Um Modelo de Otimização para um Problema Real de Programação de Horários de Trens Urbanos

Renata Mendes[1], **Anand Subramanian**[1], **Bruno Bruck**[1], **Teobaldo Bulhões**[1]

[1]Centro de Informática – Universidade Federal da Paraíba (UFPB)
João Pessoa – PB – Brasil

renatampc030802@gmail.com, {anand,bruno.bruck,tbulhoes}@ci.ufpb.br

Abstract. *This work is a result of a collaboration with a Brazilian train company that uses a single track in its rail network, where trains can travel in both directions. This is a train scheduling problem, in which the goal is not only to generate a daily timetable for the railway line, in order to better satisfy the users of the transport network, but also to assign pre-made routes for such vehicles. To this end, a mathematical formulation was proposed in order to portray the problem effectively. The developed model was capable of finding feasible solutions, as well as optimal values for small-size and medium-size instances.*

Resumo. *Este trabalho é fruto da colaboração com uma empresa brasileira de trens que faz uso de um único trilho em sua rede ferroviária, onde trens podem trafegar por ambos os sentidos. Trata-se de um problema de escalonamento de trens, em que o objetivo não é apenas gerar uma grade horária diária para a linha ferroviária, de modo a melhor satisfazer os usuários da rede de transporte, mas também atribuir rotas predeterminadas para tais veículos. Para isso, foi proposta uma formulação matemática a fim de retratar o problema de maneira eficaz. O modelo desenvolvido se demonstrou capaz de encontrar soluções viáveis, bem como valores ótimos para instâncias de pequena e média dimensão.*

1. Introdução

Este trabalho toma como base um problema de produção de grade horária de trens apresentado pela Companhia Brasileira de Trens Urbanos (CBTU). A grade horária de um trem é responsável por designar os horários de chegada e/ou saída do veículo em uma série de pontos de parada (estações e cruzamentos), pertencentes à linha ferroviária. Dessa forma, levando em conta a quantidade expressiva de pessoas que frequentam diariamente tal transporte público, sua determinação possui bastante relevância no contexto social. Esse problema também é conhecido como problema de escalonamento de trens.

Além do que diz respeito ao contexto social, a grade horária de um trem também é essencial para o funcionamento sistemático da linha ferroviária, onde é necessário respeitar uma série de protocolos de segurança referentes às operações dos veículos nos trilhos. Sendo assim, o principal objetivo deste trabalho é a atribuição de rotas e horários para os trens de forma a melhor satisfazer o público alvo, levando em conta uma série de restrições operacionais, tal como distâncias entre os pontos de parada, demanda de estações e normas de segurança.

Na prática, a linha férrea da CBTU, que foi tomada como base para o desenvolvimento deste trabalho, engloba um trecho de aproximadamente 30km de trilho, que vai do município de Santa Rita até a cidade de Cabedelo, contando com o transporte de, em média, 8 mil passageiros por dia. Nela, os trens precisam percorrer ambos sentidos de ida e volta utilizando um único trilho, o que por sua vez, em casos de uma grade horária mal planejada, pode acarretar em colisões entre veículos durante seus trajetos.

Na literatura, problemas de escalonamento de trens foram amplamente estudados nas duas últimas décadas. [Szpigel 1973] foi o primeiro a propor uma formulação matemática para tal problema. Desde então, uma série de trabalhos surgiram e se propuseram a analisar diferentes abordagens e variantes. Como exemplos, pode-se citar [Caprara 2002], [Zhou and Zhong 2006], [Khan and Zhou 2010], [Barrena et al. 2014]. Dentre esses, [Khan and Zhou 2010] e [Barrena et al. 2014] abordam um cenário de uma linha ferroviária composta por dois trilhos. Por outro lado, [Caprara 2002] e [Zhou and Zhong 2006] retratam o problema considerando um único trilho. Dentre os citados, [Zhou and Zhong 2006] é o que mais se assemelha ao presente trabalho, ao propor uma formulação considerando que trens podem percorrer a linha ferroviária por ambos sentidos de ida e volta. No entanto, vale destacar que o atual trabalho se propõe a atribuir rotas para cada uma das viagens realizadas, de modo a se encaixar na grade horária também gerada pelo modelo, numa linha ferroviária de um único trilho. Tais especificações ainda não foram estudadas previamente na literatura.

Sendo assim, este trabalho tem como finalidade propor uma formulação matemática capaz de solucionar o problema de escalonamento de trens apresentado pela CBTU, na intenção de que as soluções geradas para as instâncias reais da empresa sejam eventualmente postas em prática.

2. Descrição do problema

Baseando-se no sistema da CBTU, considera-se uma linha de trens composta por um único trilho, onde trens podem trafegar simultaneamente em sentidos opostos. Tal linha é composta por uma série de pontos de parada que podem se enquadrar como: cruzamentos, estações e depósitos. Os trens podem se cruzar somente se estiverem simultaneamente em um mesmo cruzamento. As estações são pontos onde passageiros podem embarcar e desembarcar livremente dos veículos. Os depósitos, por sua vez, são pontos em que trens podem iniciar ou encerrar suas rotas. Neles, os veículos são capazes de inverter o sentido no qual estão transitando. Vale ressaltar que um único ponto pode se caracterizar como uma estação, cruzamento e depósito simultaneamente. E por fim, necessariamente todos os depósitos também se caracterizam como cruzamentos e estações ao mesmo tempo.

Além disso, considera-se que existe uma quantidade máxima preestabelecida de viagens a serem cumpridas por cada um dos trens. Cada viagem se caracteriza pelo percurso de uma rota de ida e volta, de modo que cada possível rota a ser realizada pelos trens possui início e fim num mesmo depósito.

Finalmente, deve-se considerar uma série de restrições operacionais referentes à execução da viagem dos trens, que serão descritas a seguir.

- Cada ponto de parada possui um dado tempo de parada mínimo, também referenciado como tempo de serviço, o qual os trens devem respeitar ao trafegarem pelo ponto em questão.
- Existe um tempo máximo de funcionamento do sistema. Todas as viagens devem ser finalizadas antes desse horário.

- Para cada ponto de parada, existe uma demanda referente à quantidade de trens que chegam ao local diariamente.
- Por motivos de segurança, é necessário respeitar um intervalo mínimo de tempo entre trens que saem de um mesmo ponto de parada, no mesmo sentido.
- Para evitar possíveis colisões, é preciso considerar um intervalo mínimo de tempo entre as saídas de dois trens que se deslocam em sentidos opostos, numa mesma seção de trilhos, após partirem de cruzamentos adjacentes. Assim, o trem que parte depois deve sair somente após o trem que partiu primeiro chegar em seu destino.

Por fim, o objetivo do problema é otimizar a grade horária de forma a melhor satisfazer os usuários da linha de trem. Sendo assim, encaramos que a satisfação dos passageiros varia com base no tempo que eles necessitam aguardar pela chegada dos veículos em cada uma das estações. Dessa forma, o problema abordado visa minimizar o intervalo máximo de saída entre viagens subsequentes de um mesmo trem, que partem de uma mesma estação, para um dado sentido.

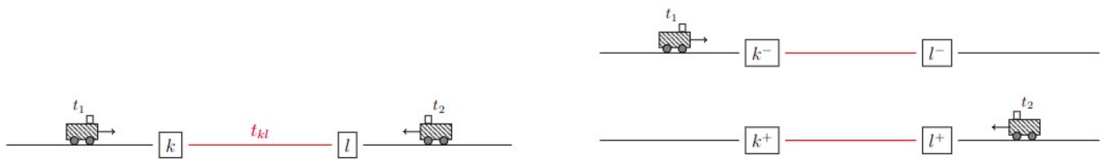
3. Formulação matemática

Para solucionar o problema descrito, foi proposta uma formulação matemática. Assim, alguns dos conjuntos utilizados serão citados a seguir: conjunto T de trens; conjunto I_t que representa a quantidade máxima de viagens que o trem $t \in T$ pode realizar; conjunto A que representa todos os arcos presentes na rede; conjunto V representando a quantidade total de vértices; e por fim, conjunto R de rotas a serem atribuídas a cada viagem de um veículo.

Além disso, as seguintes variáveis de decisão foram utilizadas. Mais especificamente, seja: x_a^{ti} uma variável binária que especifica se o trem $t \in T$, na viagem $i \in I_t$, utiliza o arco $a \in A$; y_v^{ti} uma variável inteira que indica o horário de saída do trem $t \in T$, na viagem $i \in I_t$, do vértice $v \in V$; w_{tia}^{ljo} uma variável binária que especifica se o trem $t \in T$, na viagem $i \in I_t$, utiliza o arco $a \in A$ depois do trem $l \in T$, na viagem $j \in I_l$, utilizar o arco $o \in A$; u_{tiv}^{lj} uma variável binária que especifica se o trem $t \in T$, na viagem $i \in I_t$, parte do vértice $v \in V$ depois do trem $l \in T$, na viagem $j \in I_l$; λ_r^{ti} uma variável binária que especifica se o trem $t \in T$, na viagem $i \in I_t$, utiliza a rota $r \in R$; e z uma variável inteira que indica o intervalo máximo de saída entre viagens subsequentes de um mesmo trem, que partem de uma mesma estação, para um dado sentido.

Sendo assim, tem-se que a função objetivo do problema consiste na minimização do intervalo de tempo representado pela variável z. Além disso, uma série de restrições também foram propostas para a formulação. Devido a limitações de espaço e considerando o tamanho considerável do modelo matemático obtido, somente uma descrição simplificada das principais restrições do modelo será apresentada a seguir.

- Conjunto de restrições responsáveis por designar as rotas que serão realizadas por cada trem em suas viagens.
- Restrições que garantem que rotas de um trem são compatíveis entre si, assegurando que elas se iniciam em um mesmo ponto.
- Restrições que garantem que um trem só realizará determinada viagem caso a sua predecessora também tenha sido realizada.



(a) Colisão entre trens

(b) Colisão entre trens no modelo

- Conjunto de restrições que consideram o horário de encerramento de uma viagem predecessora e o tempo que leva para um arco ser percorrido.
- Conjunto de restrições que consideram um horário máximo para todas viagens serem encerradas.
- Restrições que garantem que as demandas das estações serão respeitadas.
- Restrições responsáveis por determinar o grau dos arcos utilizados, tais como restrições de conservação de fluxo.
- Conjunto de restrições que garantem que um intervalo mínimo de tempo entre trens que saem de um mesmo ponto de parada, num mesmo sentido, será respeitado.
- Conjunto de restrições que evitam a ocorrência possíveis colisões.

Dessa forma, a Figura 1a retrata uma possível colisão com base no problema estudado. No entanto, na Figura 1b, é possível visualizar a forma com que as colisões são tratadas no modelo proposto. Note que no lugar de um único ponto de parada, tem-se dois vértices distintos, cada um representando um sentido diferente a ser percorrido pelos trens. Consequentemente, também é possível observar que dois arcos, na prática, representam uma única seção de trilhos. Esta abordagem foi adotada com o objetivo de facilitar a modelagem das restrições que evitam as colisões, de maneira que foi uma estratégia crucial para garantir o funcionamento do modelo. Dessa forma, a formulação necessita assegurar que esses arcos não sejam percorridos, em um mesmo período de tempo.

Por fim, vale a pena ressaltar que vértices pertencentes a um ponto de parada categorizado como depósito possuem arcos que os interligam entre si. Essas conexões são responsáveis por retratar a possibilidade de mudança de sentido no tráfego para os trens que se encontrarem nos pontos em questão.

4. Resultados Computacionais

Os resultados preliminares indicam que a formulação proposta consegue resolver de maneira eficiente instâncias de pequeno e médio porte. No entanto, o modelo atual não apresenta a mesma performance quando se trata de instâncias de tamanho mais expressivo, de maneira que ainda há espaço para melhorias.

5. Conclusões

Por fim, o próximo passo da pesquisa é procurar maneiras de elaborar uma formulação matemática mais eficaz, de modo a retornar soluções satisfatórias em um tempo de execução reduzido. Além disso, a discretização das unidades de tempo utilizadas na indicação dos horários de saída dos veículos nos pontos de parada, bem como o desenvolvimento de métodos não exatos, tal como heurísticas, são feitos que podem ser futuramente realizados na intenção de alcançar tal objetivo.

Referências

Barrena, E., Canca, D., Coelho, L. C., and Laporte, G. (2014). Exact formulations and algorithm for the train timetabling problem with dynamic demand. Computers & Operations Research, 44:66–74.

Caprara (2002). Modeling and solving the train timetabling problem. Operations Research, 50(5):851–861.

Khan, M. B. and Zhou, X. (2010). Stochastic optimization model and solution algorithm for robust double-track train-timetabling problem. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 11(1):81–89.

Szpigel, B. (1973). Optimal ttain scheduling on a single line railway. Operational research, 72:343–352.

Zhou, X. and Zhong, M. (2006). Single-track train timetabling with guaranteed optimality: Branch-and-bound algorithms with enhanced lower bounds. Transportation Research Part B Methodological, 41(3):320–341.