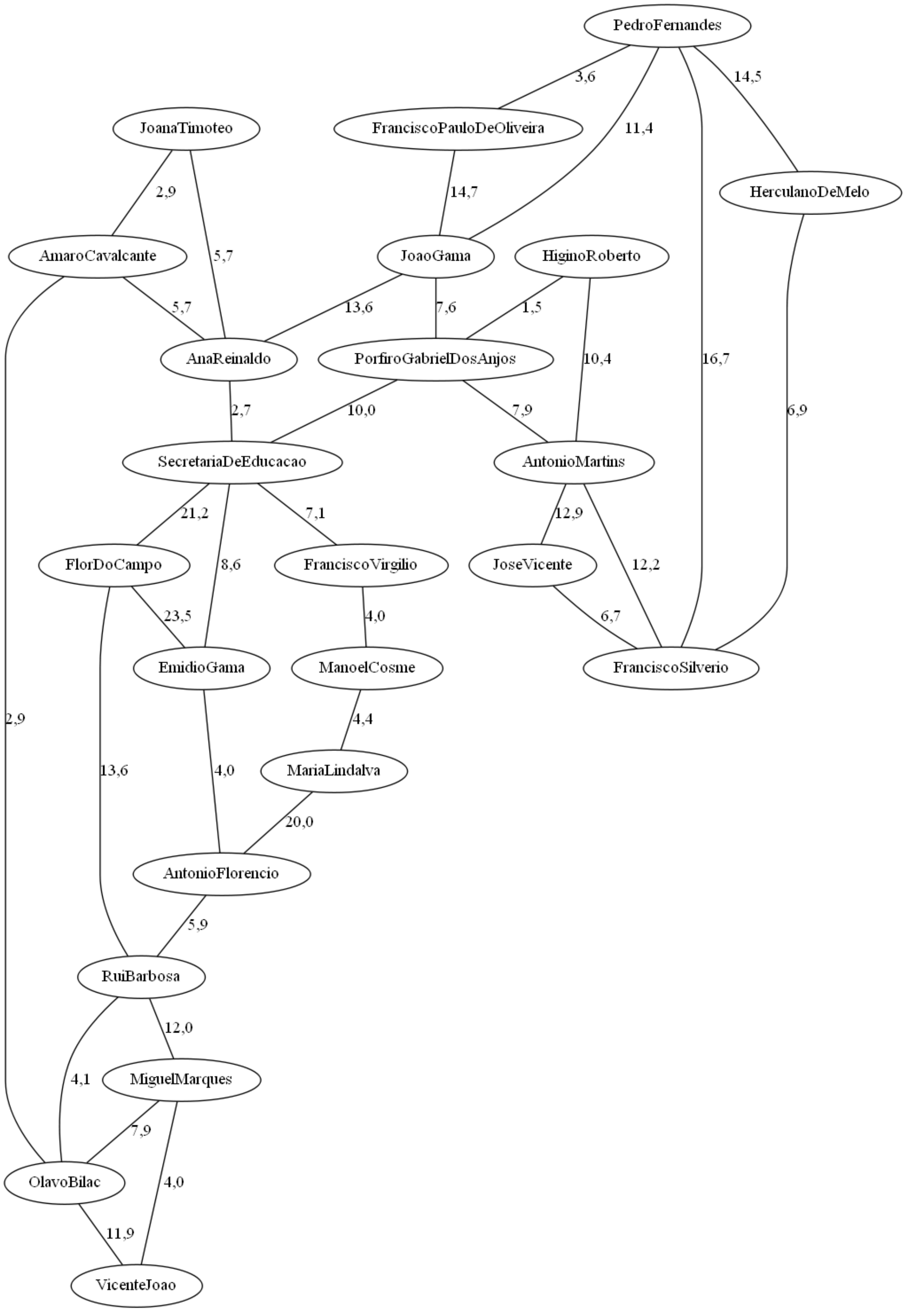

Figura 1. Grafo representando as escolas e creches da zona rural de Baraúna/RN com suas ligações e distâncias.

O problema apresenta algumas restrições:

- Um único veículo estar disponível para realizar a distribuição da merenda;
- Cada vértice ser visitado apenas uma vez;
- A rota iniciar e terminar na secretaria de educação.

3.1. Modelagem Matemática

Um caixeiro precisa visitar cada uma das *n* cidades exatamente uma vez e então retornar ao seu ponto de partida. O tempo gasto para viajar da cidade *i* para a cidade *j* é c_{ij}. Encontrar a ordem na qual ele deve fazer sua excursão para terminar o mais rápido possível [Wolsey 1998].

A modelagem matemática para o problema do caixeiro viajante apresentada nessa seção foi proposta por Wolsey(1998). .

No modelo matemático, as arestas do grafo são representadas como variáveis, denominadas variáveis de decisão. Cada variável x_{ij}, para *i* = 1, ... , *n*, *j* = 1, ... , *n* e $i \neq j$, representa uma aresta. O domínio dessas variáveis deve ser $\{0, 1\}$, sendo que x_{ij} = 1 se o caixeiro passa diretamente da cidade *i* para a cidade *j*, e 0 caso contrário.

As restrições apresentadas são equações ou inequações lineares que garantem que a solução encontrada seja aplicável ao problema real [Wolsey 1998].

$$\sum_{j:1}^{n} x_{ij} = 1, \;\; com \;\; j \neq i \tag{1}$$

$$\sum_{i:1}^{n} x_{ij} = 1, \;\; com \;\; i \neq j \tag{2}$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \;\; para \;\; S \subset N, \;\; 2 \leq |S| \leq n - 1 \tag{3}$$

$$x_{ij} \in 0, 1 \;\; para \;\; i = 1, ..., n, \;\; j = 1, ..., n, \;\; i \neq j. \tag{4}$$

A Equação 1 garante que o caixeiro saia da cidade *i* exatamente uma vez, enquanto a Equação 2 garante que o caixeiro chega à cidade *j* exatamente uma vez. Juntas, essas restrições garantem que o caixeiro passe somente uma vez em cada cidade. A Inequação 3 elimina as rotas que não passam por todas as cidades. Por fim, a Inequação 4 garante que as variáveis estejam no domínio estabelecido.

Para minimizar o tempo total da viagem, em termos práticos, tem-se que diminuir a distância percorrida pelo caixeiro, logo a função objetivo deve ser:

$$min \;\; \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{5}$$

4. Implementação e Resultados

Essa sessão trata dos aspectos práticos da implementação do algoritmo e mostra a melhor rota encontrada para o problema da distribuição de merenda escolar.

O algoritmo incorporou uma estratégia de força bruta com a técnica de programação dinâmica para encontrar um resultado válido de forma mais eficiente. O algoritmo foi implementado na linguagem de programação Java[1], usando o ambiente de programação Eclipse[2].

O grafo foi representado através de uma matriz quadrada de ordem *23*, em que cada elemento a_{ij} da matriz contém a distância entre as escolas *i* e *j* ou um valor suficientemente alto para quando a estrada que une a escola *i* à escola *j* não existir. Como todas as estradas que ligam as escolas são vias de mão dupla, a matriz é simétrica. Na Figura 2, ilustra-se a matriz de distâncias, os elementos da matriz que representam estradas que não existem estão preenchidos com ∞, enquanto as distâncias das arestas existentes estão destacadas.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
0	∞	2,7	∞	8,6	10	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	7,1	∞	∞	∞	8,6	∞	21,2	∞	∞	∞
1	2,7	∞	5,7	∞	∞	13,6	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	5,7	∞	2,9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	23,1	∞
3	∞	8,6	2,9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
4	10	∞	∞	∞	∞	7,6	∞	∞	∞	∞	∞	7,9	1,5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
5	∞	13,6	∞	∞	7,6	∞	14,7	11,4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
6	∞	∞	∞	∞	∞	14,7	∞	3,6	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	∞	∞	∞	∞	∞	11,4	3,6	∞	14,5	16,7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
8	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	14,5	∞	6,9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	16,7	6,9	∞	6,7	12,2	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
10	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	6,7	∞	12,9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
11	∞	∞	∞	∞	7,9	∞	∞	∞	∞	12,2	12,9	∞	10,4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
12	∞	∞	∞	∞	1,5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	10,4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
13	7,1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
14	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	∞	4,4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
15	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4,4	∞	20	∞	∞	∞	∞	∞	∞
16	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	20	∞	4	5,9	∞	∞	∞	∞
17	8,6	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	∞	∞	22,5	∞	∞	∞
18	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	5,9	∞	∞	13,8	12	4,1	∞
19	21,2	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	22,5	13,8	∞	∞	∞	∞
20	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	12	∞	∞	7,9	4
21	∞	∞	23,1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4,1	∞	7,9	∞	11.9
22	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	11.9	∞

Figura 2. Matriz de distâncias.

Na Tabela 1, ilustra-se o mapeamento dos índices da matriz usada no código-fonte com os nomes das escolas.

A melhor rota encontrada encontrada pelo algoritmo foi: Secretaria Municipal de Educação - E. M. de 1o Grau Porfiro Gabriel dos Anjos - E. M. de 1o Grau Higino Roberto - Creche Municipal Antônio Martins - E. M. de 1o Grau José Vicente - E. M. de 1o Grau Francisco Silvério - E. M. de 1º Grau Fausto Herculano de Melo - E. M. de 1º Grau Pedro Fernandes - E. M. de 1º Grau Francisco Paulo de Oliveira - E. M. de 1º Grau João Gama - Creche Municipal Ana Reinaldo - E. M. de 1º Grau Joana Timóteo - E. M. de 1º Grau Amaro Cavalcante - E. M. de 1º Grau Olavo Bilac - E. M. de 1º Grau Vivente João - E. M. de 1º Grau Miguel Marques - E. M. de 1º Grau Rui Barbosa - E. M. Flor do Campo - Creche Municipal Emídio Gama - E. M. de 1º Grau Antônio Florêncio - E. M. de 1º Grau Maria Lindalva - E. M. de 1º Grau Manoel Cosme - E. M. de 1º Grau Francisco Virgínio - Secretaria Municipal de Educação.

[1] `https://www.java.com/pt_BR/`
[2] `https://www.eclipse.org/`

Tabela 1. Mapeamento dos índices da matriz com os nomes das escolas

Índices da Tabela	Escolas
0	Secretaria Municipal de Educação
1	Creche Municipal Ana Reinaldo
2	E. M. de 1º Grau Amaro Cavalcante
3	E. M. de 1º Grau Joana Timóteo
4	E. M. de 1º Grau Porfiro Gabriel dos Anjos
5	E. M. de 1º Grau João Gama
6	E. M. de 1º Grau Francisco Paulo de Oliveira
7	E. M. de 1º Grau Pedro Fernandes
8	E. M. de 1º Grau Fausto Herculano de Melo
9	E. M. de 1º Grau Francisco Silvério
10	E. M. de 1º Grau José Vicente
11	Creche Municipal Antônio Martins
12	E. M. de 1º Grau Higino Roberto
13	E. M. de 1º Grau Francisco Virgínio
14	E. M. de 1º Grau Manoel Cosme
15	E. M. de 1º Grau Maria Lindalva
16	E. M. de 1º Grau Antônio Florêncio
17	Creche Municipal Emídio Gama
18	E. M. de 1º Grau Rui Barbosa
19	E. M. Flor do Campo
20	E. M. de 1º Grau Miguel Marques
21	E. M. de 1º Grau Olavo Bilac
22	E. M. de 1º Grau Vivente João

Assim, obteve-se um percusso de 230,3 quilômetros (KM). A rota apresentada pelo algorítimo do caixeiro viajante é considerada satisfatória uma vez que o veiculo passa por todos as escolas uma única vez.

5. Considerações Finais

Devido à grande importância da distribuição de merenda em tempo ágil, este trabalho propôs identificar uma rota de menor custo para a distribuição de merenda escolar na zona rural da cidade de Baraúna/RN. No qual, trata-se de um problema de alta aplicabilidade e que pode trazer uma redução de tempo e custos de distribuição da merenda escolar, proporcionando um melhor uso para o dinheiro investido na educação.

As comunidades rurais foram modeladas como vértices de um grafo, e as estradas que as ligam como arestas. O problema de distribuição de merenda foi então modelado como o Problema do Caixeiro Viajante, e o algoritmo implementado incorporou estratégias de força bruta com técnicas de programação dinâmica para encontrar a melhor solução.

Os resultados desse trabalho podem auxiliar a secretaria municipal de educação a otimizar sua rota, tornando-a mais eficiente e econômica. Como trabalhos futuros, pretende-se conduzir novos experimentos com o intuito de melhorar a complexidade do algoritmo, reduzindo, assim, a Np-completude do problema. Pretende-se também comparar resultados obtidos a partir de outros algoritmos com os desse trabalho. A matriz de distâncias entre as escolas será utilizada em outras técnicas de solução do problema, que serão comparadas entre si.

Referências

[Bond and Murty 1982] Bond, J. A. and Murty, U. S. R. (1982). *Graph Theory with Applications*. Elsevier Science Publishing Co., Inc., 5th edition.

[Dorigo and Di Caro 1999] Dorigo, M. and Di Caro, G. (1999). Ant colony optimization: a new meta-heuristic. In *Proceedings of the 1999 congress on evolutionary computation-CEC99 (Cat. No. 99TH8406)*, volume 2, pages 1470–1477. IEEE.

[Feo and Resende 1995] Feo, T. A. and Resende, M. G. (1995). Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of global optimization*, 6(2):109–133.

[FNDE 2018] FNDE (2018). Programa nacional de alimentação escolar (pnae)o.

[Glover 1989] Glover, F. (1989). Tabu search—part i. *ORSA Journal on computing*, 1(3):190–206.

[IBGE 2010] IBGE, C. D. . (2010). População no último censo.

[Johnson et al. 1989] Johnson, D. S., Aragon, C. R., McGeoch, L. A., and Schevon, C. (1989). Optimization by simulated annealing: An experimental evaluation; part i, graph partitioning. *Operations research*, 37(6):865–892.

[Michalewicz and Hartley 1996] Michalewicz, Z. and Hartley, S. J. (1996). Genetic algorithms+ data structures= evolution programs. *Mathematical Intelligencer*, 18(3):71.

[Wolsey 1998] Wolsey, L. A. (1998). *Integer Programming*. Wiley-Interscience Publication, 1st edition.