

Estudo Inicial do Problema do Caixeiro Viajante utilizando Computação Quântica

Luíza Liao¹, Pietro Zanaga¹, Calebe P. Bianchini¹

¹Faculdade de Computação e Informática (FCI)
Universidade Presbiteriana Mackenzie – São Paulo, SP — Brasil

{luiza.liao, pietro.zanaga}@mackenzista.com.br,

calebe.bianchini@mackenzie.br

Abstract. *This article presents an initial study on the use of quantum computing for the Traveling Salesman Problem (TSP), exploring its graph-based modeling and its relationship with QUBO, QAOA, and Quantum Annealing formulations. Based on a preliminary implementation in Qiskit, the work organizes related approaches and defines criteria for comparing classical, hybrid, and quantum algorithms on controlled instances, considering performance, route quality, and limitations of NISQ devices.*

Resumo. *Este artigo apresenta um estudo inicial sobre o uso de computação quântica para o Problema do Caixeiro Viajante (TSP), explorando sua modelagem por grafos e sua relação com formulações QUBO, QAOA e Quantum Annealing. A partir de uma implementação preliminar em Qiskit, o trabalho organiza abordagens relacionadas e define critérios para comparar algoritmos clássicos, híbridos e quânticos em instâncias controladas, considerando desempenho, qualidade das rotas e limitações de dispositivos NISQ.*

1. Introdução

O estudo do Problema do Caixeiro Viajante (TSP – *Traveling Salesman Problem*) como problema de otimização combinatória abrange não apenas o problema em si, mas também outros problemas de categoria NP-difícil. Segundo [Sipser 2012], a complexidade deste problema está relacionada com outros da mesma classe, de forma que solucionar um problema significaria solucionar toda uma classe de problemas. Além disso, este é um problema de logística muito lucrativo considerando a rentabilidade do mercado de logística e otimização.

Mesmo sabendo que os algoritmos clássicos e aproximados já cumprem bem o seu papel em criar rotas que passem em todos os pontos necessários, ainda possuem suas limitações: a quantidade de características para uma tomada de decisão. Inspirados nessas limitações e na complexidade computacional, pesquisadores e desenvolvedores estudam meios de solucionar esse problema. Com o avanço da área da computação quântica, surgiu a hipótese de recorrer a computadores quânticos para possivelmente obter melhores resultados considerando seus recursos, mesmo que ainda seja uma área em crescimento e em estágios iniciais e ainda mais teórica do que prática [Goswami et al. 2025].

Com base em princípios da computação quântica, como a superposição de *qubits*, e em algoritmos variacionais, como o *Quantum Approximate Optimization Algorithm* (QAOA), torna-se relevante investigar a capacidade de algoritmos quânticos em obter

soluções aproximadas de boa qualidade para instâncias do problema do caixeiro viajante modeladas como grafos [Klug 2024].

Assim, este artigo apresenta o resultado inicial de uma pesquisa sobre avaliação de algoritmos clássicos, híbridos e quânticos aplicados à resolução do TSP. Espera-se organizar uma base para comparar desempenho, qualidade das soluções e escalabilidade dessas abordagens em seus algoritmos e, eventualmente, em simuladores.

2. Bases para a Modelagem Quântica do TSP

O Problema do Caixeiro Viajante pode ser modelado como um grafo ponderado $G = (V, E)$, em que os vértices representam as cidades e as arestas representam os custos de deslocamento entre elas. A solução esperada corresponde a um ciclo hamiltoniano de custo mínimo, isto é, uma rota que visita todos os vértices uma única vez e retorna ao vértice inicial. Essa formulação torna o TSP um problema adequado para o estudo de técnicas de otimização, tanto clássicas quanto quânticas, pois permite representar a busca por uma rota como a minimização de uma função de custo [Sipser 2012, Goswami et al. 2025].

Uma forma usual de preparar o TSP para algoritmos quânticos de otimização é reescrevê-lo como um problema QUBO (*Quadratic Unconstrained Binary Optimization*). Nessa formulação, variáveis binárias indicam se uma cidade i ocupa uma posição t na rota. A função objetivo representa o custo total do percurso, enquanto termos de penalização são adicionados para garantir que cada cidade seja visitada uma única vez e que cada posição da rota seja ocupada por apenas uma cidade. Assim, o problema deixa de ser tratado apenas como uma enumeração de caminhos e passa a ser formulado como a minimização de uma função quadrática binária [Papalitsas et al. 2019].

No contexto da computação quântica, essa formulação é relevante porque pode ser mapeada para diferentes abordagens de otimização. Em algoritmos variacionais, como o *Quantum Approximate Optimization Algorithm* (QAOA), um circuito parametrizado é utilizado para gerar candidatos à solução, enquanto um otimizador clássico ajusta os parâmetros do circuito a partir dos valores medidos. Essa característica torna o QAOA adequado ao cenário atual de dispositivos quânticos ruidosos e de escala intermediária, também conhecidos como dispositivos NISQ, pois parte do processo de busca permanece sob responsabilidade de uma etapa clássica [Preskill 2018, Blekos et al. 2024].

Outra abordagem recorrente é o *Quantum Annealing*, no qual o problema de otimização é codificado em uma função de energia. A solução é buscada por meio da evolução do sistema em direção a estados de menor energia, que representam soluções de menor custo para o problema. Embora essa estratégia tenha sido estudada em diferentes formulações do TSP, sua aplicação prática ainda depende da qualidade da modelagem, da quantidade de variáveis binárias necessárias e das limitações impostas pelo *hardware* disponível [Marton'ak et al. 2004, Warren 2019, Le et al. 2023].

3. Metodologia

Os experimentos foram realizados utilizando considerando o TSP simétrico para um problema de 4 cidades. Foram utilizados os algoritmos QAOA e VQE como soluções quânticas e para a solução clássica o LKH. Para os algoritmos quânticos foram feitos dois testes sendo um no simulador *Statevector* e o outro em hardware real para cada

algoritmo. A formulação do problema se deu inicialmente pela reformulação do problema na forma QUBO em seguida ocorreu conversão para a forma *Ising* finalmente foram calculados os Hamiltonianos. Esta formulação foi encontrada com base nos trabalhos [Papalitsas et al. 2019] e [Qian et al. 2023]

4. Resultados

Os resultados dos experimentos estão descritos na tabela a seguir:

Algoritmo	Tempo (s)	Custo total	N� de iterações
QAOA simulado	245.9	87	10
QAOA hardware real	72	109	10
VQE simulado	44.4	87	3
VQE hardware real	2	87	3
LKH	0.01	87	NA

Tabela 1. Tempo de execu o, custo encontrado e quantidade de itera es utilizadas para cada algoritmo

Os resultados experimentais demonstram que algoritmos quânticos sejam simulados ou em hardware apropriado desempenham com menor eficiência em rela o a algoritmos clássicos para problemas com 4 cidades no contexto do TSP. Além disso o algoritmo QAOA apresentou uma soluço não ótima quando executado em hardware real.

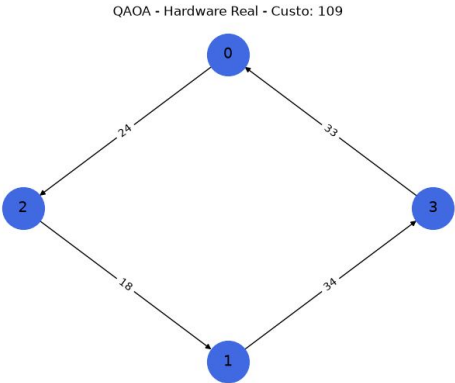


Figura 1. Grafo representando a rota obtida pelo algoritmo QAOA em hardware real para 4 cidades.

5. Considera es Finais

Este artigo apresenta um estudo sobre a aplica o de computa o quântica ao Problema do Caixeiro viajante com ênfase em formula es QUBO, QAOA e *Quantum Annealing*. Nos algoritmos utilizados para teste também   utilizada a abordagem híbrida do algoritmo VQE. A análise de resultados mostra que apesar da computa o quântica ser promissora para encontrar solu es mais eficientemente, ainda há uma grande diferença de tempo de execu o que favorecem a computa o clássica. A análise dos trabalhos relacionados mostra que a computa o quântica ainda não deve ser tratada como

substituta direta dos métodos clássicos para o TSP, especialmente no cenário atual de dispositivos NISQ.

Ainda assim, os algoritmos híbridos e as formulações QUBO constituem caminhos relevantes para investigar o comportamento de técnicas quânticas em problemas de otimização combinatória. Como próximos passos, pretende-se expandir a análise para uma maior variedade de algoritmos, outros valores de quantidades de cidades uma variedade maior de TSP base para que os resultados qualitativos sejam mais abrangentes.

Referências

- Blekos, K. et al. (2024). A review on quantum approximate optimization algorithm and its variants. *Physics Reports*, 1068:1–66.
- Goswami, K. et al. (2025). Solving the travelling salesman problem using bloch sphere encoding. *Quantum Science and Technology*, 11(1):015007.
- Klug, F. (2024). Quantum algorithms for solving the traveling salesman problem. Available at SSRN. <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.4836033>.
- Le, T. V. et al. (2023). Quantum annealing approach for selective traveling salesman problem. In *ICC 2023 – IEEE International Conference on Communications*, pages 2686–2691. <https://ieeexplore.ieee.org/document/10279785>.
- Martoňák, R. et al. (2004). Quantum annealing of the traveling-salesman problem. *Physical Review E*, 70(5):057701.
- Papalitsas, C. et al. (2019). A qubo model for the traveling salesman problem with time windows. *Algorithms*, 12(11):224. <https://www.mdpi.com/1999-4893/12/11/224>.
- Preskill, J. (2018). Quantum computing in the nisq era and beyond. *Quantum*, 2:79.
- Qian, W. et al. (2023). Comparative study of variations in quantum approximate optimization algorithms for the traveling salesman problem. *Entropy*, 25(8):1238. <https://www.mdpi.com/1099-4300/25/8/1238>.
- Sipser, M. (2012). *Introduction to the Theory of Computation*. Cengage Learning, 3 edition.
- Warren, R. H. (2019). Solving the traveling salesman problem on a quantum annealer. *SN Applied Sciences*, 2(1):75.