

Uma abordagem exata unificada para um conjunto de variantes do problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas

Rafael Praxedes^{1,2}, Teobaldo Bulhões³,
Anand Subramanian⁴, Eduardo Uchoa⁵

¹Programa de Pós-graduação em Informática, Universidade Federal da Paraíba
Centro de Informática, Rua dos Escoteiros s/n,
Mangabeira, 58055-000, João Pessoa, PB, Brasil

²Dipartimento di Ingegneria e Architettura, Università degli Studi di Parma
Parco Area delle Scienze, 181/A, 43124, Parma, PR, Itália

³Departamento de Computação Científica, Universidade Federal da Paraíba
Centro de Informática, Rua dos Escoteiros s/n,
Mangabeira, 58055-000, João Pessoa, PB, Brasil

⁴Departamento de Sistemas de Computação, Universidade Federal da Paraíba
Centro de Informática, Rua dos Escoteiros s/n,
Mangabeira, 58055-000, João Pessoa, PB, Brasil

⁵Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, Campus Praia Vermelha, Bloco D, Sala 306,
São Domingos, 24210-240, Niterói, RJ, Brasil

rafael.praxedes@unipr.it, {tbulhoes, anand}@ci.ufpb.br,
uchoa@producao.uff.br

Abstract. *In this paper, we developed a mathematical formulation combined with an exact approach based on the branch-cut-and-price (BCP) algorithm for ten variants of the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery (VRPSPD) to obtain new optimal solutions for open instances or improve existing lower bounds. All these variants were modeled as a unified problem, called heterogeneous location routing problem with simultaneous pickup and delivery and time windows (HLRPSPDTW). Due to the lack of benchmark instances for the general problem, we conducted several computational experiments with benchmark instances related to each variant separately. Promising results were obtained using the proposed approach.*

Resumo. *Neste trabalho, foi desenvolvida uma formulação matemática combinada a um método baseado no algoritmo de branch-cut-and-price (BCP) para dez variantes do problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas (PRVCES), a fim de obter soluções ótimas para instâncias em aberto ou limites duais melhores. Todas essas variantes foram modeladas como um problema unificado, denominado Problema de Roteamento e Localização com Coleta e Entrega Simultâneas Heterogêneo e com Janelas de Tempo (PRL-CESHJT). Devido à inexistência de instâncias para o problema geral, experimentos computacionais foram realizados com instâncias para cada uma das variantes separadamente, sendo obtidos resultados bastante promissores.*

1. Introdução

O problema de roteamento de veículos (PRV) é um problema de otimização combinatória clássico bastante estudado na literatura desde o trabalho proposto por [Dantzig and Ramser 1959]. O objetivo deste problema consiste em determinar um conjunto de rotas de menor custo possível para os veículos que atenderão um conjunto de clientes, de modo a satisfazer todas as suas demandas. Além disso, todas as rotas devem ser finalizadas no mesmo depósito a partir do qual elas foram iniciadas e cada cliente deve ser visitado exatamente por um único veículo. Importante ressaltar que há um número considerável de variantes do PRV [Braekers et al. 2016], com destaque para os problemas de coleta e entrega (PCE), nos quais demandas de coleta também são consideradas, além das demandas de entrega. A importância de estudos nesse tipo de problema está relacionada a melhorias na redução dos custos de transporte para empresas de logística e, especificamente para o PCE, à sustentabilidade ambiental, devido ao fato de parte dos bens consumidos poderem ser reutilizados com outras finalidades.

Um problema que pertence à classes dos PCE é o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas (PRVCES), no qual cada cliente possui demandas de coleta e entrega a serem satisfeitas simultaneamente. Proposto por [Min 1989], o PRVCES se tornou um problema de otimização bastante estudado [Koç et al. 2020] e muitas variantes foram propostas ao longo dos anos, incluindo características como frota heterogênea, janelas de tempo para atendimento dos clientes, múltiplos depósitos, entre outras. No entanto, não foi encontrado na literatura um algoritmo exato genérico capaz de resolver múltiplas variantes do PRVCES ao mesmo tempo. Portanto, neste trabalho, foi desenvolvida uma formulação matemática para o PRV incluindo coleta e entrega simultâneas, frota heterogênea, janelas de tempo, duração da rota, múltiplos depósitos, localização de facilidades e custos assimétricos em um problema unificado denominado Problema de Roteamento e Localização com Coleta e Entrega Simultâneas Heterogêneo e com Janelas de Tempo (PRLCESHJT). Além disso, foi utilizado um algoritmo BCP, a fim de serem obtidas soluções ótimas inéditas ou melhorados os limites conhecidos (*lower e upper bounds*) de instâncias *benchmark* para dez variantes do PRVCES. Vale ressaltar que também foi feita uma revisão bibliográfica dos principais trabalhos relacionados, conjuntos relevantes de instâncias foram identificados, a formulação matemática combinada ao algoritmo BCP foi avaliada com tais instâncias e os resultados dos experimentos computacionais foram comparados àqueles já alcançados por outros algoritmos.

O presente texto encontra-se estruturado da seguinte maneira: na Seção 2, define-se o problema abordado; na Seção 3, descreve-se sucintamente a abordagem exata utilizada neste trabalho; na Seção 4, os experimentos computacionais são descritos, bem como um resumo dos resultados obtidos é apresentado; e, por fim, considerações finais e direcionamentos para futuras pesquisas estão indicados na Seção 5.

2. Definição do Problema

Para a definição do PRVCES, considere um conjunto de clientes, cada um com demandas de coleta e entrega. Considere também um conjunto de veículos e um dado depósito. Define-se um conjunto de arcos, os quais possuem um custo associado, que interligam dois clientes ou um cliente e um depósito. Desse modo, o problema consiste em determinar as rotas de menor custo possível tais que todos os clientes devem ser visitados

uma única vez, suas demandas devem ser satisfeitas, os veículos devem iniciar e finalizar suas rotas no depósito e as cargas tanto de coleta quanto de entrega não devem exceder, simultaneamente, a capacidade do veículo em qualquer ponto da rota.

A descrição do problema anterior continua sendo válida para o PRLCESHJT. No entanto, este problema considera aspectos adicionais, tais como: cada cliente possui uma janela de tempo nas quais as visitas podem ser realizadas, bem como existe uma duração máxima para a realização de uma rota; um dado cliente pode ter apenas demanda de coleta, ou de entrega, ou ambos concomitantemente; os veículos podem apresentar diferentes capacidades e custos associados; considera-se múltiplos depósitos, contudo, se um veículo inicia sua rota em um depósito d , ele deve finalizá-la nesse mesmo depósito; os depósitos possuem custos e uma capacidade máxima sendo, portanto, outro objetivo do problema a determinação de quais deles serão usados e quais clientes estarão associados a cada depósito utilizado, com o intuito de minimizar o custo total; os custos de transporte podem ser assimétricos e, por fim, cada cliente pode ter janelas de tempo distintas associadas a cada um dos tipos de demanda.

3. Formulação matemática e abordagem propostas

Como já mencionado, uma formulação matemática para o PRLCESHJT foi proposta neste trabalho. Tal formulação compreende os conceitos de programação linear inteira e tem como função objetivo a minimização do custo total, no qual estão inclusos os custos fixos e variáveis associados a abertura de depósitos e de utilização dos veículos, bem como aqueles associados à distância total percorrida. Quanto ao algoritmo BCP aplicado à formulação desenvolvida, utilizou-se o *VRPSolver*, um resolvidor para problemas genéricos, especialmente dedicado ao PRV e suas variantes. Proposto por [Pessoa et al. 2020], contém elementos de destaque da literatura associada ao PRV, tais como *ng-paths* [Baldacci et al. 2011], cortes de rank-1 com memória limitada [Bulhões et al. 2018, Pecin et al. 2017, Petersen et al. 2008], enumeração de caminhos [Baldacci et al. 2008] e cortes de capacidade arredondada [Laporte and Nobert 1983], todos eles inclusos na definição de *packing sets* proposta pelos autores desse resolvidor. Nele, o subproblema de *pricing* é resolvido como um problema de caminho mais curto com restrição de recursos, no qual as demandas de coleta e entrega são consideradas como recursos independentes. Desse modo, a fim de ser garantida a simultaneidade entre ambos os tipos demanda, adaptou-se o algoritmo com a utilização de *lazy cuts*, para proibir rotas cuja soma das cargas de coleta e entrega excedam a capacidade do veículo.

4. Experimentos computacionais e resultados

Vários experimentos computacionais foram realizados, a fim de serem encontradas soluções ótimas para instâncias em aberto ou melhorados os *lower bounds* conhecidos. Precisamente, foram selecionados conjunto de instâncias relacionados aos seguintes problemas: PRVCE, PRV com coleta e entrega mistas (PRVCEM), PRVCE com tempo limite (PRVCESTL), PRVCEM com tempo limite, (PRVCEMTL), PRVCE com janelas de tempo (PRVCESTJ), PRVCE com frota de veículos heterogênea (PRVCESH), PRVCEM com múltiplos depósitos (PRVCEMMD), problema de roteamento e localização com coleta e entrega simultâneas (PRLCES), PRVCE com custos assimétricos (PRVCESA) e PRVCE com janelas de tempo flexíveis (PRVCESTJF). Todas essas variantes foram inclusas na formulação do PRLCESHJT

(v. Seção 3), contudo, devido a falta de instâncias disponíveis para o problema unificado, foram consideradas instâncias para cada uma dessas variantes separadamente. No total, 554 instâncias foram testadas, advindas de importantes conjuntos propostos por [Montané and Galvão 2006], [Salhi and Nagy 1999], [Wang and Chen 2012, Wang and Chen 2013], [Avci and Topaloglu 2016], [Rieck and Zimmermann 2013] e [Karaoglan et al. 2011, Karaoglan et al. 2012]. Parte dessas instâncias foi utilizada no processo de calibração dos parâmetros do *VRPSolver* e, terminada essa etapa, os testes foram realizados com todas as instâncias dos conjuntos mencionados. A Tabela 1 resume todos os resultados obtidos. Importante mencionar que a coluna *#Sem bounds* indica os casos em que não foi possível encontrar um limitante dual.

Tabela 1. Resumo dos resultados obtidos para todos os problemas.

Problema	Conjunto	#Instâncias	#Ótimos inéditos	#LBs melhorados	#Ótimos conhecidos		#LBs piores	#Sem bounds
					encontrados	não-encontrados		
PRVCES	SN	14	2	5	2	2	3	0
	MG	18	0	10	6	2	0	0
PRVCEM	SN	21	1	4	8	3	5	0
PRVCESTL	SN	14	4	10	—	—	—	0
PRVCEMTL	SN	21	8	13	—	—	—	0
PRVCESJT	W12	65	33	21	11	0	0	0
PRVCESJTF	W13	68	13	44	4	0	0	7
PRVCESA	RZC6	40	20	0	20	0	0	0
	RZC7	2	0	0	2	0	0	0
PRVCESH	Avci1	14	6	5	3	0	0	0
PRVCEMMD	SN	33	12	16	4	0	1	0
	Bar11	60	6	8	36	1	9	0
PRLCES	Prod11	88	20	19	13	0	36	0
	Prod12	96	27	3	51	7	8	0
Total		554	152	158	160	15	62	7

Como pode ser observado na Tabela 1, o método proposto foi capaz de melhorar 310 limites duais dentre as 554 instâncias consideradas, dos quais 152 são soluções ótimas e 111 representam os primeiros limites propostos para suas instâncias correspondentes. Além disso, outras 160 soluções ótimas, cuja otimalidade já havia sido provada por métodos anteriores, também foram encontradas. Por fim, o método proposto teve um desempenho inferior apenas para 77 instâncias dentre o total considerado.

5. Considerações finais

Neste trabalho, propõe-se uma abordagem de resolução exata baseada em uma formulação matemática e um algoritmo BCP que faz uso de *lazy cuts*, para que soluções ótimas inéditas fossem encontradas e limites duais fossem melhorados, considerando importantes conjuntos de instâncias das dez variantes do PRVCES que constituem o problema abordado. Como resultados, um número expressivo de limites melhorados foi obtido, além de uma boa quantidade de soluções ótimas, indicando o cumprimento do objetivo pretendido com a abordagem proposta. Apesar disso, pretende-se, como continuidade da pesquisa, uma adaptação do método BCP utilizado para que os recursos referentes as demandas de coleta e entrega sejam considerados simultaneamente sem a necessidade das *lazy cuts* e aumentar a lista de variantes do PRVCES consideradas, englobando aquelas que envolvem incertezas em seus parâmetros.

Referências

- Avci, M. and Topaloglu, S. (2016). A hybrid metaheuristic algorithm for heterogeneous vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. *Expert Systems with Applications*, 53:160–171.
- Baldacci, R., Christofides, N., and Mingozzi, A. (2008). An exact algorithm for the vehicle routing problem based on the set partitioning formulation with additional cuts. *Mathematical Programming*, 115:351–385.
- Baldacci, R., Mingozzi, A., and Roberti, R. (2011). New route relaxation and pricing strategies for the vehicle routing problem. *Operations Research*, 59(5):1269–1283.
- Braekers, K., Ramaekers, K., and Van Nieuwenhuysse, I. (2016). The vehicle routing problem: State of the art classification and review. *Computers & Industrial Engineering*, 99:300–313.
- Bulhões, T., Pessoa, A., Protti, F., and Uchoa, E. (2018). On the complete set packing and set partitioning polytopes: Properties and rank 1 facets. *Operations Research Letters*, 46(4):389–392.
- Dantzig, G. B. and Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management Science*, 6(1):80–91.
- Karaoglan, I., Altiparmak, F., Kara, I., and Dengiz, B. (2011). A branch and cut algorithm for the location-routing problem with simultaneous pickup and delivery. *European Journal of Operational Research*, 211:318–332.
- Karaoglan, I., Altiparmak, F., Kara, I., and Dengiz, B. (2012). The location-routing problem with simultaneous pickup and delivery: Formulations and a heuristic approach. *Omega*, 40:465–477.
- Koç, Ç., Laporte, G., and Tükenmez, İ. (2020). A review of vehicle routing with simultaneous pickup and delivery. *Computers and Operations Research*, 122.
- Laporte, G. and Nobert, Y. (1983). A branch and bound algorithm for the capacitated vehicle routing problem. *OR Spektrum*, 5:77–85.
- Min, H. (1989). The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points. *Transportation Research Part A: General*, 23(5):377–386.
- Montané, F. A. T. and Galvão, R. D. (2006). A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service. *Computers and Operations Research*, 33:595–619.
- Pecin, D., Pessoa, A., Poggi, M., Uchoa, E., and Santos, H. (2017). Limited memory rank-1 cuts for vehicle routing problems. *Operations Research Letters*, 45(3):206–209.
- Pessoa, A., Sadykov, R., Uchoa, E., and Vanderbeck, F. (2020). A generic exact solver for vehicle routing and related problems. *Mathematical Programming*, 183:483–523.
- Petersen, B., Pisinger, D., and Spoorendonk, S. (2008). *Chvátal-Gomory Rank-1 Cuts Used in a Dantzig-Wolfe Decomposition of the Vehicle Routing Problem with Time Windows*, pages 397–419. Springer US, Boston, MA.

- Rieck, J. and Zimmermann, J. (2013). Exact solutions to the symmetric and asymmetric vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up. *Business Research*, 6:77–92.
- Salhi, S. and Nagy, G. (1999). A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems with backhauling. *The Journal of the Operational Research Society*, 50(10):1034–1042.
- Wang, H. F. and Chen, Y. Y. (2012). A genetic algorithm for the simultaneous delivery and pickup problems with time window. *Computers and Industrial Engineering*, 62:84–95.
- Wang, H. F. and Chen, Y. Y. (2013). A coevolutionary algorithm for the flexible delivery and pickup problem with time windows. *International Journal of Production Economics*, 141:4–13.