

Análise do Código de Steane por Randomized Benchmarking

Anderson de Souza Barbosa¹, Franklin de Lima Marquezino¹, Renato Portugal²

¹Programa de Engenharia de Sistemas e Computação
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) – Rio de Janeiro – RJ – Brasil

²Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC) – Petrópolis – RJ – Brasil

{anderson, franklin}@cos.ufrj.br, portugal@lncc.br

Abstract. *Randomized Benchmarking (RB) is a protocol that allows to partially characterize the quality of the implementation of a set of quantum gates. In this work, we use the RB protocol to analyze the performance of the Steane code, an important quantum error correction code, and we present a scenario in which its use is advantageous when compared to the situation in which no quantum code is used.*

Resumo. *O Randomized Benchmarking (RB) é um protocolo que permite caracterizar parcialmente a qualidade da implementação de conjunto de portas quânticas. Neste trabalho, utilizamos o protocolo RB para analisar o desempenho do código de Steane, um importante código quântico de correção de erros, e apresentamos um cenário em que o seu uso é vantajoso quando comparado à situação em que nenhum código quântico é utilizado.*

1. Introdução

Computadores quânticos prometem resolver certos problemas exponencialmente mais rápido do que computadores clássicos com os melhores algoritmos disponíveis, como, por exemplo, o problema de fatoração de inteiros, através do algoritmo de Shor [Shor 1994]. Os dispositivos quânticos atuais, no entanto, apresentam uma grande quantidade de ruído, que destroem a informação quântica sendo processada. Devido a isto, esse potencial não pode ser aproveitado para a solução de problemas do mundo real, que exigem muitos qubits e circuitos muito longos, o que gera ainda mais ruído.

Códigos quânticos de correção e detecção de erros são uma maneira de tentar contornar esse problema. Para construir bons esquemas de correção de erros, é importante uma caracterização completa do ruído [Magesan et al. 2012]. Isso é possível através da tomografia de processo quântico, no entanto, este método não é escalável, o que o torna inviável para grandes sistemas. Uma alternativa é caracterizar apenas parcialmente o ruído atuando em um sistema quântico e, para isso, [Magesan et al. 2011] propuseram um protocolo de randomized benchmarking escalável.

Esse protocolo é adequado para caracterizar ruído no nível dos qubits físicos, mas, para analisar o desempenho de um código quântico, o ideal é um método que o avalie no nível dos qubits lógicos codificados. Nesse sentido, [Combes et al. 2017] propuseram um protocolo RB lógico que, como o nome indica, é capaz de avaliar uma implementação de correção de erros no nível lógico. Neste trabalho, utilizamos este protocolo para avaliar o desempenho do código de Steane, um importante código quântico de correção de erros com características que facilitam a implementação.

2. Randomized benchmarking

O *randomized benchmarking* é um protocolo que permite caracterizar parcialmente a qualidade da implementação de um conjunto de portas quânticas. Isso é feito através da estimativa da fidelidade entre o canal identidade e o ruído médio \mathcal{E} atuando nele, que é dada por

$$F(\mathcal{E}) = \int d\psi \langle \psi | \mathcal{E}(|\psi\rangle \langle \psi|) |\psi\rangle, \quad (1)$$

onde $d\psi$ é a medida de Haar no conjunto de estados puros.

O protocolo RB lógico proposto por [Combes et al. 2017] pode ser executado através dos seguintes passos:

1. Escolher um estado inicial ρ e um tamanho de sequência m .
2. Escolher de forma independente e uniforme uma sequência de m portas de Clifford aleatórias $s_m = \{U_1, U_2, \dots, U_m\}$
3. Fazer o seguinte T vezes.
 - (a) Codificar o estado ρ usando o código de Steane.
 - (b) Para cada $U \in s_m$:
 - i. Aplicar a versão codificada da porta U .
 - ii. Aplicar o procedimento de correção de erro.
 - (c) Aplicar a porta $U^{-1} = \prod_{U \in s_m} U^\dagger$ codificada.
 - (d) Aplicar o procedimento de correção.
 - (e) Aplicar a decodificação.
 - (f) Medir ρ com um operador POVM E .
4. Calcular o percentual F_m de execuções que voltou ao estado inicial para m portas.

O operador POVM E representa a situação em que o qubit volta ao estado inicial. O valor F_m obtido com o protocolo acima corresponde à probabilidade de o estado inicial ρ ser recuperado ao final do circuito para uma determinada sequência de tamanho m . Para obter uma estimativa da média desta probabilidade para todas as sequências possíveis, é necessário executar os passos acima para diferentes sequências de tamanho m . Além disso, todo esse procedimento deve ser feito também para diferentes valores de m , assim, obtemos uma série de pontos que associam um tamanho de sequência a uma probabilidade, chamada de probabilidade de sobrevivência. A curva obtida a partir destes pontos é chamada curva de decaimento de fidelidade, que pode ser ajustada ao modelo $F_L(m) = Ap^m + B$, onde A e B são constantes que absorvem erros de preparação de estados e medição e p é dado por $p = \frac{dF(\Lambda_L)-1}{d-1}$, onde Λ_L é o ruído médio atuando no conjunto de portas do código e $d = 2^n$, sendo n o número de qubits lógicos. Ou seja, ao encontrarmos o valor de p através do ajuste, podemos determinar a fidelidade média $F(\Lambda_L)$.

3. Resultados experimentais

Os experimentos deste trabalho foram realizados nos simuladores *ibmq_qasm_simulator*, disponível na plataforma IBM Quantum e *qasm_simulator*, que pode ser executado localmente através do Qiskit [Anis et al. 2021]. Para simular ruído, criamos modelos de ruído baseados em três dos mais importantes canais quânticos, o canal despolarizador, a atenuação de amplitude e a atenuação de fase, sendo o primeiro caracterizado por um

parâmetro p e os demais por um parâmetro λ [Nielsen and Chuang 2010]. Nosso objetivo foi comparar o desempenho de experimentos utilizando 1 qubit físico e utilizando 1 qubit lógico codificado no código de Steane, que corresponde a 13 qubits físicos, sendo 7 do bloco do código e 6 auxiliares. Para isso, criamos, para cada canal quântico, modelos de ruído atuando em diferentes números de qubits do bloco do código, de 2 a 7, e buscamos encontrar um valor (limiar) de parâmetro, para cada modelo, em que as curvas de decaimento de fidelidade fossem aproximadamente iguais para experimentos codificados e não codificados. Não adicionamos ruído nos qubits auxiliares porque o limiar seria tão baixo que exigiria uma quantidade de portas da ordem de milhares para gerar uma curva útil e, conseqüentemente, uma quantidade de memória muito superior ao 8 GB disponíveis na IBM Quantum. Além disso, utilizamos apenas 1 qubit também devido ao limite dos recursos computacionais disponíveis.

Fizemos experimentos com estados iniciais $|0\rangle$ e $|1\rangle$ e com 30 diferentes valores de m começando em 2 e com intervalos iguais. Quanto menor o limiar encontrado, maior o intervalo necessário para gerar uma boa curva. Para cada modelo de ruído, estado inicial e valor de m foram geradas 4 diferentes sequências para o caso codificado e 20 para o caso não codificado. Para experimentos codificados, os passos apresentados na Seção 2 foram usados, para os não codificados, os passos se resumem a inicializar o estado ρ , aplicar cada uma das portas selecionadas, aplicar a porta de inversão e realizar a medição. Cada circuito foi executado 1024 vezes para estimar a probabilidade de voltar ao estado inicial, o que, no protocolo apresentado, significa $T = 1024$.

A Figura 1 mostra os limiares obtidos para cada canal. O gráfico está em escala logarítmica para melhor visualização. O canal que apresentou os limiares mais altos foi a atenuação de fase, o que mostra que é aquele que causa menos danos à informação para um mesmo valor de parâmetro. Os demais canais apresentaram limiares bem próximos, mas os do canal despolarizador foram um pouco menores.

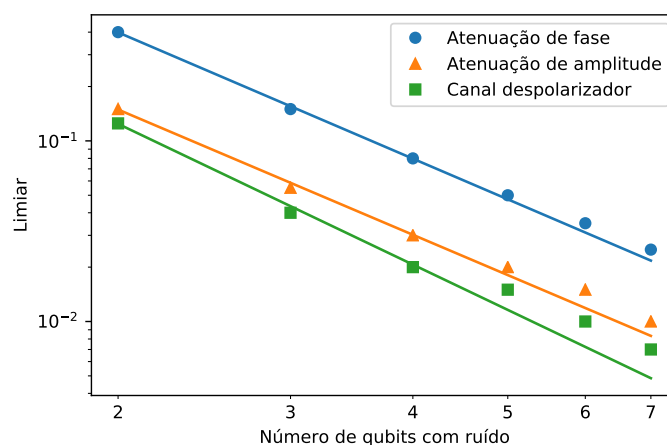


Figura 1. Limiar em função do número de qubits com ruído para cada canal quântico

Podemos ver que, nesta escala, os pontos formam curvas próximas de retas, isso indica que uma função na forma $f(x) = ax^b$ pode ser ajustada a eles. A função ajustada para a atenuação de fase foi $f(x) = 1,99x^{-2,32}$, para a atenuação de amplitude foi $f(x) =$

$0,73x^{-2,30}$ e para o canal despolarizador foi $f(x) = 0,75x^{-2,59}$. As retas apresentadas na Figura 1 representam as funções ajustadas.

A Tabela 1 mostra as principais fidelidades médias encontradas. Elas se referem aos experimentos codificados e não codificados em que os modelos foram gerados com parâmetros dos respectivos canais iguais ao limiar de 7 qubits. No caso de experimentos codificados, a coluna Configuração indica o número de qubits do bloco do código com ruído, sendo apresentados apenas os casos de 5 a 7 qubits. Podemos observar que os limiares dos casos não codificados e codificados com ruído em 7 qubits são praticamente iguais, com diferença de no máximo 3×10^{-4} . Isso significa que com parâmetros menores, obteríamos resultados melhores ao usar o código de Steane do que ao não usar nenhum código quântico.

Tabela 1. Fidelidades médias encontradas. A coluna Configuração indica se é a fidelidade resultante de experimentos não codificados ou o número de qubits com ruído caso o código de Steane tenha sido usado.

Canal	Parâmetro	Configuração	Fidelidade média
Canal despolarizador	$p = 0,007$	5 qubits	0,9983
		6 qubits	0,9977
		7 qubits	0,9969
		Não codificado	0,9967
Atenuação de amplitude	$\lambda = 0,01$	5 qubits	0,9985
		6 qubits	0,9977
		7 qubits	0,9971
		Não codificado	0,9968
Atenuação de fase	$\lambda = 0,025$	5 qubits	0,9981
		6 qubits	0,9971
		7 qubits	0,9961
		Não codificado	0,9960

Referências

- Anis, M. S., Abraham, H., AduOffei, R. A., et al. (2021). Qiskit: An open-source framework for quantum computing.
- Combes, J., Granade, C., Ferrie, C., and Flammia, S. T. (2017). Logical randomized benchmarking. *arXiv preprint arXiv:1702.03688*.
- Magesan, E., Gambetta, J. M., and Emerson, J. (2011). Scalable and robust randomized benchmarking of quantum processes. *Physical Review Letters*, 106(18):180504.
- Magesan, E., Gambetta, J. M., and Emerson, J. (2012). Characterizing quantum gates via randomized benchmarking. *Physical Review A*, 85(4):042311.
- Nielsen, M. A. and Chuang, I. L. (2010). *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition*. Cambridge University Press.
- Shor, P. (1994). Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring. In *Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, pages 124–134.