

Matheurísticas para o problema de roteamento de veículos com prêmios*

Francisco F. L. Neto¹, Vagner Pedrotti¹, Edna A. Hoshino¹

¹Faculdade de Computação – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)
Campo Grande – MS – Brazil

{francisco.ferreira, vagner.pedrotti, edna.hoshino}@ufms.br,

Abstract. *Profitable vehicle routing problems are optimization problems which aim towards maximizing profits without the need to attend all the customers. In this work, matheuristics proposed for the disjunctively constrained knapsack problem are analyzed to build solutions for two variants of the profitable vehicle routing problems.*

Resumo. *Problemas de roteamento de veículos com prêmios são problemas de otimização que visam maximizar lucros sem a necessidade de atender todos os clientes. Neste trabalho, avalia-se o uso de matheurísticas propostas para o problema da mochila com restrições de conflitos para a construção de soluções para duas variantes do problema de roteamento com prêmios.*

1. Introdução

Problemas de roteamento de veículos surgem em muitas situações práticas e são problemas de otimização bastante estudados na literatura. Esses problemas consistem em determinar rotas, uma para cada veículo de uma frota homogênea e limitada, de modo a atender as demandas de todos os clientes por meio da entrega de produtos localizados em um depósito central a um custo mínimo. Cada rota atende subconjuntos disjuntos dos clientes e a soma das demandas dos clientes atendidos pela rota deve satisfazer a capacidade máxima de carga de cada veículo. Ao associar prêmios nos clientes e remover a obrigatoriedade de atender todos os clientes, têm-se diferentes variantes conhecidas como problemas de roteamento de veículos com prêmios (PVRP). Essas variantes podem ser exemplificadas por empresas que realizam entregas e podem optar em atender ou não um cliente, com diferentes objetivos, como maximizar a soma dos prêmios coletados sujeito a um orçamento máximo, minimizar os custos de entrega sujeito a obter, pelo menos, um lucro mínimo dado pela soma dos prêmios coletados, entre outros. A variante do PVRP conhecida como o problema da rota lucrativa capacitada, em inglês *Capacitated Profitable Tour Problem* (CPTP), tem por objetivo maximizar a soma dos prêmios associados aos clientes atendidos descontando-se a soma dos custos relacionados às rotas utilizadas nas entregas. Outra variante do PVRP de interesse é o problema do roteamento com frota privativa e terceirizada, em inglês *vehicle routing problem with private fleet and common carrier* (VRPPFCC). Nessa variante, admite-se um custo fixo por cada veículo da frota privativa e um custo de terceirização que é associado a cada cliente e que deve ser pago se a demanda do cliente for atendida por uma empresa terceirizada. O VRPPFCC é similar ao CPTP, uma vez que o custo de terceirização pode ser visto como o lucro associado a

*Agradecemos a Capes pelo apoio financeiro ao projeto.

cada cliente e objetiva-se maximizar os custos de terceirização evitados, que é obtido ao atender o cliente pela frota privativa, descontando-se os custos das entregas das rotas.

O CPTP foi introduzido em [Archetti et al. 2009], que propôs duas heurísticas, uma baseada em busca tabu (TS) e a outra na busca com vizinhança variável, em inglês *variable neighbourhood search* (VNS). Desde então, a variante tem recebido destaque na literatura, como em [Archetti et al. 2013], que propôs um modelo estendido por programação linear inteira (PLI) para o problema, um algoritmo exato de *Branch&Price* (BP) e uma heurística de geração de colunas. Também vale destacar o estudo realizado por [Bulhoes et al. 2018] que propõe algoritmos genéticos híbridos para resolver o problema do roteamento de veículo com restrições no nível de serviço (VRP-SL), que é uma generalização do CPTP e do VRPPFCC, assim como o algoritmo exato proposto por [Pessoa et al. 2020] que apresenta os melhores resultados para o CPTP da literatura.

O objetivo deste trabalho é avaliar o uso de meta-heurísticas baseadas em programação matemática, também denominado matheurísticas, para obter soluções viáveis para o CPTP e o VRPPFCC. Pelo nosso conhecimento, a única matheurística proposta para esses problemas é a heurística de geração de colunas proposta por [Archetti et al. 2013] para o CPTP. Avaliamos as matheurísticas *Relax&Fix* e *Large Neighbourhood Search* (LNS), considerando-se um modelo estendido de PLI, similar ao proposto por [Archetti et al. 2013] e [Bulhoes et al. 2018]. Um algoritmo exato BP para esse modelo foi implementado e a relaxação *ng-route* [Baldacci et al. 2011] foi usada como subproblema de *pricing*, para melhorar o desempenho do algoritmo. A partir da resolução da relaxação linear, pelo método da geração de colunas, é possível construir uma instância do problema da mochila com restrição de conflitos, em inglês *disjunctive constraints knapsack problem* (DCKP). Basicamente, o DCKP visa encontrar um subconjunto dos itens que caiba em uma mochila de modo que a soma dos valores dos itens selecionados seja máxima e não haja conflitos entre esses itens. Isso foi possível a partir da interpretação das colunas geradas para o PVRP, que representam possíveis rotas para os veículos, como itens do DCKP, de forma que duas rotas são conflitantes quando visitam algum cliente em comum. Considerando-se a capacidade da mochila sendo o total de veículos da frota, cada item é associado a um peso unitário e o valor de cada item é dado pela soma dos prêmios dos clientes atendidos pela rota descontando-se o custo da rota.

A Seção 2 apresenta a definição formal dos problemas. A Seção 3 descreve as matheurísticas propostas enquanto a Seção 4 apresenta e analisa os resultados computacionais e, por fim, na Seção 5 algumas conclusões e trabalhos futuros são discutidos.

2. Descrição formal dos problemas

Considere um grafo $G = (V, E)$ com custos c_e , para cada aresta $e \in E$, prêmio p_i e demanda d_i , associados a cada vértice $i \in V$. Uma rota em G é um ciclo em G que deve conter o vértice 0, que denota o depósito. Dado um inteiro Q , que representa a **capacidade** do veículo, dizemos que uma rota é **capacitada** se a soma das demandas dos vértices na rota não excede Q . Dizemos que um vértice v é **visitado** por uma rota se v pertence ao ciclo. Dados o grafo G e inteiros m e Q , o CPTP consiste em encontrar até m rotas capacitadas disjuntas nos vértices, exceto pelo depósito, que maximize a soma dos prêmios dos vértices visitados descontando-se os custos das arestas utilizadas nas rotas.

O DCKP, visto sob a definição de [Yamada et al. 2002], é uma variante do pro-

blema da mochila em que a soma dos valores dos itens colocados na mochila deve ser maximizada, mas os itens apresentam potenciais conflitos entre si, de modo que toda solução não deve possuir itens conflitantes entre si. O problema pode ser representado por um grafo não direcionado $G = (V, E)$ no qual os vértices de V são os itens e as arestas em E representam os conflitos. Cada item tem um peso associado a ele, de forma que a soma de todos os pesos de uma solução não pode ultrapassar a capacidade da mochila.

3. Matheurísticas propostas

As matheurísticas propostas em [Alves and Hoshino 2022] para o DCKP foram adaptadas e incluídas como heurísticas para o CPTP e VRPPFCC. Para essa finalidade, inicialmente, as colunas ativas no nó atual do algoritmo BP, que representam rotas elementares, são convertidas em uma instância do DCKP.

A matheurística *Relax&Fix* consiste em particionar as variáveis de um PLI em K grupos e, iterativamente, resolver cada um dos K subproblemas de PLI misto, em que apenas as variáveis do grupo da iteração atual são inteiras, as variáveis dos grupos das iterações anteriores são fixadas no valor da solução ótima de sua iteração e a integralidade das demais é relaxada. As variáveis do DCKP foram separadas de forma aleatória.

Diferente da heurística *Relax&Fix* que constrói uma solução, a LNS procura melhorar uma dada solução S de entrada. Ela consiste em duas fases. Na primeira, uma parte da solução S é destruída e na segunda, a solução é corrigida. Diferentes critérios podem ser usados para a primeira fase. Optamos por remover um percentual fixo de itens de menor valor da mochila. Na fase de correção, uma instância menor do DCKP é resolvida de forma exata considerando a capacidade residual e os itens que estão fora da mochila.

Por fim, foi considerada uma heurística gulosa, que ordena os itens pelo valor e inclui um item por vez na mochila, em ordem não-crescente de valor, até que não haja candidatos a entrar na mochila. Um item é adicionado na mochila somente se não apresentar conflito com os demais itens já incluídos na mochila.

4. Resultados Computacionais

Experimentos computacionais foram realizados em instâncias da literatura. Foram consideradas todas as 130 instâncias para o CPTP, com $|V|$ variando de 51 a 200, propostas por [Archetti et al. 2009]. Também foram consideradas as 34 instâncias para o VRPPFCC propostas por [Bolduc et al. 2008]¹.

As matheurísticas foram implementadas na linguagem C, compiladas com gcc 4.9.2 e usam a biblioteca de otimização SCIP (v3.2.1) [Gamrath et al. 2016] com o resolvidor de programação linear da IBM Cplex (v12.6.1.0) [IBM 2019]². Os testes foram realizados em um desktop com processador Intel(R) Core(TM) i7-4790 (3.60 GHz), 32GB de RAM, com o sistema operacional Linux e *multi-thread* do resolvidor desabilitado.

Inicialmente, avaliamos cinco configurações para as matheurísticas propostas: G denota a heurística gulosa; $G+lns$ aplica o LNS na solução gerada por G ; RF denota o *Relax&Fix*, enquanto $RF+lns_{20}$ e $RF+lns_{50}$ consistem no RF seguido de LNS com porcentagem de destruição de 20% e 50%, respectivamente. Para avaliar a melhor

¹As instâncias estão em <https://w1.cirreht.ca/~vidalt/en/VRP-resources.html>

²SCIP e Cplex foram usados sob licença acadêmica.

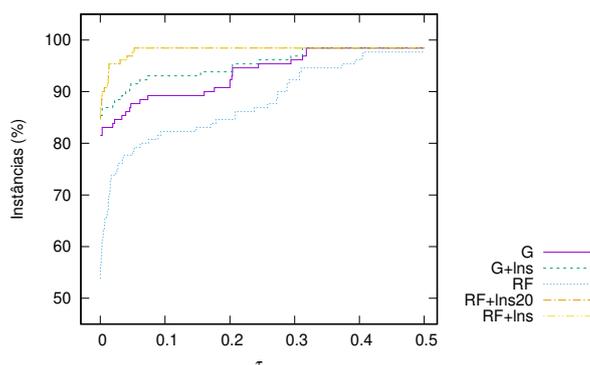


Figura 1. Desempenho comparativo das heurísticas sobre o CPTP.

das configurações, o algoritmo exato foi executado apenas no nó raiz com uma dessas heurísticas habilitada. Nas instâncias do CPTP, a RF+lms obteve os melhores resultados, em relação às demais configurações, em 85% das instâncias enquanto G+lms alcançou os melhores resultados em 86%. No entanto, o ganho do G+lms em relação ao RF+lms foi de aproximadamente 2% enquanto o RF+lms apresentou soluções, em média, 15% melhores que G+lms. Já nas instâncias do VRPPFCC, o RF+lms gerou soluções melhores que o G+lms em 10 das 34 instâncias do VRPPFCC enquanto o contrário ocorreu em 5 delas. Novamente, o percentual de ganho do RF+lms em relação ao G+lms é de aproximadamente 18% enquanto o contrário é menor que 2%.

Uma comparação do desempenho [Dolan and Moré 2002] dos algoritmos é apresentada na Figura 1. Cada ponto indica a porcentagem de instâncias em que o valor da solução encontrada pela heurística é no máximo τ vezes menor do que a melhor solução. Pode ser observado que RF+lms encontrou soluções com qualidade, no máximo, 5% pior que a melhor solução na maioria das instâncias avaliadas.

Todas as heurísticas avaliadas consumiram tempos de processamento similares. Uma média de 8 segundos foi gasto por instância, mas notadamente o tempo gasto é dependente do tempo gasto para se resolver a relaxação linear do nó raiz.

Para avaliar a melhor heurística com os melhores resultados conhecidos na literatura, executamos o algoritmo exato limitado a 100 segundos e habilitando-se a heurística RF+lms em cada nó da árvore de BP. A melhor heurística para o CPTP foi proposta em [Bulhoes et al. 2018] e é denotada por HGS. Nessa análise, observamos que o RF+lms foi capaz de encontrar soluções com mesma qualidade que o HGS em 59% das instâncias do CPTP e nas demais apresentou uma perda de qualidade, em média, de 17%.

5. Conclusões

Os experimentos evidenciam que o uso combinado de *Relax&Fix* e LNS no algoritmo exato BP apresentou resultados mais promissores entre as matheurísticas propostas. Vale destacar, porém, que potenciais melhoras nos algoritmos utilizados podem ser feitas, em especial em alguns parâmetros do *ng-route* na geração de colunas, que influenciam na qualidade das rotas utilizadas pelas heurísticas. Sabe-se que quanto maior o tamanho dos conjuntos *ng* mais elementares as rotas ficam e melhor é a qualidade dos limitantes gerados, a um aumento no tempo de processamento. Rotinas de conversão de rotas não elementares em elementares também podem ajudar no desempenho das matheurísticas.

Referências

- Alves, A. R. and Hoshino, E. A. (2022). Matheurísticas para o problema da mochila com restrição de conflitos. *Anais do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 54.
- Archetti, C., Bianchessi, N., and Speranza, M. G. (2013). Optimal solutions for routing problems with profits. *Discrete Applied Mathematics*, 161(4-5):547–557.
- Archetti, C., Feillet, D., Hertz, A., and Speranza, M. G. (2009). The capacitated team orienteering and profitable tour problems. *Journal of the Operational Research Society*, 60:831–842.
- Baldacci, R., Mingozzi, A., and Roberti, R. (2011). New route relaxation and pricing strategies for the vehicle routing problem. *Operations research*, 59(5):1269–1283.
- Bolduc, M.-C., Renaud, J., Boctor, F., and Laporte, G. (2008). A perturbation metaheuristic for the vehicle routing problem with private fleet and common carriers. *Journal of the Operational Research Society*, 59(6):776–787.
- Bulhoes, T., Ha, M. H., Martinelli, R., and Vidal, T. (2018). The vehicle routing problem with service level constraints. *European Journal of Operational Research*, 265(2):544–558.
- Dolan, E. D. and Moré, J. J. (2002). Benchmarking optimization software with performance profiles. *Math. Program*, 91:201–213.
- Gamrath, G., Fischer, T., Gally, T., Gleixner, A. M., Hendel, G., Koch, T., Maher, S. J., Miltenberger, M., Müller, B., Pfetsch, M. E., Puchert, C., Rehfeldt, D., Schenker, S., Schwarz, R., Serrano, F., Shinano, Y., Vigerske, S., Weninger, D., Winkler, M., Witt, J. T., and Witzig, J. (2016). The scip optimization suite 3.2. Technical Report 15-60, ZIB, Takustr. 7, 14195 Berlin.
- IBM (2019). *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio CPLEX User’s Manual, Version 12 Release 6*. IBM Corp.
- Pessoa, A., Sadykov, R., Uchoa, E., and Vanderbeck, F. (2020). A generic exact solver for vehicle routing and related problems. *Mathematical Programming*, 183:483–523.
- Yamada, T., Kataoka, S., and Watanabe, K. (2002). Heuristic and exact algorithms for the disjunctively constrained knapsack problem. *Information Processing Society of Japan Journal*, 43(9).