Definição de padrão convexo na alteração de imagens digitais

Leonardo Guimarães Aleixo¹

¹Engenheiro de telecomunicações Graduado pela Universidade Federal do Pará (UFPA)

leotelecom@bol.com.br - https://orcid.org/0000-0002-1825-934X

Abstract. This work applies a method within computational geometry to graphically detect numerical and visual alterations contained in adulterated digital images. Image data are obtained from a numerical matrix converted into a list of values. Using convex optimization processing, polygons containing numerical perimeter values defined. At the end, polynomial contour equations are elaborated, defining patterns in function curves for visual distortion.

Resumo. Para este trabalho é aplicado método em geometria computacional com o objetivo em detectar graficamente alterações numéricas e visuais contidas em imagens digitais adulteradas. Os dados de imagem são obtidos a partir de matriz numérica que são convertidos em lista de valores e informação. Através do processamento por otimização convexa são definidas poligonais que contém valores numéricos de perímetro. Sendo que ao final são elaboradas equações polinomiais de contorno, definindo padrões em curva de função para distorção visual.

1. Introdução

Sistemas digitais que são utilizados como canais no envio de informações vêm tendo aumento em complexidade e tecnologia de infra-instrutura, com a utilização de maior volume em dados processados a fidelidade no recebimento de informação torna-se um desafio para equipamentos eletrônicos. Diversos meios técnicos em telecomunicações tentam manter a coesão original da informação enviada ou solicitada, utilizando dispositivos eletrônicos e programação computacional com fins em detectar adulterações de valores. No entanto, ainda restam novos desafios para um mercado tecnológico digital em crescente demanda de tráfego de dados. Com o objetivo em detectar alterações mínimas de informação em imagens digitais transmitidas ou adulteradas, este trabalho vem contribuir com metodologia de comparação do sinal processado utilizando a análise convexa Graham-Scan. Conjuntos de valores numéricos e informações podem ser comparados entre si na busca de discrepâncias gráficas em distorções ou adulterações em dados. Referências em torno do assunto descrevem métodos utilizados na análise bem como servem de base de estudo para este artigo. Em [Xu et al. 2010] o estudo específico busca aplicar novo método para caminhos de contorno côncavo em dados de falhas sísmicas para composição gráfica em 3D. A busca em otimizar dados de imagens [Ahmed et al. 2014] tem a utilização de análise convexa na composição de função objetivo minimizada com a observação de acidente vascular cerebral. O estudo de imagens de áreas agrícolas [Wibowo et al. 2019] buscando definir limites de contorno e mapeamento de postos mais externos em coordenadas geográficas. Em [Linge and Langtangen 2016]

demonstra estudo mais aprofundado na elaboração de código programável em Python¹ para avaliação numérica de modelagem matemática aplicada á engenharia.

2. Estudo de caso

Para este trabalho foram tomadas com instrumento na análise comparativa de dados, duas imagens, em que a figura original contém os aspectos das cores não modificadas, e a segunda imagem contém alterações mínimas visuais. Imagens digitais contêm informações com representação gráfica, as camadas sobrepostas podem gerar combinações numéricas aonde vão compor um conjunto de padrões mínimos visuais contendo as cores básicas vermelho, azul e verde (RGB). Às duas imagens estão no formato JPG(Joint Photographic Experts Group) podendo ser decompostas em listas numéricas, simbolizando impulsos de sinal processado, onde esses valores foram analisados através de dois conjuntos de coordenadas cartesianas para dois eixos de referência em X e Y. A Figura 1(a) torna-se a imagem original base para compor conjunto gráfico contendo valores numéricos e referência visual, e a Figura 1(b) vão representar a nova imagem que foi adulterada propositalmente.



Figura 1. (a) Imagem original.(b) Imagem modificada.

2.1. Processamento convexo

A otimização para este projeto tornou possível a análise em nuvem de pontos gráficos, permitindo entender a dispersão numérica contida no interior de uma imagem digital. O método por varredura de convexa analisa valores e retorna vértices de uma poligonal [Cormen et al. 2012]- [Pinheiro and Silva] mostra resolução para o problema da envoltória convexa. Inserindo em uma pilha cada ponto de um conjunto de entrada Q e invalidando pontos da pilha que não é um vértice de CH(Q), visto no Algoritmo 1. Em [Beltran and Mendoza 2018] temos o estudo aplicado de algoritmo convexo de análise, aproveitando as vantagens geométricas e simétricas dos quadrantes formados em espaços 2D. Matrizes agrupadas em três camadas e totalizando 111 054 posições numéricas,

¹https://www.Python.org/psf/

são convertidas ao processo de listagem com otimização pelo método Graham-Scan. A análise convexa processou dois conjuntos com pontos de coordenadas para dois eixos cartesianos, em que os valores de X e de Y conterão 55 527 posições numéricas para amostra entre 0 e 255. A resposta inicial convexa a partir da imagem original pode ser visualizada na Figura 2(a), e na Figura 2(b) podem ser comparados posições do trecho X (1322 até 5281) e Y (56 849 até 60 808). Como visualizado na Figura 2(c), é demonstrado comparação geral de posições entre a imagem original e alterada, e a Figura 2(d) apresenta sobreposição do trecho.

Obtendo resposta visual, a análise numérica foi processada utilizando programação em linguagem (Python) através do algoritmo Graham-Scan e aplicado a Figura 1(a). Resposta gráfica de poligonal contendo os pontos de contorno é visualizado na Figura 2(a). Como informado, a matriz de pontos da imagem original gerou lista numérica que em seguida foi dividida em duas sub-listas de valores, o processamento convexo agiu sobre conjunto de dados atribuídos aos eixos de referência X e Y, para cada uma das duas sub-listas. Em composição de plano cartesiano comum para a análise em gráficos no formato de duas dimensões, observa-se que há inúmeras possibilidades em compor imagens digitais, o que acarreta também diferentes composições matriciais gráficas e que torna o trabalho de conversão em listas bastante, demorado. Pesando em reduzir tempo de processamento foi escolhido a partir da lista numérica proveniente da imagem original, conjunto particionado, porém, sequencial de valores para o qual foi aplicado nova análise convexa com resposta gráfica visualizada na Figura 2(b). A partir da análise feita sobre o conjunto de pontos parciais da imagem original constatou-se menor tempo de processamento. Sendo também executado comparativo de dispersão entre pontos convexos entre a imagem original e imagem alterada visto na Figura 1(b), tanto ao conjunto total de valores numéricos quanto ao subconjunto parcial de ambas as imagens. O resultado do processamento pode ser visualizado nas Figura 2(c)e Figura Figura 2(d). A Figura 3 apresenta a dispersão em duas secções de amostras gráficas, como forma em visualizar por melhor precisão o quanto os pontos de imagem podem estar afastados da posição original.

Algoritmo 1: GRAHAM-SCAN(Q)

início
Seja p_0 o ponto em Q com a coordenada y mínima ou tal ponto que esteja
mais à esquerda no caso de empate
Sejam $(p_1, p_2, \ldots, p_n$ os pontos restantes em Q , ordernados por ângulo polar
em ordem anti-horária em torno de p_0 , onde se hover mais
de um ponto com mesmo ângulo, remove-se todos os pontos, exceto
o mais afastado de p_0
Seja S uma pilha vazia
$Movimente(p_0, S)$
$Movimente(p_1, S)$
se $m \geq 2$ Movimente (p_2, S) então
para $i=3$ até m faça
enquanto o ângulo formado pelos pontos Próximo ao topo(S), Topo(S) e p _i curva não vira para a
esquerda faça
Pilha(S)
fim fim
Movimente $(p_{i,S})$
fim
fim
fim
reforma S



Figura 2. Em (a) tem-se o agrupamento com perímetro convexo da imagem original. (b) Retorna agrupamento de pontos e perímetro convexo para a secção de valores da imagem original. (c) Apresenta comparativo convexo do agrupamento entre a imagem original e a alterada. (d) Exibe comparativos de secção entre as imagens analisadas.



Figura 3. Em (a) Dispersão amplida ao centro da Figura 2(c). (b) Dispersão periférica da Figura 2(d).

2.2. Funções de linearidade

Conforme o tópico anterior, a análise gráfica antecipa o posicionamento numérico de grande quantidade de dados, mas é ainda possível extrair significado determinístico dos mesmos conjuntos de informações, sendo que a partir dos valores que definem a poligonal convexa. O estudo aplicado com modelos de polinômios acrescenta ao método do trabalho um novo desenvolvimento em previsão matemática, utilizando os pontos de valores numéricos das imagens e definindo comparativo de curvas gráficas para melhorar a detecção e adulteração da imagem digital. A resposta a este procedimento pode ser visualizada na Tabela 1, onde valores convexos dados nas colunas X e Y servem como referência na geração dos polinômios P_1 , P_2 , P_3 e P_4 . Com a definição gráfica dos polinômios foram gerados as seguintes imagens vistas nas Figuras 4(a), 4(b) e 4(c). Gráficos a partir de funções por variáveis comuns permitem o estudo do comportamento e da linearidade do contorno de funções, sendo que o processo pode ser expandido para diversas secções de valores e para o conjunto completo da lista. Para além dos gráficos de dispersão e das funções polinomiais, pode-se prever a sobreposição linear de convergência e a dispersão numérica divergente, e os extremos das funções polinomiais podem ser bem analisados através da Figura 4. Um panorama do comportamento pode ser definido na Figura 4(a) onde, por escala mais ampla para todos os 15 pontos de amostras ocorre a divergência das funções P_n para n = 1,2,3.... Apresentado o princípio não determinístico para além do ponto 15, visto que na Figura 4(b) existe a percepção de não linearidade, porém, com ajustes naturais matemáticos em convergência e sobreposição. Com visto antes a dispersão para extremo final de pontos de amostras pode ser melhor visto na escala da Figura 4(c).

Imagem original								
Valores Polinômio P ₁					Polinômio P ₂			
Posição	X	Y	X		Y		Grau	
54879	0	7	7.81667535	$\cdot 10^{-5}$	4.48015205	$\cdot 10^{-5}$	G^{12}	
51882	11	3	-6.76514650	$\cdot 10^{-3}$	-4.21601932	$\cdot 10^{-3}$	G^{11}	
52107	27	0	2.61529202	$\cdot 10^{-1}$	1.77669845	$\cdot 10^{-1}$	G^{10}	
8391	255	0	-5.95656002	$\cdot 10^{0}$	-4.41953263	$\cdot 10^{0}$	G^9	
11836	255	109	8.87549894	$\cdot 10^{1}$	7.19992050	$\cdot 10^{1}$	G^8	
25976	183	155	-9.08199647	$\cdot 10^2$	-8.05561252	$\cdot 10^{2}$	G^7	
50782	128	150	6.51540863	$\cdot 10^3$	6.31115003	$\cdot 10^3$	G^{6}	
38764	95	146	-3.28393736	$\cdot 10^{4}$	-3.46384100	$\cdot 10^{4}$	G^5	
38767	92	145	1.14634679	$\cdot 10^{5}$	1.31014649	$\cdot 10^{5}$	G^4	
38770	82	141	-2.67986658	$\cdot 10^{5}$	-3.29425732	$\cdot 10^{5}$	G^3	
41374	51	119	3.93981896	$\cdot 10^{5}$	5.15892024	$\cdot 10^{5}$	G^2	
54732	5	53	-3.22508805	$\cdot 10^{5}$	-4.44735873	$\cdot 10^{5}$	G^1	
54237	0	39	1.09028000	$\cdot 10^{5}$	1.56390000	$\cdot 10^{5}$	G^0	
Área da poligonal convexa 12.700,5								
Imagem modificada								
Va D i ~	lores	17	Polinomio	P_3	Polinômio P ₄			
Posiçao	X	Y			Y			
55458	~	0	7.07407(07	10-8	1 25020(07	10-7	Grau	
55077	0	9	-7.27497627	$\cdot 10^{-8}$	1.35829687	·10 ⁻⁷	Grau G ¹⁵	
55377	0 2	9 7	-7.27497627 9.53036574	$\cdot 10^{-8}$ $\cdot 10^{-6}$	1.35829687 -1.76162205	$(\cdot 10^{-7})$ $(\cdot 10^{-5})$	Grau G^{15} G^{14} G^{13}	
55377 53385	0 2 5	9 7 5	-7.27497627 9.53036574 -5.70984041	$\cdot 10^{-8}$ $\cdot 10^{-6}$ $\cdot 10^{-4}$ $\cdot 10^{-2}$	1.35829687 -1.76162205 1.04352100	$\cdot 10^{-7}$ $\cdot 10^{-5}$ $\cdot 10^{-3}$ 10^{-2}	Grau G^{15} G^{14} G^{13} G^{12}	
55377 53385 51612	0 2 5 27	9 7 5 0	-7.27497627 9.53036574 -5.70984041 2.07233661	$\cdot 10^{-8}$ $\cdot 10^{-6}$ $\cdot 10^{-4}$ $\cdot 10^{-2}$ $\cdot 10^{-1}$	1.35829687 -1.76162205 1.04352100 -3.73931966	$\cdot 10^{-7}$ $\cdot 10^{-5}$ $\cdot 10^{-3}$ $\cdot 10^{-2}$ 10^{-1}	G^{15} G^{14} G^{13} G^{12} G^{11}	
55377 53385 51612 8391	0 2 5 27 255	9 7 5 0 0	-7.27497627 9.53036574 -5.70984041 2.07233661 -5.08705787	$\cdot 10^{-8}$ $\cdot 10^{-6}$ $\cdot 10^{-4}$ $\cdot 10^{-2}$ $\cdot 10^{-1}$ $\cdot 10^{-1}$	1.35829687 -1.76162205 1.04352100 -3.73931966 9.04867074	$(-10^{-7})^{-10^{-5}}$ $(-10^{-3})^{-10^{-2}}$ $(-10^{-1})^{-10^{-1}}$	$\begin{array}{c} G^{15} \\ G^{14} \\ G^{13} \\ G^{12} \\ G^{11} \\ G^{10} \end{array}$	
55377 53385 51612 8391 11836	0 2 5 27 255 255	9 7 5 0 0 107	-7.27497627 9.53036574 -5.70984041 2.07233661 -5.08705787 8.92895033	(10^{-8}) (10^{-6}) (10^{-4}) (10^{-2}) (10^{-1}) (10^{0}) (10^{2})	1.35829687 -1.76162205 1.04352100 -3.73931966 9.04867074 -1.56311756	$(-10^{-7})^{-10^{-7}}$ $(-10^{-5})^{-3}$ $(-10^{-2})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$	$\begin{array}{c} G^{15} \\ G^{14} \\ G^{13} \\ G^{12} \\ G^{11} \\ G^{10} \\ G^{9} \end{array}$	
55377 53385 51612 8391 11836 16658	0 2 5 27 255 255 234	9 7 5 0 107 124	-7.27497627 9.53036574 -5.70984041 2.07233661 -5.08705787 8.92895033 -1.15503071	-10^{-8} -10^{-6} -10^{-4} -10^{-2} -10^{-1} -10^{0} -10^{2} -10^{2}	1.35829687 -1.76162205 1.04352100 -3.73931966 9.04867074 -1.56311756 1.98661843	$(-10^{-7})^{-10^{-7}}$ $(-10^{-5})^{-3}$ $(-10^{-2})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{2})^{-10^{-2}}$	$\begin{array}{c} G^{15} \\ G^{14} \\ G^{13} \\ G^{12} \\ G^{11} \\ G^{10} \\ G^{9} \\ G^{8} \end{array}$	
55377 53385 51612 8391 11836 16658 25976	0 2 5 27 255 255 234 183	9 7 5 0 0 107 124 156	-7.27497627 9.53036574 -5.70984041 2.07233661 -5.08705787 8.92895033 -1.15503071 1.11824397	-10^{-8} -10^{-6} -10^{-4} -10^{-2} -10^{-1} -10^{0} -10^{2} -10^{3} -10^{3}	1.35829687 -1.76162205 1.04352100 -3.73931966 9.04867074 -1.56311756 1.98661843 -1.88640028	$(-10^{-7})^{-10^{-7}}$ $(-10^{-3})^{-3}$ $(-10^{-2})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{1})^{-1}$ $(-10^{3})^{-10^{4}}$	$\begin{array}{c} {\bf Grau}\\ {\bf G}^{15}\\ {\bf G}^{14}\\ {\bf G}^{13}\\ {\bf G}^{12}\\ {\bf G}^{11}\\ {\bf G}^{10}\\ {\bf G}^{9}\\ {\bf G}^{8}\\ {\bf G}^{7} \end{array}$	
55377 53385 51612 8391 11836 16658 25976 50782	0 2 5 27 255 255 255 234 183 128	9 7 5 0 107 124 156 150	-7.27497627 9.53036574 -5.70984041 2.07233661 -5.08705787 8.92895033 -1.15503071 1.11824397 -8.14276563	-10^{-8} -10^{-6} -10^{-4} -10^{-2} -10^{-1} -10^{0} -10^{2} -10^{3} -10^{3} -10^{4}	1.35829687 -1.76162205 1.04352100 -3.73931966 9.04867074 -1.56311756 1.98661843 -1.88640028 1.34497578	(10^{-7}) (10^{-5}) (10^{-3}) (10^{-2}) (10^{-1}) (10^{1}) (10^{2}) (10^{3}) (10^{4})	$\begin{array}{c} {\bf Grau} \\ {\bf G}^{15} \\ {\bf G}^{14} \\ {\bf G}^{13} \\ {\bf G}^{12} \\ {\bf G}^{11} \\ {\bf G}^{10} \\ {\bf G}^{9} \\ {\bf G}^{8} \\ {\bf G}^{7} \\ {\bf G}^{6} \end{array}$	
55377 53385 51612 8391 11836 16658 25976 50782 38764	0 2 5 27 255 255 234 183 128 95	9 7 5 0 107 124 156 150 146	-7.27497627 9.53036574 -5.70984041 2.07233661 -5.08705787 8.92895033 -1.15503071 1.11824397 -8.14276563 4.44195721	-10^{-8} -10^{-6} -10^{-4} -10^{-2} -10^{-1} -10^{0} -10^{2} -10^{3} -10^{3} -10^{4} -10^{5}	1.35829687 -1.76162205 1.04352100 -3.73931966 9.04867074 -1.56311756 1.98661843 -1.88640028 1.34497578 -7.17300024	$(10^{-7})^{-10^{-7}}$ $(10^{-5})^{-3}$ $(10^{-2})^{-10^{-1}}$ $(10^{-1})^{-10^{-1}}$ $(10^{-1})^{-10^{-1}}$ $(10^{-1})^{-10^{-1}}$ $(10^{-1})^{-10^{-1}}$ $(10^{-1})^{-10^{-1}}$	$\begin{array}{c} Grau \\ G^{15} \\ G^{14} \\ G^{13} \\ G^{12} \\ G^{11} \\ G^{10} \\ G^{9} \\ G^{8} \\ G^{7} \\ G^{6} \\ G^{5} \end{array}$	
55377 53385 51612 8391 11836 16658 25976 50782 38764 38764 38767	0 2 5 27 255 255 234 183 128 95 91	9 7 5 0 107 124 156 150 146 145	-7.27497627 9.53036574 -5.70984041 2.07233661 -5.08705787 8.92895033 -1.15503071 1.11824397 -8.14276563 4.44195721 -1.79166154	$\begin{array}{r} \cdot 10^{-8} \\ \cdot 10^{-6} \\ \cdot 10^{-4} \\ \cdot 10^{-2} \\ \cdot 10^{-1} \\ \cdot 10^{0} \\ \cdot 10^{2} \\ \cdot 10^{3} \\ \cdot 10^{3} \\ \cdot 10^{4} \\ \cdot 10^{5} \\ \cdot 10^{5} \end{array}$	1.35829687 -1.76162205 1.04352100 -3.73931966 9.04867074 -1.56311756 1.98661843 -1.88640028 1.34497578 -7.17300024 2.82516131	$(10^{-7})^{-10^{-5}}$ $(10^{-5})^{-10^{-3}}$ $(10^{-2})^{-10^{-1}}$ $(10^{-1})^{-10^{-1}}$ $(10^{-1})^{-10^{-3}}$ $(10^{-1})^{-10^{-3}}$ $(10^{-5})^{-10^{-5}}$	$\begin{array}{c} Grau \\ G^{15} \\ G^{14} \\ G^{13} \\ G^{12} \\ G^{11} \\ G^{10} \\ G^9 \\ G^8 \\ G^7 \\ G^6 \\ G^5 \\ G^5 \\ G^5 \\ G^5 \\ G^6 \\ G^5 \\ G^6 $	
55377 53385 51612 8391 11836 16658 25976 50782 38764 38767 38770	0 2 5 27 255 255 234 183 128 95 91 82	9 7 5 0 107 124 156 150 146 145 141	-7.27497627 9.53036574 -5.70984041 2.07233661 -5.08705787 8.92895033 -1.15503071 1.11824397 -8.14276563 4.44195721 -1.79166154 5.21538142	$\begin{array}{c} \cdot 10^{-8} \\ \cdot 10^{-6} \\ \cdot 10^{-4} \\ \cdot 10^{-2} \\ \cdot 10^{-1} \\ \cdot 10^{0} \\ \cdot 10^{2} \\ \cdot 10^{3} \\ \cdot 10^{3} \\ \cdot 10^{3} \\ \cdot 10^{5} \\$	1.35829687 -1.76162205 1.04352100 -3.73931966 9.04867074 -1.56311756 1.98661843 -1.88640028 1.34497578 2.82516131 -8.02495324	$(-10^{-7})^{-1}$ $(-10^{-5})^{-1}$ $(-10^{-3})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^{-1}$ $(-10^{-1})^$	$\begin{array}{c} Grau \\ G^{15} \\ G^{14} \\ G^{13} \\ G^{12} \\ G^{11} \\ G^{10} \\ G^9 \\ G^8 \\ G^7 \\ G^6 \\ G^5 \\ G^5 \\ G^4 \\ G^2 \end{array}$	
55377 53385 51612 8391 11836 16658 25976 50782 38764 38767 38770 41374	0 2 5 255 255 234 183 128 95 91 82 49	9 7 5 0 107 124 156 150 146 145 141 119	-7.27497627 9.53036574 -5.70984041 2.07233661 -5.08705787 8.92895033 -1.15503071 1.11824397 -8.14276563 4.44195721 -1.79166154 5.21538142 -1.05236831	$\begin{array}{c} \cdot 10^{-8} \\ \cdot 10^{-6} \\ \cdot 10^{-4} \\ \cdot 10^{-2} \\ \cdot 10^{-1} \\ \cdot 10^{0} \\ \cdot 10^{2} \\ \cdot 10^{3} \\ \cdot 10^{3} \\ \cdot 10^{3} \\ \cdot 10^{5} \\ \cdot 10^{5} \\ \cdot 10^{6} \end{array}$	1.35829687 -1.76162205 1.04352100 -3.73931966 9.04867074 -1.56311756 1.98661843 -1.88640028 1.34497578 -7.17300024 2.82516131 -8.02495324 1.58033002	$\begin{array}{c} \cdot 10^{-7} \\ \cdot 10^{-5} \\ \cdot 10^{-3} \\ \cdot 10^{-2} \\ \cdot 10^{-1} \\ \cdot 10^{1} \\ \cdot 10^{2} \\ \cdot 10^{3} \\ \cdot 10^{4} \\ \cdot 10^{5} \\ \cdot 10^{5} \\ \cdot 10^{6} \end{array}$	$\begin{array}{c} Grau \\ G^{15} \\ G^{14} \\ G^{13} \\ G^{12} \\ G^{11} \\ G^{10} \\ G^{9} \\ G^{8} \\ G^{7} \\ G^{6} \\ G^{5} \\ G^{4} \\ G^{3} \end{array}$	

Tabela 1. Valores convexos com definição polinomial



Figura 4. (a) Sobreposição linear dos polinômios. Em (b) Divergência inicial com estabilidade.(c) Dispersão final não determinística.

3. Pesquisa e desenvolvimento

Ao aplicar o método em otimização programável para este trabalho é constatado o retorno gráfico de alteração ou adulteração da imagem digital. O estudante e pesquisador possuem meio complementar para a definição de padrões e alterações de valores de sinais, e aplicando processamento ao conjunto total numérico bem como em amostras parciais, se verificou modificações mínimas, porém, detectáveis de pontos gráficos com retorno de poligonal de contorno. Resultados visuais surgem tanto para uma grande lista de dados bem como para grupo parcial numérico. O projeto permite estender e minimizar o custo de processamento para canais digitais que processam imagens ou informações, e permitindo programar alterações na própria composição gráfica. O método aplicado responde como alternativa complementar para a visualização de dispersão de dados e alteração dos mesmos em imagens digitais.

Referências

- Ahmed, U., Mobashsher, A., Bialkowski, K., and Abbosh, A. (2014). Convex optimization approach for stroke detection in microwave head imaging. In 2014 Makassar International Conference on Electrical Engineering and Informatics (MICEEI), pages 46–49.
- Beltran, A. and Mendoza, S. (2018). Symmetrichull: A convex hull algorithm based on 2d geometry and symmetry. *IEEE Latin America Transactions*, 16(8):2289–2295.
- Cormen, T., Leiserson, C., and Rivest, R. (2012). Algoritmos. Elsevier Brasil 3.Ed.
- Linge, S. and Langtangen, H. P. (2016). *Programming for Computations-Python: A Gentle Introduction to Numerical Simulations with Python*, volume 15. Springer.
- Pinheiro, D. D. and Silva, L. A. Algoritmos de varredura linear e busca de padrões.
- Wibowo, A., Santoso, H. B., Rachmat, C. A., and Delima, R. (2019). Mapping and grouping of farm land with graham scan algorithm on convex hull method. In 2019 International Conference on Sustainable Engineering and Creative Computing (ICSECC), pages 121–126.
- Xu, J., Zheng, Z., Feng, Y., and Qing, X. (2010). A concave hull algorithm for scattered data and its applications. In 2010 3rd International Congress on Image and Signal Processing, volume 5, pages 2430–2433.