

# Utilização de Metaheurísticas na Resolução do Problema de Agendamento de Horários de Aulas numa Escola de Ensino Fundamental

Fábio Santanta de Oliveira<sup>1</sup>, Wanderley de Souza Alencar<sup>1</sup>,  
Hugo Alexandre Dantas do Nascimento<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Informática – Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Alameda Palmeiras, Quadra D, Câmpus Samambaia, CEP: 74690-900  
Goiânia – Goiás – Brasil

{fabiosantanaoliveira, wanderley, hadn}@inf.ufg.br

**Abstract.** *This article reports the use of metaheuristic techniques for the resolution of the so-called Teacher-Classroom Timetabling Problem, one of subcategories of the Educational Timetabling Problem. The three metaheuristic techniques employed are: In Vitro Fertilization Genetic Algorithm, Tabu Search and Greedy Randomized Adaptive Search Procedure. The experimentation was carried out with one real instance of the problem coming from a Brazilian school dedicated to elementary education and, in addition, with instances from widely known datasets. It turns out that the methods are able to produce solutions suitable for practical use in their contexts, being that method In Vitro has overcome the others for the established optimization goal.*

**Resumo.** *O artigo relata o emprego de metaheurísticas na resolução do Problema do Agendamento de Horário de Aulas, um exemplar da classe Educational Timetabling Problem. As três técnicas metaheurísticas empregadas foram: (1ª) In Vitro Fertilization Genetic Algorithm; (2ª) Tabu Search; e (3ª) Greedy Randomized Adaptive Search Procedure. A experimentação foi realizada com instâncias reais do problema advindas de uma escola brasileira dedicada à oferta do ensino fundamental e, adicionalmente, de datasets amplamente conhecidos. Verifica-se que os métodos são capazes de produzir soluções adequadas para utilização prática em seus contextos, sendo que o método In Vitro superou os demais para o objetivo de otimização estabelecido.*

## 1. Introdução

Antes do início de cada período letivo, nas mais variadas instituições de ensino – escolas, colégios, faculdades e universidades, dentre outras – há um desafiador problema a ser resolvido: o da elaboração do horário de aulas para aquele período. A literatura científica internacional nomeia, de maneira abrangente, este problema de *Educational Timetabling Problem* (ETTP), como também concebe nomes particulares para suas diferentes especificações, gerando subclasses dele, como se delinearão adiante neste texto.

Por sua vez, o ETTP é um exemplar de uma categoria mais ampla de problemas denominados por *Scheduling Problems* (SPs)<sup>1</sup>, nos quais o objetivo é alocar todos os recursos necessários para a realização de cada uma das tarefas constantes num conjunto

---

<sup>1</sup>Por isso, é também referenciado por *Academic Scheduling Problem*, como em [Teoh et al. 2015].

predefinido delas. Em situações reais, é comum a existência de conflitos entre a *disponibilidade* e a *demanda* de recursos para a realização destas tarefas e, por isso, se busca uma solução viável, ou seja, uma que possa ser aplicada na prática e que maximize uma *função de utilidade*<sup>2</sup> definida. Esta função deve refletir a preferência do usuário por uma certa solução em relação às demais para a instância particular do problema sendo solucionada.

Nos ETTPs, o *tempo* necessário para a execução das atividades acadêmicas – nomeadas, genericamente, de *aulas* – é o principal recurso a ser contingenciado. O foco é, em verdade, no *intervalo de tempo* exigido para a realização de uma aula em relação às demais. Assim, a resolução de uma instância do ETTP consiste em associar cada aula a um intervalo de tempo (ou *horário*) em que ela deverá ocorrer num certo conjunto de horários disponíveis. Adicionalmente à condicionante temporal, existe a exigência de alocação de professores, geralmente de maneira exclusiva a uma aula, e de recursos de infraestrutura (como salas, laboratórios, equipamentos tecnológicos, etc.).

Ainda hoje, em muitas instituições de pequeno e médio portes, este problema é resolvido *manualmente*, o que pode exigir substancial esforço de um profissional especializado ou mesmo de uma equipe deles, sendo comum que a obtenção de uma solução consuma de algumas horas a diversos dias, de acordo com as exigências impostas à aceitação de uma candidata à solução viável, ou seja, aplicável na prática, como enfatiza van Staereling [van Staereling 2012]: “*School timetable construction can be an extremely difficult task and usually consumes a large amount of time. Although some have a better intuition for the problem than others, it is most of the time practically impossible to construct a timetable that satisfies the wishes of every teacher and student.*”.

Desde meados da década de 1960, tem surgido propostas de métodos semi-automáticos/automáticos que visam a resolução do ETTP, como os trabalhos de Appleby, Gotlieb, Berghuis e Lions ([Appleby 1961], [Gotlieb 1962], [Berghuis et al. 1964] e [Lions 1966, Lions 1967]). Transcorrido mais de meio século, este problema ainda se encontra aberto à investigação científica, devido a diversos fatores, dentre os quais se podem citar:

- (1) apesar de haver um conjunto identificável de características comuns entre as diferentes instituições de ensino que atuam num mesmo nível de ensino e/ou localidade, cada instituição possui particularidades que a tornam única, impossibilitando o uso de soluções gerais e/ou genéricas, de aplicação ampla;
- (2) a constatação de que o problema é um exemplar típico das classes dos denominados problemas  *$\mathcal{NP}$ -Completo* e  *$\mathcal{NP}$ -Difícil* em suas modelagens sob a forma de problema de *decisão* e de *otimização*, respectivamente, como demonstrado em diversos trabalhos, dentre eles o elaborado por de Werra [de Werra 1997].
- (3) o grande número de variáveis de decisão envolvidas em exemplares reais e as complexas interdependências entre elas, muitas vezes antagônicas entre si.

Tendo em vista a grande diversidade de categorizações para os ETTPs existentes, neste texto adota-se a taxonomia proposta por Carter e Tovey [Carter and Tovey 1992]:

- (1) *Course Timetabling* – Cada estudante é considerado o elemento básico para o agendamento. Deve-se associar horários para a realização de aulas de cada uma das disciplinas constantes no currículo a ser cumprido pelo estudante. Podem

---

<sup>2</sup>Função de qualidade, de avaliação ou objetivo.

existir várias restrições aplicadas com respeito à estrutura do currículo, salas de aulas, professores, etc. Muitas universidades adotam esse sistema de associação, que é conhecido, no Brasil, pelo nome genérico de “Sistema de Créditos”: cada aluno tem o seu horário de aulas próprio, não pertencendo a uma “turma”.

- (2) *Class-Teacher Timetabling* – A unidade utilizada para o agendamento é uma “turma”. Normalmente há uma associação prévia entre professores e cursos/turmas nos quais estes atuarão, bem como as disciplinas pelas quais cada um será responsável. O problema é fixar as aulas a serem realizadas para as turmas existentes, sem gerar nenhum conflito temporal e, complementarmente, satisfazer as outras restrições impostas pelas diversas entidades envolvidas. A factibilidade é, frequentemente, a maior dificuldade apresentada nessa subclasse de problemas e, muitas vezes, se faz necessário reconsiderar associações previamente estabelecidas de maneira a atingir uma solução. Esse tipo de problema está presente na maioria das escolas da educação infantil, ensino fundamental e médio brasileiras;
- (3) *Student Scheduling* – Essa categoria ocorre quando as disciplinas são oferecidas em múltiplas vezes, com aulas simultâneas ou não. Assim, uma vez que cada estudante tenha fixado quais disciplinas irá cumprir no período, deve-se elaborar um horário válido para ele. A existência de múltiplos horários de oferta de uma disciplina se constitui um facilitador na obtenção de horários de aulas de melhor qualidade para os estudantes e auxilia no balanceamento da quantidade de alunos;
- (4) *Teacher Assignment* – O problema é associar professores às disciplinas de maneira a maximizar uma função de preferência destes com relação a cada uma das disciplinas. Normalmente a resolução desse problema é feita como uma fase anterior à elaboração de um horário de aulas propriamente dito, pois não considera as restrições impostas pelos demais entes envolvidos (estudantes, salas, etc.);
- (5) *Classroom Assignment* – As aulas entre estudantes e professores para o cumprimento das exigências estabelecidas no currículo devem estar associados às salas de aulas específicas. Uma sala de aula é associada de maneira a satisfazer condicionantes: sua capacidade (número máximo de alunos), sua localização na instituição (câmpus/blocos), os recursos materiais nela disponíveis, os horários em que ela está disponível, etc. Idealmente, nessa situação, os horários de ocorrência das aulas e as salas de aulas deverão ser associados de maneira simultânea.

O problema aqui tratado está na categoria *Class-Teacher Timetabling* (CT-TTP) para a qual técnicas metaheurísticas, que não precisam se relacionar intimamente com o domínio do problema sendo resolvido, têm representado, nos últimos anos, uma abordagem promissora para a descoberta de soluções eficazes e eficientes. Por esse motivo, este trabalho explora três técnicas metaheurísticas para um problema desta categoria: (1<sup>a</sup>) *Genetic Algorithms* (GA), com o aprimoramento proposto por Camilo-Junior & Yamanaka [Camilo-Junior and Yamanaka 2011], que mimetiza a fertilização *in vitro*; (2<sup>a</sup>) *Tabu Search* (TS); e (3<sup>a</sup>) *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP).

O restante deste texto está organizado em cinco seções. A seguinte, Seção 2, exhibe uma sucinta revisão da literatura científica dedicada ao *Educational Timetabling Problem* e afins. A Seção 3 especifica o problema-alvo a ser aqui tratado para, ato contínuo, a Seção 4 apresentar os métodos empregados em sua resolução. A experimentação computacional é delineada na Seção 5, sendo as conclusões dela extraídas e uma análise geral do trabalho registradas na Seção 6.

## 2. Revisão da Literatura

O tratamento científico-computacional para o *Problema de Agendamento de Horários de Aulas*, ou *Educational Timetabling Problem* (ETTP), teve início na década de 1960, sendo o trabalho de Appleby [Appleby 1961] um dos pioneiros. Nele, técnicas para a “construção” de horários por meio do uso de computadores são apresentadas e o problema é comparado com outros problemas de escalonamento já conhecidos na época. Gotlieb [Gotlieb 1962] propõe um método iterativo que emprega matrizes de variáveis lógicas, demonstrando ser possível gerar horários viáveis. Este método é aprimorado por Csimá & Gotlieb [Csimá and Gotlieb 1964], que apresentam fundamentação teórica de seu funcionamento. Um método que emprega uma função recursiva de “troca de horários” é proposto por Berghuis *et al.* [Berghuis *et al.* 1964] para resolver a geração de horários infactíveis, sendo ele aplicado em diversos problemas reais. Lions, num par de trabalhos, [Lions 1966, Lions 1967], utiliza técnicas para a redução de matrizes como abordagem para a geração de horários para escolas da cidade de Ontário – Canadá.

Nas duas décadas seguintes – 1970 e 1980 – houve grande esforço para a identificação/resolução de diferentes especificações do ETTP. Tendo em vista a grande variedade existente, de Werra [de Werra 1985] se propõe a apresentar uma “introdução” a esta nova categoria de problemas, com destaque para a modelagem baseada na Teoria de Grafos que, à época, começa a se mostrar útil para sua formulação e resolução.

A partir de 1990, ganham destaque as propostas baseadas em heurísticas e metaheurísticas. Os trabalhos de Hertz [Hertz 1991, Hertz 1992] empregam *Tabu Search* (TS) – concebida por Glover [Glover 1989, Glover 1990] – para resolução de problemas de “grande escala”, onde o número de conflitos entre os horários das aulas que possuem estudantes e/ou professores comuns é, normalmente, elevado. Na abordagem, TS é usada para a resolução de subproblemas (*assignment problems*) que são combinados para a síntese de uma solução global. Num experimento se demonstra a capacidade para resolver um problema com 143 professores, 288 disciplinas, 1.729 estudantes e 67 salas em 15 prédios.

O trabalho de Colorni *et al.* [Colorni *et al.* 1992] anuncia os *Genetic Algorithms* (GAs) como uma “nova abordagem” para a resolução de TTPs, empregando-os, com sucesso, em escolas italianas. Em sequência, ele e outros [Colorni *et al.* 1998] confrontam três abordagens para solucionar o mesmo problema: TS, *Simulated Annealing* (SA)<sup>3</sup> e GA. Este último possui duas versões: *sem* e *com* o uso de uma técnica de *local search* (LS). A experimentação, em duas escolas italianas, evidenciou que GA+LS e TS são capazes de superar soluções sintetizadas pelo TS ou aquelas confeccionadas manualmente empregando um *software* comercial como apoio à tarefa. Os problemas considerados possuíam de 20 a 24 professores, 10 turmas e 30 aulas semanais por turma.

Em seu trabalho, Ferland & Lavoie [Ferland and Lavoie 1992] usam um método heurístico iterativo, realizando experimentos com problemas artificiais sistematicamente concebidos. O método se mostra adequado para obtenção de soluções que são aceitas por usuários reais. No início dos anos 2000, a interatividade com o usuário é empregada por Müller & Barták [Müller and Barták 2001] como paradigma de resolução colaborativa

---

<sup>3</sup>Baseada na versão original concebida por Metropolis [Metropolis *et al.* 1953] e como empregada por Kirkpatrick *et al.* [Kirkpatrick *et al.* 1983].

usuário/computador. Os experimentos mostram a capacidade desta combinação para resolver ETPs de uma universidade de médio porte. A mesma abordagem é empregada por Geske & Goltz [Geske and Goltz 2004], obtendo resultados similares aos primeiros.

Um GA é proposto por dos Santos & Santos [dos Santos and Santos 2004] para a resolução do problema numa escola que oferta ensino fundamental e médio. Nesse GA, cada cromossomo representa uma solução possível, mas não necessariamente viável, para o horário de aulas. As restrições são hierarquizadas quanto ao grau da penalidade imposta por sua violação (*grave*, *médio* e *baixo*). A experimentação com 16 professores, 03 turmas, 45 disciplinas e 90 aulas semanais foi capaz de identificar soluções avaliadas como “*subótimas*” pelos autores.

O trabalho de Santos [Santos et al. 2004] utiliza um processo *tabu search* (TS) para resolver o problema de escalonar professores/turmas, incluindo-se duas estratégias de diversificação. Os resultados experimentais, quando comparados a outras propostas de TS da literatura, se mostraram melhores para todas as instâncias testadas pelos autores.

De Haan *et al.* [de Haan et al. 2007] apresentam estudo de caso numa instituição de ensino médio. O objetivo é associar individualmente *estudante–disciplina–sala* para tratar o fato de que os estudantes não são vinculados a turmas e, sim, considerados isoladamente nesta escola. O processo de elaboração do horário é, por isso, dividido em três passos: (1º) as disciplinas são distribuídas em turnos; (2º) aulas – das disciplinas – associadas a horários; e (3º) otimiza-se o horário por meio da aplicação de um processo *tabu search*.

Moura & Scaraficci [Moura and Scaraficci 2010] apresentam a combinação de GRASP com um processo de *path relinking improvement* para resolver um horário associado a período de tempo prefixado e envolvendo aulas/professores que devem satisfazer restrições operacionais, algumas específicas das instituições brasileiras. A combinação, de acordo com os autores, apresenta bons resultados na resolução de instâncias reais.

Mais recentemente, a integração de técnicas tem merecido destaque, como demonstra o trabalho de Fonseca *et al.* [Fonseca et al. 2016], no qual se combina a metaheurística *Variable Neighbourhood Search Algorithm*, também usada por Fonseca & Santos [Fonseca and Santos 2014], com um modelo de programação matemática (matheurística) para solucionar um conjunto de ETPs. Apesar disso, técnicas clássicas, como programação matemática inteira, não são desconsideradas como evidencia Friedman [Friedman 2016], sendo também comparadas com outras, como mostrado por Veenstra & Vis [Veenstra and Vis 2016].

### 3. Especificação do Problema

O problema-alvo deste trabalho, o *School Timetabling Problem* (STTP), tem sido especificado de variadas maneiras e resolvido por diferentes métodos, como delineado na seção anterior. No sistema educacional brasileiro, nas instituições de ensino fundamental e médio – normalmente denominadas de *escolas* e *colégios*, respectivamente – cada estudante está associado apenas a uma turma que, por sua vez, possui seu horário semanal de aulas fixado antes do início do período letivo. É comum, mas não obrigatório, que uma turma utilize um conjunto bem limitado de salas de aula no transcorrer da semana. Outro costume é que há prioridade, nos horários concebidos, ao atendimento das restrições im-

postas pelos professores. Como resultado o problema se insere, na taxonomia apresentada na Seção 1, como um exemplar da categoria *Class-Teacher Timetabling* (CT-TTP).

Uma restrição pode ser de atendimento obrigatório (restrição *forte* ou *hard constraint*) ou opcional, mas desejável (*fraca*, ou *soft constraint*). A violação, por um agendamento de horários, de qualquer restrição forte (HC), o torna de adoção inviável e, por isso, ele deve ser descartado. Por outro lado, um agendamento de horários que não atenda a todas as restrições fracas (SC), continua sendo uma solução válida, mas penalizada na proporção ponderada das SCs violadas.

Nesta especificação do CT-TTP, considera-se que há um conjunto finito de:

- (1) professores  $\mathcal{P} = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n, \text{ com } n \in \mathbb{N}^*\}$ , capaz, cada um, de ministrar certas disciplinas;
- (2) disciplinas  $\mathcal{D} = \{d_1, d_2, d_3, \dots, d_m, \text{ com } m \in \mathbb{N}^*\}$ , sendo um conjunto comum expresso por  $\mathcal{D} = \{ \text{Biologia, Ciências, Cultura surda, Dança, Educação física, Ensino religioso, Filosofia, Física, Geografia, História, Inglês, Língua portuguesa, Libras, Literatura, Matemática aplicada, Matemática, Química e Sociologia} \}$ ;
- (3) turmas  $\mathcal{T} = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_y, \text{ com } y \in \mathbb{N}^*\}$ ;
- (4) ofertas  $\mathcal{R} = \{r_1, r_2, r_3, \dots, r_x, \text{ com } x \in \mathbb{N}^*\}$ . Uma oferta é a designação de um professor  $p_i$  para poder ministrar as aulas de uma disciplina  $d_j$ , ou seja, é um par ordenado  $(p_i, d_j) \in \mathcal{P} \times \mathcal{D}$ .

As restrições usadas neste texto são as seguintes:

- (1)  $hc_1$  – Um professor somente pode ministrar, num determinado horário, uma única aula para uma certa turma (não conflito de horário do professor);
- (2)  $hc_2$  – Um professor somente pode ministrar aulas em horários nos quais está disponível, tendo em vista que ele pode registrar indisponibilidade para um subconjunto horários (obediência à disponibilidade do professor);
- (3)  $hc_3$  – Uma turma, num determinado horário, somente pode assistir a uma única aula (não conflito de horário da turma);
- (4)  $sc_1$  – Deve-se evitar a existência de “aula vaga” no agendamento de horários semanal de uma turma;
- (5)  $sc_2$  – Deve-se evitar a existência de “aula vaga” no agendamento de horários de um professor;
- (6)  $sc_3$  – Deve-se evitar a existência de intervalo entre duas aulas de uma mesma disciplina (ou professor), num mesmo dia de agendamento de horário de uma turma.

Considera-se que a semana letiva possui  $d \in \mathcal{N}^*$  dias úteis, com  $1 \leq d \leq 6$ . Cada dia letivo, por sua vez, possui  $h$  intervalos de tempo<sup>4</sup> disponíveis para abrigar uma aula. Por consequência, a semana letiva possui  $q = d \times h$  intervalos. Uma solução  $Q$  para o problema é a associação estabelecida entre todos os  $q$  intervalos de tempo de uma semana letiva e as ofertas  $\mathcal{R}$  efetivamente alocadas nestes intervalos.

Para realizar a comparação qualitativa entre duas diferentes soluções propostas foi

<sup>4</sup>A literatura científica denomina de *timeslot* a cada um dos intervalos de tempo no qual um dia é dividido de maneira discreta. Por exemplo, das 08h às 09h, um *timeslot*. Das 09h às 10h, outro.

concebida uma *função objetivo* (FO) expressa por:

$$\mathcal{F}(Q) = \sum_{i=1}^3 w_i \times \mathcal{F}_i(Q) \quad (1)$$

onde cada  $\mathcal{F}_i$  é uma função concebida para quantificar a penalidade, na FO, advinda da violação das restrições fracas (SCs)  $sc_1$ ,  $sc_2$  e  $sc_3$ , respectivamente:

$$\mathcal{F}_1(Q) = \sum_{t=1}^{|\mathcal{T}|} horariovago(t) \quad (2)$$

$$\mathcal{F}_2(Q) = \sum_{t=1}^{|\mathcal{T}|} \sum_{d=1}^{|\mathcal{D}|} horariovago(d) \quad (3)$$

$$\mathcal{F}_3(Q) = \sum_{t=1}^{|\mathcal{T}|} \sum_{p=1}^{|\mathcal{P}|} intervalo(p) \quad (4)$$

os valores  $w_i$ ,  $w_i \in \mathbb{R}^*$ , representam a importância relativa entre cada uma das diferentes violações das SCs.

Por exemplo, um conjunto de disciplinas é representado na Tabela 1:

**Tabela 1. Conjunto de disciplinas ofertadas em determinado período letivo.**

Nome da Disciplina
Biologia
Ciências
Cultura surda
Dança
Educação física
Ensino Religioso
Filosofia
Física
Geografia
História
Inglês
Língua portuguesa
Libras
Literatura
Matemática aplicada
Química
Sociologia

As ofertas, que relacionam professores e disciplinas, são destacadas na Tabela 2, onde cada linha representa um par (professor, disciplina) que será associado ao agendamento de horários.

**Tabela 2. Conjunto de ofertas – professor/disciplina**

Nome do Professor	Nome da Disciplina
Alessandra	Biologia
Alessandra	Ciências
Anderson	Física
Elaine	Dança
Elaine	Educação física
Fernanda	Cultura surda
Fernanda	Libras
Graça	Geografia
Graça	História
Graça	Ensino Religioso
Graça	Sociologia
Kelly	Matemática aplicada
Mariana	Língua portuguesa
Mariana	Literatura

Por fim, um exemplo de agendamento de horários para a instituição de ensino é mostrado na Tabela 3.

**Tabela 3. Exemplo de agendamento de horários de aulas.**

Horário	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
07:00 – 07:50	Ed. Física <i>Fernanda</i>	Inglês <i>Elisângela</i>	Inglês <i>Elisângela</i>	Dança <i>Alessandra</i>	Física <i>Fernanda</i>
07:50 – 08:40	L. Port. <i>Elisângela</i>	Biologia <i>Elisângela</i>	Matemát. <i>Kenia</i>	Dança <i>Alessandra</i>	Libras <i>José</i>
08:40 – 09:30	L. Port. <i>Elisângela</i>	Matemát. <i>Kenia</i>	Inglês <i>Elisângela</i>	Ciências <i>Agda</i>	Física Anderson
09:45 – 10:35	Matemát. <i>Kenia</i>	Ciências <i>Agda</i>	Biologia <i>Elisângela</i>	Ciências <i>Agda</i>	Biologia <i>Kenia</i>
10:35 – 11:15	Ens. Rel. <i>Graça</i>	Ciências <i>Agda</i>	Libras <i>Josiane</i>	Biologia <i>Agda</i>	História <i>Graça</i>
11:15 – 12:00	Geografia <i>Graça</i>	História <i>Graça</i>	Libras <i>Josiane</i>	História Anderson	Geografia <i>Graça</i>

#### 4. Métodos Propostos

Esta seção discute, de maneira sintética, o *Genetic Algorithm* (GA) por meio de sua variante *In Vitro Fertilization* (IVFm), o *Tabu Search* (TS) e, por fim, *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures* (GRASP).

##### 4.1. *In Vitro Fertilization Genetic Algorithm* (IVFm)

O algoritmo genético (*Genetic Algorithm* – GA) se baseia na melhoria de soluções através de mecanismos inspirados em genética evolucionária e seleção natural. Os principais

mecanismos são a *Seleção* e a *Variação*. Na *Seleção*, os indivíduos mais adaptados ao meio em que vivem têm mais chances de sobreviver e deixar descendentes. Na *Variação*, pode ocorrer a recombinação genética oriunda do processo reprodutivo ou de mutações de origem aleatória e imprevisível.

Cada indivíduo representa uma solução para o problema e a aptidão é dada pelo valor da *função objetivo*. O algoritmo gera repetidamente uma população de tamanho  $n$ , sendo que a cada população é obtida a partir da população anterior, através da seleção dos melhores indivíduos. Na população gerada, é aplicada recombinação e/ou mutação para gerar novos indivíduos, que serão adicionados à população.

Um dos possíveis comportamentos dos GAs são a perda e o baixo aproveitamento das informações presentes nas populações de indivíduos, cada um representando uma possível solução para o problema-alvo. Para minimizá-los houve a proposta um algoritmo auxiliar, paralelo, de forma análoga à fertilização *in vitro* biológica, sendo este denominado de *In Vitro Fertilization Genetic Algorithm* (IVFm) por Camilo-Junior & Yamanaka [Camilo-Junior and Yamanaka 2011] e, por isso, esta abordagem foi utilizada no presente texto e parametrizada conforme mostra a Seção 5.

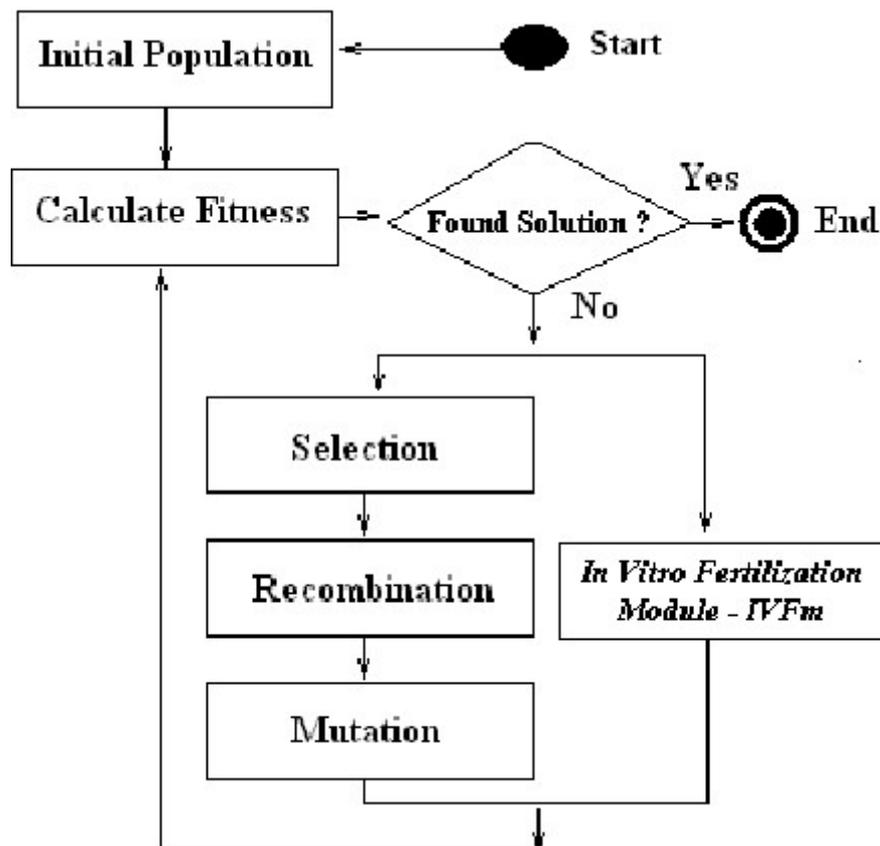


Figura 1. Fluxo do *In Vitro Fertilization Genetic Algorithm*, concebida por Camilo-Junior & Yamanaka [Camilo-Junior and Yamanaka 2011].

Em particular, o IVFm recebe como entrada parcelas da população atual e gera um ou mais indivíduos, melhores que o melhor indivíduo da população atual. Desta forma, ele recebe e analisa uma boa quantidade de informações que poderia ser perdida,

recombina e abastece a população com bons indivíduos, otimizando o processo evolucionário. O fluxo do algoritmo é apresentado na Figura 1, conforme Camilo-Junior & Yamanaka [Camilo-Junior and Yamanaka 2011].

O IVFm avalia várias possibilidades e seleciona os genes do pai e das mães (*father*, *mothers*) que irão compor o novo indivíduo. São selecionados os genes do melhor indivíduo (*father*) e dos outros bons indivíduos (*mothers*), sendo o novo indivíduo é avaliado para verificar a sua aptidão (ou *fitness*). Caso seja um bom indivíduo, ele é introduzido na população. O processo de recombinação é apresentado na Figura 2, extraída de Camilo-Junior & Yamanaka [Camilo-Junior and Yamanaka 2011].

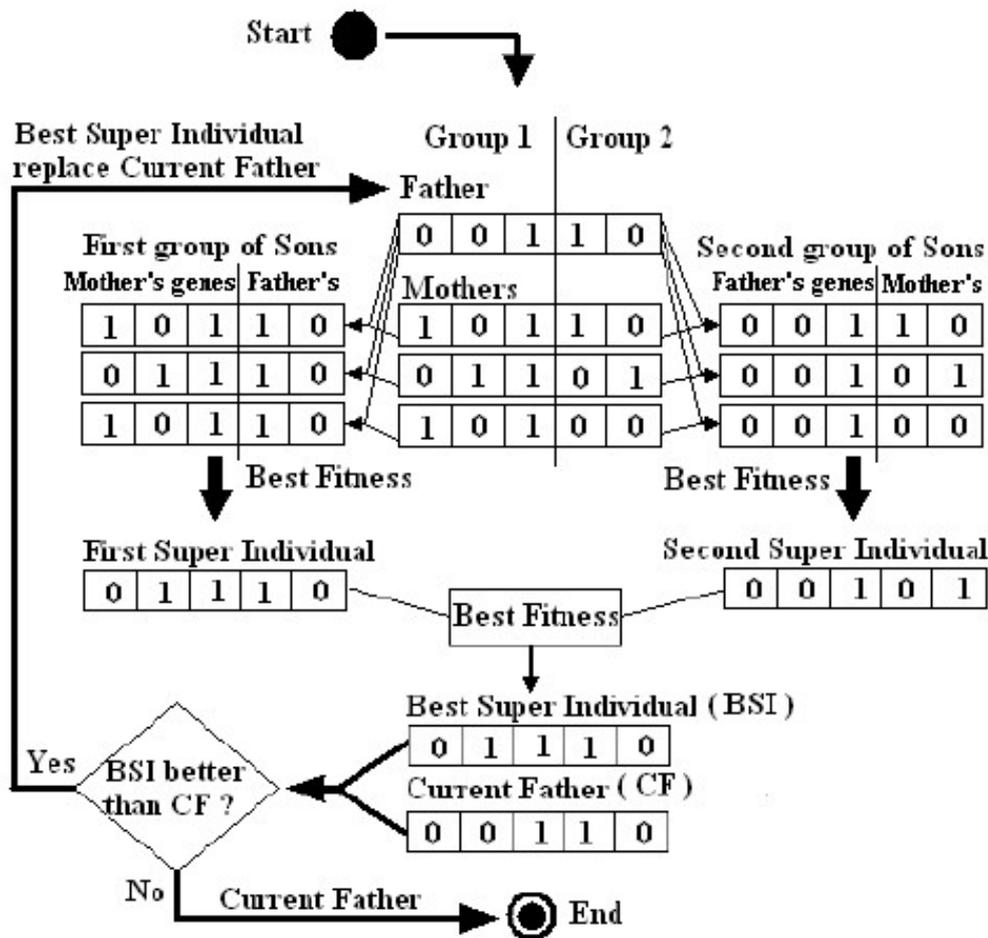


Figura 2. Processo de recombinação proposto por Camilo-Junior & Yamanaka [Camilo-Junior and Yamanaka 2011].

#### 4.2. Tabu Search (TS)

A abordagem *tabu search* (TS), concebida por Glover [Glover 1989, Glover 1990], é uma metaheurística baseada em técnicas de busca local e que emprega um processo de seleção na vizinhança de uma certa solução  $x$ , dita *atual*, para eleger outra solução, dita  $x'$ , para substituí-la. A esperança é que  $x'$  seja melhor que  $x$ , quando avaliada por uma certa função de aptidão previamente definida. O termo *vizinhança* se refere ao fato de que  $x'$  pouco difere de  $x$ . Um dos problemas potenciais da ideia de vizinhança é que pode ocorrer um processo cíclico de busca e, para evitá-lo, é utilizada uma “lista tabu”, ou seja, uma

lista com as soluções visitadas recentemente durante uma certa quantidade de iterações (prefixada) no processo de busca.

A escolha considera a existência de uma lista tabu  $\mathcal{T}$ , onde a melhor solução  $x'$ , não tabu na vizinhança de  $x$ , é a escolhida. Em geral, a lista tabu é representada por uma fila circular de tamanho máximo prefixado.

### 4.3. Greedy Randomized Adaptive Search Procedures (GRASP)

O *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP), amplamente descrito por Feo & Resende [Feo and Resende 1995], é uma metaheurística de múltiplas inicializações e, por isso, tende à obtenção de ótimos locais de melhor qualidade que métodos de inicialização única.

O processo é dividido em duas fases: criação e busca local. Em cada iteração do algoritmo, é gerada uma solução inicial aleatória utilizando um algoritmo guloso e sobre ela é efetuada uma *Busca Local*. O histórico das soluções não é guardado. O processo de repete, até que algum critério de parada seja satisfeito como registrado no trabalho de J. Hirsch *et al.* [J. Hirsch et al. 2010].

## 5. Experimentação Computacional

A experimentação computacional foi conduzida utilizando-se de um *notebook* DELL, modelo Inspiron 7560, Intel I7 com velocidade de processamento de 2.70GHz, memória principal de 16GiB e tecnologia DDR4, unidade de disco rígido com capacidade de 916 GiB e contando com uma placa de vídeo da marca NVIDIA, modelo GeForce 940MX. O sistema operacional instalado é o Windows 10, versão 1803 (compilação 17134.165) com todas as atualizações publicadas pelo produtor. A aplicação foi desenvolvida utilizando-se a linguagem C++ e compilada para o ambiente supramencionado por meio do compilador C++ Builder 10.2, versão 25.0.29899.2631.

Foram usadas as informações de uma escola de ensino fundamental e médio, em Goiânia, e instâncias do Brasil publicadas pela ITC2011, disponível em <https://www.utwente.nl/en/eemcs/dmmp/hstt/archives/XHSTT-2012/>. A Tabela 4 apresenta o número de horários disponíveis para alocação, o número de professores, o número de turmas e o número de aulas.

**Tabela 4. Características das instâncias.**

Instância	Quantidade de Horários	Professores	Turmas	Aulas
Escola em Goiânia	30	10	8	240
BrazilInstance1	25	8	3	75
BrazilInstance4	25	23	12	300
BrazilInstance5	25	31	13	325
BrazilInstance6	25	20	14	350
BrazilInstance7	25	33	20	500

As metaheurísticas foram parametrizadas, para todas as instâncias, da seguinte maneira:

(1) **GRASP**

GRASP Max = 100  
Candidate List Size= 10

(2) **Tabu Search**

BTMax = 100  
Tabu Size= 10

(3) **In Vitro Fertilization Genetic Algorithm (IVFm)**

Population Size = 3000  
Quantidade de indivíduos avaliados = 20% do Population Size.

Os parâmetros  $w_i, i = 1, 2, 3$  e  $w_i \in \mathbb{R}^*$ , que refletem a importância relativa entre as violações das restrições fracas (SCs), foram todos fixados em 1.

### 5.1. Resultados e Análise

Os resultados dos experimentos são apresentados na Tabela 5. A metaheurística *In Vitro Fertilization Genetic Algorithm* (IVFm) obteve, sempre, os melhores valores para função objetivo – que deve ser minimizada. A *Tabu Search* apresentou-se como a segunda melhor técnica aplicada aos problemas resolvidos. Os valores calculados para as instâncias *BrazilInstance4*, *BrazilInstance5* e *BrazilInstance6* foram muito próximos, mesmo com diferenças na quantidades de professores, turmas e aulas (Tabela 4).

**Tabela 5. Resultado da função objetivo.**

Instância	<i>Tabu Search</i>	GRASP	<i>IVFm</i>
Escola em Goiânia	280	284	268
<i>BrazilInstance1</i>	156	168	142
<i>BrazilInstance4</i>	368	372	340
<i>BrazilInstance5</i>	388	396	370
<i>BrazilInstance6</i>	368	388	362
<i>BrazilInstance7</i>	456	500	428

### 6. Conclusões

As soluções do problema foram feitas utilizando as metaheurísticas: *In Vitro Fertilization Genetic Algorithm* (IVFm), *Tabu Search* e *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures* (GRASP). O estudo de caso foi o agendamento de horários de escola de ensino fundamental (6º ano, 7º ano, 8º ano, 9º ano) e ensino médio (1º ano, 2º ano e 3º ano) em Goiânia. Também, foram utilizadas instâncias do Brasil publicadas pela ITC2011. A oferta é representada por uma tupla de professor e disciplina. A grade de horários é representada por uma estrutura de dados baseada em matriz com os dias e os horários da escola.

As três metaheurísticas encontraram soluções viáveis para as instâncias, sendo que a metaheurística *In Vitro Fertilization Genetic Algorithm* apresentou, sempre, melhor valor da função objetivo, sendo seguida pela *Tabu Search*.

## Referências

- Appleby, J. S. (1961). Techniques for producing school timetables on a computer and their application to other scheduling problems. *The Computer Journal*, 3(4):237–245.
- Berghuis, J., van der Heiden, A. J., and Bakker, R. (1964). The preparation of school timetables by electronic computer. *BIT Numerical Mathematics*, 4(2):106–114.
- Camilo-Junior, C. G. and Yamanaka, K. (2011). In vitro fertilization genetic algorithm. In Kita, E., editor, *Evolutionary Algorithms*, pages 1–14. InTech Open Access Publisher.
- Carter, M. W. and Tovey, C. A. (1992). When is the classroom assignment problem hard? *Operations Research*, 40(S1):28–29.
- Coloni, A., Dorigo, M., and Maniezzo, V. (1992). Genetic algorithms: a new approach to the timetable problem. *Combinatorial Optimization*, pages 235–239.
- Coloni, A., Dorigo, M., and Maniezzo, V. (1998). Metaheuristics for high school timetabling. *Computational Optimization and Applications*, 9(3):275–298.
- Csima, J. and Gotlieb, C. C. (1964). Test on a computer method for constructing school timetables. *Communications of the ACM*, 7:160.
- de Haan, P., Landman, R., Post, G., and Ruizenaar, H. (2007). A case study for timetabling in a dutch secondary school. In *Practice and Theory of Automated Timetabling VI*, volume 3867, pages 267–279.
- de Werra, D. (1985). An introduction to timetabling. *European Journal of Operational Research*, 19(2):151–162.
- de Werra, D. (1997). The combinatorics of timetabling. *European Journal of Operational Research*, 96:504–513.
- dos Santos, C. N. and Santos, R. J. d. S. (2004). Implementação de um algoritmo genético para a construção automática de horários em uma escola de ensino fundamental e médio. In *Anais do VIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha*, pages 1–8, Rio de Janeiro, Brasil.
- Feo, T. A. and Resende, M. G. C. (1995). Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. *Journal of Global Optimization*, 6:109–133.
- Ferland, J. A. and Lavoie, A. (1992). Exchanges procedures for timetabling problems. *Discrete Applied Mathematics*, 35:237–253.
- Fonseca, G. H. G. and Santos, H. G. (2014). Variable neighborhood search based algorithms for high school timetabling. *Computers & Operations Research*, 52:203–208.
- Fonseca, G. H. G., Santos, H. G., and Carrano, E. G. (2016). Integrating matheuristics and metaheuristics for timetabling. *Computers & Operations Research*, 74:108–117.
- Friedman, J. S. (2016). Automated timetabling for small colleges and high schools using huge integer programs. *CoRR*, abs/1612.08777.
- Geske, U. and Goltz, H.-J. (2004). Automatische und interaktive Stundenplanung. *Informatik Forsch. Entw.*, 19:65–73.
- Glover, F. W. (1989). Tabu search (Part I). *ORSA Journal on Computing*, 1:190–206.

- Glover, F. W. (1990). Tabu search (Part II). *ORSA Journal on Computing*, 2:4–32.
- Gotlieb, C. C. (1962). The construction of class-teacher timetabling. In *October*, volume 13, pages 73–77.
- Hertz, A. (1991). Tabu search for large scale timetabling problems. *European Journal of Operational Research*, 54:39–47.
- Hertz, A. (1992). Finding a feasible course schedule using tabu search. *Discrete Applied Mathematics*, 35:255–270.
- J. Hirsch, M., Pardalos, P., and Resende, M. (2010). Speeding up continuous GRASP. *European Journal of Operational Research*, 205:507–521.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., and Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220:671–680.
- Lions, J. (1966). Matrix reduction using the Hungarian method for the generation of school timetables. *Communications of the ACM*, 9(5):349–354.
- Lions, J. (1967). The Ontario school timetabling problem. *The Computer Journal*, 10(1):14–21.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A., Resenbluth, N., Teller, A., and Teller, E. (1953). Equation of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, 21:1087–1092.
- Moura, A. V. and Scaraficci, R. A. (2010). A GRASP strategy for a more constrained School Timetabling Problem. *International Journal of Operational Research*, 7(2):152.
- Müller, T. and Barták, R. (2001). Interactive timetabling: concepts, techniques and practical results. Technical report, Charles University, Prague, Czech Republic.
- Santos, H. G., Ochi, L. S., and Souza, M. J. F. (2004). An Efficient Tabu Search Heuristic for the School Timetabling Problem. In Ribeiro, C. C. and Martins, S. L., editors, *Experimental and Efficient Algorithms (WEA 2004)*, volume 3059 of *Lecture Notes in Computer Science (LNCS)*, pages 468–481, Berlin. Springer.
- Teoh, C. H., Wibowo, A., and Ngadiman, M. S. (2015). Review of state of art for metaheuristic techniques in academic scheduling problems. *Artificial Intelligence Review*, 44:1–21.
- van Staereling, I. v. H. (2012). School timetabling in theory and practice. Technical report, VU University, Amsterdam, Holland.
- Veenstra, M. and Vis, I. F. A. (2016). School timetabling problem under disturbances. *Computers & Industrial Engineering*, 65:175–186.