Análise de Desempenho de Sistemas MIMO Utilizando Codificação Alamouti e Diversidade na Recepção MRC

Vagner L. C. Silva[1], **Flávio H. T. Vieira**[1]

[1]Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação
Universidade Federal de Goiás (UFG) – Goiânia – GO – Brasil

vagnerbas13@gmail.com, flavio@emc.ufg.br

Abstract. *In this work, the behavior of the BER (Bit Error Rate) as a function of the SNR (Signal Noise Ratio) for MIMO (Multiple Input Multiple Output) systems is analysed considering different spatial diversity schemes: Alamouti coding and maximum ratio combining (MRC). Furthermore, it is analysed in this article the operation of a MIMO communication system combining the two spatial diversity schemes. Through simulations, it is shown that the MRC technique provides lower error rates than the Alamouti coding. Furthermore, by combining the Alamouti code with the MRC method, it is possible to improve the BER of the system.*

Resumo. *Neste trabalho, é analisado o comportamento da BER (Bit Error Rate) em função da SNR (Signal Noise Ratio) para sistemas MIMO (Multiple Input Multiple Output) considerando diferentes esquemas de diversidade espacial: codificação Alamouti e combinação por máxima relação (MRC-Maximum Ratio Combining). Além disso, neste artigo é analisado a operação de um sistema de comunicação MIMO combinando os dois esquemas de diversidade espacial. Por meio dos resultados de simulações, mostra-se que a técnica MRC apresenta taxas de erro menores que a codificação Alamouti. Além disso, ao combinar o código Alamouti com o método MRC é possível melhorar a BER do sistema.*

1. Introdução

Devido a demanda por taxas de transmissão mais elevadas e canais de comunicação mais confiáveis, os sistemas com múltiplas antenas de transmissão e recepção, também chamados de sistemas MIMO, se apresentam como uma forma de alcançar tais requisitos [Joshi et al. 2016]. Dentre as vantagens destes sistemas, encontra-se que em ambientes com limitação de banda ou de potência de transmissão, seu desempenho e confiabilidade podem ser superiores aos dos sistemas SISO (*Single Input Single Output*) [Haykin and Moher 2005].

Em termos de melhoria da confiabilidade do canal de comunicação, técnicas de diversidade espacial permitem reduzir o efeito do desvanecimento do canal por múltiplos percursos, uma das principais causas para o aumento da taxa de erro no sistema [Joshi et al. 2016]. As técnicas de diversidade espacial consistem na transmissão e/ou recepção de múltiplas versões de um sinal, por meio de múltiplas antenas de transmissão e/ou recepção.

Nesse contexto, pode-se classificar as técnicas existentes em três tipos: diversidade na recepção, diversidade na transmissão e diversidade na transmissão e recepção. O

sistema pode apresentar múltiplas antenas na recepção (diversidade na recepção), múltiplas antenas na transmissão (diversidade na transmissão) ou em ambos (diversidade na transmissão e recepção). Estes sistemas podem ser chamados de SIMO (*Single Input Multiple Output*), MISO (*Multiple Input Multiple Output*) e MIMO, respectivamente.

As técnicas de diversidade na recepção realizam a combinação dos sinais recebidos em cada antena receptora. Na diversidade na transmissão, os sinais são codificados antes da transmissão, passam pelo canal de comunicação e, por fim, são decodificados no receptor. Além disso, é possível combinar as técnicas, fazendo uso de múltiplas antenas na transmissão e na recepção. Na Figura 1 são ilustradas tais configurações.

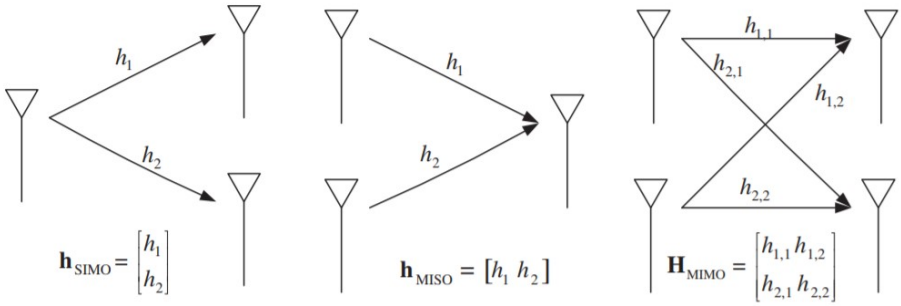

Figura 1. Exemplos de configurações de antenas. [Cho et al. 2010]

Dentre as técnicas de diversidade na recepção, destacam-se: combinação por seleção (SC-*Selection Combining*), combinação por máxima relação (MRC), combinação de ganho igual (EGC-*Equal Gain Combining*) entre outras [Haykin and Moher 2005]. Já na diversidade na transmissão, podem ser citadas: codificação de Alamouti, codificação complexa ortogonal generalizada, codificação de treliça entre outras [Cho et al. 2010]. Neste trabalho, serão analisadas as técnicas MRC e codificação de Alamouti.

Alguns estudos foram desenvolvidos na tentativa de avaliar a BER do sistema MRC combinado com Alamouti, entre estes estudos citam-se: [Anitha et al. 2015] onde é avaliado a taxa de erro para modulações BPSK, QAM e PAM; em [Singh and Rao 2017] é realizada uma análise considerando as modulações BPSK, QPSK, 4-DQPSK, 16-QAM e 4-FSK e em [Joshi et al. 2016] avalia-se extensivamente um sistema Alamouti para modulações BPSK, QPSK, 8PSK e 16QAM.

Deste modo, o presente trabalho busca investigar a taxa de erro de bit (BER) para um sistema de comunicação MIMO utilizando as técnicas MRC, Alamouti e um sistema combinando Alamouti com MRC. Para isto, o trabalho está organizado da seguinte forma: na seção 2, descreve-se o modelo matemático de um canal MIMO. Na seção 3, detalha-se o comportamento do combinador MRC. Na seção 4, avalia-se o comportamento da codificação de Alamouti. Na seção 5, são mostradas algumas simulações, juntamente com seus resultados. Por fim, na seção 6 são apresentadas as conclusões sobre os resultados do trabalho.

2. Modelo de Sistema MIMO

Sejam N_r o número de antenas receptoras, N_t o número de antenas transmissoras, $h_{i,j}(t)$ o ganho entre a antena receptora i e transmissora j, x_j o sinal transmitido pela j-ésima

antena, y_i o sinal recebido pela i-ésima receptora e z_i o ruído captado pela i-ésima antena receptora. Onde $i = 1, 2, ..., N_r$ e $j = 1, 2, ..., N_t$. Como pode ser visto na Figura 2.

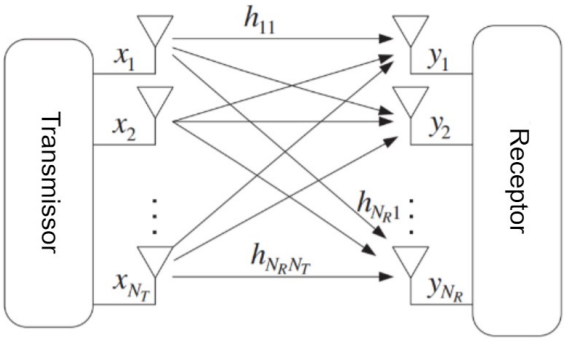

Figura 2. Modelo matemático de um sistema MIMO. [Cho et al. 2010]

Portanto, o sinal recebido pela i-ésima antena, em função dos sinais transmitidos, é dado por:

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^{N_t} h_{i,j}(t)x_j(t) + z_i(t) \tag{1}$$

Considerando que o canal seja invariante no tempo, ao menos durante o período de transmissão de um símbolo, então é possível considerar $h_{i,j}(t) = h_{i,j}$. Agrupando em notação matricial todos os sinais recebidos, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \dots & h_{1,N_t} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \dots & h_{2,N_t} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_{N_r,1} & h_{N_r,2} & \dots & h_{N_r,N_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N_t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{N_r} \end{bmatrix} \tag{2}$$

Fazendo $\mathbf{x} = [x_1, ..., x_{N_t}]^T$, $\mathbf{y} = [y_1, ..., y_{N_r}]^T$, $\mathbf{z} = [z_1, ..., z_{N_r}]^T$ e $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, ..., \mathbf{h}_{N_r}]^T$, onde $\mathbf{h}_i = [h_{i,1}, ..., h_{i,N_t}]$. Então, a Equação 2, se reduz a:

$$\mathbf{y} = \mathbf{Hx} + \mathbf{z} \tag{3}$$

Para simplificar a análise apresentada nas próximas seções, considera-se que o ruído do canal seja gaussiano (AWGN-*Additive White Gaussian Noise*), ou seja $z_i \sim N(0, N_0)$. Além disso, é considerado um canal com desvanecimento plano em frequência e distribuído de acordo com a distribuição de Rayleigh, ou seja $h_{i,j} = \alpha_{i,j}e^{j\theta_{i,j}}$, com $\alpha_i \sim Rayleigh(\sigma)$.

Ao longo do texto, um sistema MIMO com N_t antenas de transmissão e N_r antenas de recepção, poderá ser chamado de sistema MIMO N_txN_r.

3. Combinação por Máxima Relação (MRC)

A técnica de combinação por máxima relação (MRC) é caracterizada pela presença de uma antena transmissora e múltiplas antenas receptoras (SIMO-*Single Input Multiple*

Output), logo $N_t = 1$ e N_r é livre, como pode ser visto na Figura 3. O espaçamento entre as antenas deve ser escolhido de forma a garantir que cada ramo de recepção seja mutuamente independente. O MRC é composto por dois blocos funcionais: um conjunto de receptores e um combinador linear.

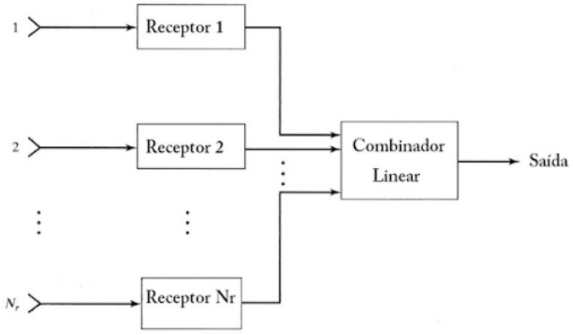

Figura 3. Estrutura do receptor MRC. [Haykin and Moher 2005]

Cada antena receptora recebe uma versão do sinal transmitido e envia para o combinador linear. O combinador linear atribui pesos para cada ramo receptor e ao final soma a contribuição de cada ramo, formando o sinal combinado. A escolha dos pesos de cada ramo é feita com o objetivo de maximizar a SNR do sistema.

Como $N_t = 1$, então será omitido o índice j do modelo de canal. Portanto, o sinal recebido em cada antena receptora é dado por:

$$y_i = \alpha_i e^{j\theta_i} x + z_i \tag{4}$$

Seja a_i o peso atribuído pelo combinador linear ao i-ésimo ramo receptor. Portanto, a saída do combinador linear é dada por:

$$y_{mrc} = \sum_{i=1}^{N_r} a_i y_i = \sum_{i=1}^{N_r} a_i [\alpha_i e^{j\theta_i} x + z_i] = x \sum_{i=1}^{N_r} a_i \alpha_i e^{j\theta_i} + \sum_{i=1}^{N_r} a_i z_i \tag{5}$$

Com base na Equação 5, observa-se que o sinal recebido pode ser decomposto em dois termos, um representando a contribuição do sinal transmitido e outro representando a contribuição do ruído. Assim, a SNR esperada do combinador linear é dada por [Haykin and Moher 2005]:

$$SNR_{mrc} = \frac{\mathbf{E}\left[\left|x \sum_{i=1}^{N_r} a_i \alpha_i e^{j\theta_i}\right|^2\right]}{\mathbf{E}\left[\left|\sum_{i=1}^{N_r} a_i z_i\right|^2\right]} = \left(\frac{E}{N_0}\right) \frac{\mathbf{E}\left[\left|\sum_{i=1}^{N_r} a_i \alpha_i e^{j\theta_i}\right|^2\right]}{\mathbf{E}\left[\left|\sum_{i=1}^{N_r} a_i\right|^2\right]} \tag{6}$$

Por meio da Equação 6, é possível derivar a SNR instantânea, como pode ser visto em [Haykin and Moher 2005]:

$$\gamma_{mrc} = \left(\frac{E}{N_0}\right) \frac{\left|\sum_{i=1}^{N_r} a_i \alpha_i e^{j\theta_i}\right|^2}{\left|\sum_{i=1}^{N_r} a_i\right|^2} \tag{7}$$

Deste modo, é possível encontrar a solução ótima para o problema. Utilizando a inequação de Cauchy-Schwarz tem-se um limite superior para a SNR instantânea (Equação 7), ou seja [Haykin and Moher 2005]:

$$\gamma_{mrc} \leq \left(\frac{E}{N_0}\right) \frac{\sum_{i=1}^{N_r} |a_i|^2 \sum_{i=1}^{N_r} |\alpha_i e^{j\theta_i}|^2}{\sum_{i=1}^{N_r} |a_i|^2} \leq \left(\frac{E}{N_0}\right) \sum_{i=1}^{N_r} \alpha_i^2 \tag{8}$$

Portanto, γ_{mrc} é máximo quando a Inequação 8 se torna uma igualdade, isso acontece quando os parâmetros do combinador linear são proporcionais a $(\alpha_i e^{j\theta_i})^*$, logo $a_i = c(\alpha_i e^{j\theta_i})^*$ define os parâmetros ótimos para o MRC, sendo c uma constante de proporcionalidade, cujo valor não interfere em γ_{mrc} [Haykin and Moher 2005]. Utilizando os parâmetros obtidos, a γ_{mrc} é igual a:

$$\gamma_{mrc} = \left(\frac{E}{N_0}\right) \sum_{i=1}^{N_r} \alpha_i^2 = \sum_{i=1}^{N_r} \gamma_i \tag{9}$$

4. Codificação de Alamouti

A codificação de Alamouti é um tipo de codificação espaço temporal de bloco (STBC-*Space Time Block Code*) [Cho et al. 2010]. Neste tipo de codificação, o sinal passa por uma pré-codificação, com o objetivo de simplificar a decodificação no receptor [Cho et al. 2010].

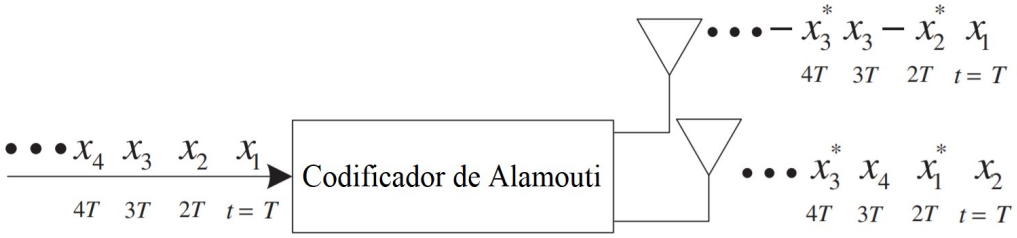

Figura 4. Ilustração da codificação de Alamouti. [Cho et al. 2010]

O processo de pré-codificação do sinal, é ilustrado na Figura 4. No instante t são transmitidos os símbolos x_1 e x_2, respectivamente, pelas antenas 1 e 2. No instante seguinte $t+T$, são transmitidos os símbolos $-x_2^*$ e x_1^* pelas antenas 1 e 2, respectivamente. Devido ao atraso de propagação do sinal, a recepção ocorre no instante $t^{'}$, então o sinal é armazenado. No instante seguinte $t^{'} + T$ o segundo sinal chega ao receptor, então inicia-se o processo de decodificação dos símbolos, após a realização da decodificação, os símbolos $y_{t'}$ e $y_{t'+T}$ são extraídos [Cho et al. 2010].

Levando em consideração as contribuições de desvanecimento e deslocamento de fase para cada símbolo, adicionando o ruído captado pelo receptor e considerando que o

canal é estacionário durante a transmissão dos dois símbolos. Então, os sinais recebidos nos instantes $t^{'}$ e $t^{'} + T$ são representados, respectivamente, pela Equação 10:

$$\begin{aligned} y_{t'} &= \alpha_1 e^{j\theta_1} x_1 + \alpha_2 e^{j\theta_2} x_2 + z_1 \\ y_{t'+T} &= -\alpha_1 e^{j\theta_1} x_2^* + \alpha_2 e^{j\theta_2} x_1^* + z_2 \end{aligned} \tag{10}$$

Reformulando as Equações 10, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} y_{t'} \\ y_{t'+T}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 e^{j\theta_1} & \alpha_2 e^{j\theta_2} \\ \alpha_2 e^{-j\theta_2} & -\alpha_1 e^{-j\theta_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \tag{11}$$

Multiplicando ambos os lados da Equação 11 pela hermitiana da matriz de ganho do canal, visto na Equação 11, encontra-se:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 e^{-j\theta_1} & \alpha_2 e^{-j\theta_2} \\ \alpha_2 e^{-j\theta_2} & -\alpha_1 e^{-j\theta_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t'} \\ y_{t'+T}^* \end{bmatrix} = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_1 e^{-j\theta_1} & \alpha_2 e^{-j\theta_2} \\ \alpha_2 e^{-j\theta_2} & -\alpha_1 e^{-j\theta_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \tag{12}$$

Com isso, define-se a saída do decodificador Alamouti e o vetor de contribuição de ruído, respectivamente, por:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 e^{-j\theta_1} & \alpha_2 e^{-j\theta_2} \\ \alpha_2 e^{-j\theta_2} & -\alpha_1 e^{-j\theta_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t'} \\ y_{t'+T}^* \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 e^{-j\theta_1} & \alpha_2 e^{-j\theta_2} \\ \alpha_2 e^{-j\theta_2} & -\alpha_1 e^{-j\theta_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \tag{13}$$

Combinando as Equações 12 e 13 obtém-se:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \text{ ou, } y_j = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) x_j + v_j \text{ com } j = 1, 2 \tag{14}$$

Portanto, é possível perceber que a interferência entre antenas foi eliminada, pois o símbolo x_2 foi removido do sinal y_1 e o símbolo x_1 foi eliminado de y_2, logo, os sinais podem ser decodificados independentemente [Cho et al. 2010]. Esse resultado mostra que o processamento no receptor foi simplificado, pois necessita de apenas N_t operações para decodificar os sinais transmitidos [Cho et al. 2010].

5. Simulações e Resultados

Nesta seção, são avaliados as taxas de erro, por meio de simulações, dos esquemas de combinação MRC 1xN_r, codificação Alamouti 2x1 e com a combinação das duas formas, esquema Alamouti 2xN_r. Os parâmetros de simulação considerados foram: variação da SNR de 0dB a 20dB; utilização de modulação BPSK (Binary Phase Shift Keying); estimação perfeita do canal no receptor e um total de $10Mbytes$ de dados transmitidos.

Conforme abordado em [Anitha et al. 2015], um sistema com codificação Alamouti combinado com MRC apresenta melhor confiabilidade para cenários com modulação BPSK. Essa característica nos motivou a utilizar esta modulação, com o objetivo de realizar a comparação entre os resultados. Além disso, uma vez que estamos assumindo estimação perfeita do canal no receptor, a análise se torna mais simples, permitindo, portanto, avaliar a taxa de erro para variações no número de antenas no sistema.

5.1. Avaliação do Esquema MRC

Com o objetivo de avaliar a redução da BER com o aumento do número de antenas receptoras, realizou-se uma simulação com vários sistemas MRC. Utilizou-se as configurações 1x2, 1x4, 1x6 e 1x8. Na Figura 5, nota-se que conforme aumenta-se o número de antenas receptoras, mais ingrime é a inclinação da curva BER, o que indica um melhor desempenho.

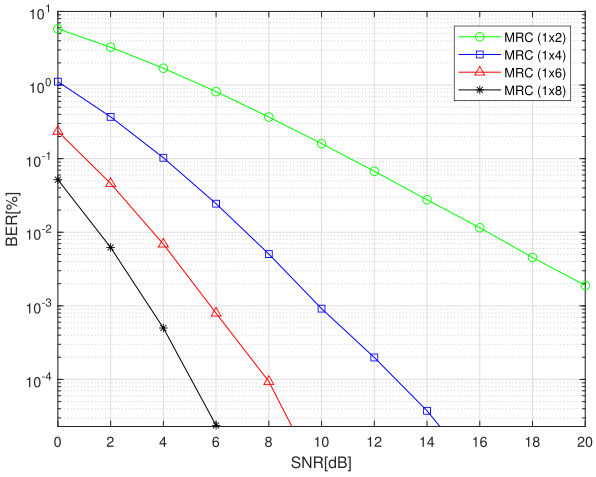

Figura 5. Avaliação da BER do esquema MRC para diferentes quantidades de antenas receptoras.

Quando a BER = $10^{-2}\%$, observa-se que o esquema MRC 1x8 apresenta menor SNR, enquanto que o esquema MRC 1x2 apresenta a maior SNR. Esse resultado indica que é necessário um canal de melhor qualidade para que o sistema MRC 1x2 atinja a mesma BER do MRC 1x8. Na Tabela 1 são mostrados os valores aproximados de SNR para os sistemas analisados, considerando BER = $10^{-2}\%$.

	MRC 1x2	MRC 1x4	MRC 1x6	MRC 1x8
SNR	16dB	8dB	4dB	2dB

Tabela 1. Valores aproximados de SNR para BER = $10^{-2}\%$.

5.2. Comparação entre Codificação Alamouti e SISO Sem Codificação

Realizando uma comparação entre um sistema com codificação Alamouti e um sistema SISO, é possível perceber que as taxas de erro do sistema Alamouti, em geral, são menores do que a do sistema SISO, como pode ser visto na Tabela 2 e na Figura 6. Além disso,

Sistema	0dB	5dB	10dB	15dB	20dB
Alamouti 2x1	23.020	6.532	1.105	0.148	0.014
SISO	14.640	6.532	2.326	0.791	0.248

Tabela 2. Comparação da BER com diferentes valores de SNR.

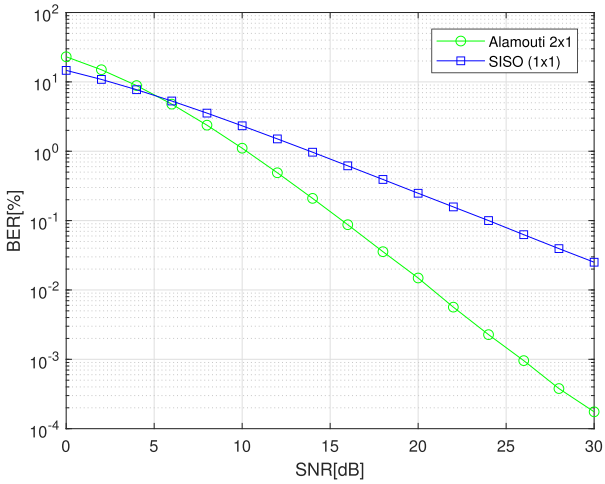

Figura 6. Comparação entre esquema Alamouti e sistema SISO

nota-se que para valores menores do que 5dB de SNR a BER do sistema SISO é inferior a do sistema com codificação de Alamouti.

Os resultados de BER apresentados na Tabela 2, para o sistema Alamouti, se aproximam dos apresentados em [Joshi et al. 2016], reforçando, portanto, os resultados apresentados.

5.3. Avaliação do Esquema Alamouti com MRC

Com o objetivo de avaliar a BER do esquema Alamouti com MRC (Configuração 2xN_r), realizou-se comparações com o combinador MRC (Configuração 1xN_r). Como pode ser visto na Figura 7, foram realizadas comparações entre os esquemas Alamouti 2x1, MRC 1x2, Alamouti 2x4 e MRC 1x4.

Ao comparar o sistema MRC (1x2) com o Alamouti (2x1), Figura 7, percebe-se que a BER do MRC é sempre inferior a do Alamouti. Pela Tabela 3, nota-se que fixando a BER em $10^{-2}\%$, o sistema com MRC (1x2) consegue prover tal valor, mesmo em um canal com SNR menor, comparado ao esquema Alamouti (2x1).

	MRC (1x2)	Alamouti (2x1)	MRC (1x4)	Alamouti e MR (2x4)
SNR	16dB	20dB	7dB	6dB

Tabela 3. Valores aproximados de SNR para BER = 10^{-2}%.

Além disso, ao adicionar mais antenas na recepção, nota-se que o desempenho do sistema Alamouti (2x4) se torna melhor do que o do MRC (1x4), a partir de uma SNR de aproximadamente 3dB. Com isso, nota-se que a combinação da técnica Alamouti

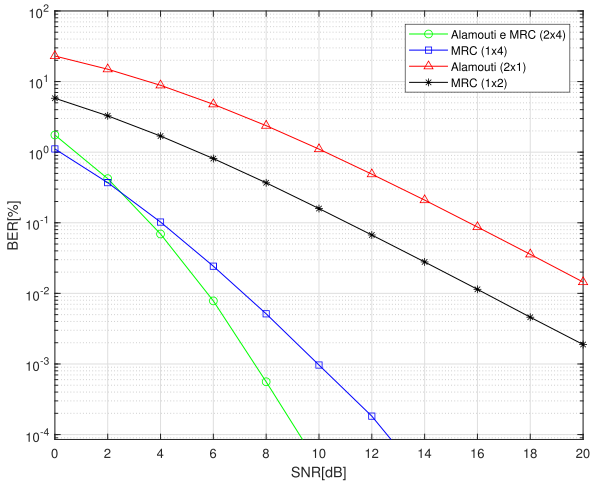

Figura 7. Comparação entre MIMO Alamouti com MRC e MRC simples

com MRC melhora a confiabilidade do canal, como observado em [Singh and Rao 2017]. Não obstante, como pode ser constatado na Tabela 3, o aumento do número de antenas receptoras faz com que o sistema mantenha, mais facilmente, uma determinada taxa de erro objetivo, mesmo para um canal com pior qualidade.

6. Conclusão

Foi analisado o desempenho de algumas configurações de sistemas MIMO, visando melhorar a confiabilidade do canal, por meio de técnicas de diversidade espacial. Analisou-se a codificação de Alamouti, a combinação MRC e a junção da codificação de Alamouti com a combinação MRC.

Por meio das simulações, foi possível constatar que a codificação de Alamouti 2x1 apresenta valores de BER, em geral, mais elevados quando comparado com o MRC 1x2, mas quando comparado com um sistema SISO, se mostrou em vantagem.

Além disso, foi possível perceber que o desempenho do sistema com MRC melhora conforme se aumenta o número de antenas receptoras, sendo esse resultado reforçado por meio de simulação. Por fim, notou-se que a utilização conjunta do MRC com a codificação Alamouti permitiu melhorar o desempenho do sistema comparado ao sistema com MRC sem codificação Alamouti.

Para trabalhos futuros propõem-se a realização de uma análise de desempenho considerando estimação imperfeita do canal no receptor, para verificar o impacto do erro na determinação dos parâmetros do MRC. Além disso, será proposto a avaliação do desempenho da codificação Alamouti com MRC em um sistema MIMO multi-usuário.

Referências

Anitha, M., Priya, R. S., Lakshmi, M. R., and Vijayalakshmi, S. (2015). Mimo system performance using various modulations under different channels with stbc, zf and mrc. *2015 IEEE International Conference on Electrical, Computer and Communication Technologies (ICECCT)*.

Cho, Y. S., Kim, J., Yang, W. Y., and Kang, C.-G. (2010). *MIMO-OFDM Wireless Communications With MATLAB*. John Wiley & Sons ltd.

Haykin, S. and Moher, M. (2005). *Modern Wireless Communications*. Pearson Prentice Hall, international edition.

Joshi, A., Airee, N., and Shukla, B. (2016). Extensive performance analysis of stbc system with and without perfect csi in various fading channels. *2016 International Conference on Signal Processing and Communication (ICSC)*.

Singh, S. and Rao, S. A. P. (2017). Performance analysis of diversity in mimo wireless system. *2017 International Conference on Signal Processing and Communication (ICSPC)*.