Um algoritmo *branch-and-price* para o problema de orientação de times com conjuntos *

Francisco Ferreira Lima Neto[1], Pedro dos Santos Zanelato[1], Pedro Paulo A. de Paula e Silva[1], Edna A. Hoshino[1]

[1]Faculdade de Computação – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)
Campo Grande – MS – Brazil

{francisco.ferreira,pedro.zanelato,p_paulo,edna.hoshino}@ufms.br,

Abstract. *Orienteering problems consist in the maximization of profits collected in a given route, restricted by a time limit. A branch-and-price algorithm is proposed for the set team orienteering problem, a generalization of the initial problem with the presence of multiple vehicles and the association of the profits with the service of client clusters.*

Resumo. *Problemas de orientação consistem na maximização de prêmios coletados em uma rota, restrita por um limite de duração. Propõe-se um algoritmo de branch-and-price para o problema de orientação de times com conjuntos, uma generalização do problema inicial com presença de múltiplos veículos e a associação dos prêmios ao atendimento de conjuntos de clientes.*

1. Introdução

Problemas de roteamento de veículos com prêmios, em inglês *vehicle routing problems with profits*, são variantes do clássico problema de roteamento e reúnem diversas aplicações. Esses problemas se caracterizam pela necessidade adicional de decidir quais clientes visitar, os quais têm prêmios associados e são coletados. Uma das variantes desse problema mais estudadas na literatura é o **problema da orientação**, em inglês *orienteering problem* (OP), que busca encontrar uma rota que maximiza os prêmios coletados, respeitando-se um limite de tempo despendido para percorrer a rota. Uma aplicação do OP ocorre em situações de emergência em locais de difícil acesso, como aquelas decorrentes de desastres naturais ou em regiões de conflitos, cuja entrega de kits de emergência podem ser realizados por *drones* com autonomia limitada de tempo de viagem. Nesses casos, decidir em quais pontos distribuir os kits, dentro de um limite de tempo, devem considerar o total de pessoas que seriam beneficiadas em cada um dos pontos. Outras aplicações podem ser encontradas em [Vansteenwegen and Gunawan 2019].

Nesse trabalho, introduzimos uma nova variante do OP que generaliza duas outras. A primeira é o **problema da orientação de times**, em inglês *team orienteering problem* (TOP), que foi introduzida por [Chao et al. 1996] e caracteriza-se pela existência de múltiplos veículos para coletar os prêmios. A segunda, o **problema da orientação com conjuntos**, em inglês *set orienteering problem* (SOP), introduzida por [Archetti et al. 2018], considera que os clientes estão agrupados em conjuntos e os prêmios, que estão associados aos conjuntos, são coletados se, pelo menos, um dos clientes do conjunto é atendido pela rota. O problema da orientação de times com conjuntos

*Agradecemos a UFMS e a Capes por apoiarem financeiramente o projeto.

(STOP) considera tanto a existência de múltiplos veículos quanto o agrupamento de clientes em conjuntos, cujos prêmios são coletados conforme ocorre no SOP. STOP é NP-difícil, pois generaliza o OP, que é NP-difícil [Laporte and Martello 1990]. Para ilustrar uma aplicação do STOP, considere o mesmo cenário da aplicação do OP, em que há uma frota de *drones* capazes de realizar a entrega dos kits e que os locais de difícil acesso estão agrupados, conforme uma rede secundária de apoio, de modo que os kits recebidos pelos *drones* em um ponto serão distribuídos entre todos os pontos do mesmo grupo.

Pelo nosso conhecimento, o único trabalho da literatura diretamente relacionado ao STOP é o problema de orientação de times com conjuntos e janelas de tempo, em inglês *set team orienteering problem with time windows* (STOPTW), introduzido por [Yu et al. 2023], que generaliza o STOP ao considerar tempos de serviço relacionados aos clientes e janelas de tempo em que os serviços podem ser realizados. Os autores propuseram um modelo compacto e uma heurística. Nesse trabalho, apresentamos um modelo estendido, um algoritmo exato *branch-and-price* para o STOP e realizamos testes computacionais em um novo conjunto de instâncias derivadas da literatura.

2. Descrição formal do problema e os métodos propostos

Considere um grafo simples e não-orientado $G = (V, E)$, com dois vértices especiais 0 e N, e uma coleção $\mathcal{C}$ de subconjuntos de vértices que define uma partição de V e que contém o subconjunto $D = \{0, N\}$. Uma **rota** em G é um caminho de 0 a N, visitando um subconjunto dos vértices em $V' = V \setminus \{0, N\}$. Os vértices 0 e N representam o depósito de origem e de destino das rotas. Admite-se que 0 e N sejam iguais para representar as situações em que as rotas são ciclos. Dada uma função de custo ou tempo de percurso $t : E \mapsto \mathbb{R}_+$ e um número real T, dizemos que uma rota é **válida** se a soma dos tempos de percurso das arestas da rota não excede o limite T. Dada uma função de prêmio $p : \mathcal{C} \mapsto \mathbb{N}$ e um inteiro m, o **problema da orientação de times com conjuntos** consiste em encontrar até m rotas válidas, disjuntas nos clientes visitados, que maximizem a soma dos prêmios coletados. Dizemos que um prêmio p_s, para $s \in \mathcal{C}$, é **coletado** se, pelo menos, um vértice pertencente a s é visitado por uma das m rotas. Nas instâncias do STOP, consideramos que o prêmio associado ao conjunto D é 0.

Propomos uma formulação de programação linear inteira (P) para o STOP, similar ao de [Boussier et al. 2007]. Dadas as variáveis de decisão λ_r para cada rota r válida e v_s para cada conjunto $s \in \mathcal{C}$, adicionamos restrições $\displaystyle\sum_{r \in \mathcal{R}} \sum_{i \in s} a_i^r \lambda_r - v_s \geq 0, \forall s \in \mathcal{C}$, em que a_i^r indica se o vértice i é visitado pela rota r e, portanto, $v_s = 1$ somente se algum vértice de s foi visitado por uma das rotas. Devido ao número exponencial de variáveis de decisão, a relaxação linear do modelo é resolvida pelo método de geração de colunas, que iterativamente resolve dois problemas, o problema mestre restrito e o problema de *pricing*(PP). O problema de *pricing* associado a (P) consiste em um problema de caminho mínimo elementar com restrição de recursos (PCMERR), o qual é NP-difícil [Dror 1994].

Nesse trabalho, propusemos um algoritmo exato *branch-and-price* para o STOP, baseado no modelo estendido. Devido à NP-dificuldade do PCMERR, consideramos a relaxação *ng-route* [Baldacci et al. 2011], que permite rotas com determinadas repetições de vértices, de modo que o PP seja resolvido em tempo pseudopolinomial. Ela considera um conjunto NG_i, de tamanho Δ, associado a cada vértice $i \in V$. Em geral, esses conjuntos correspondem aos Δ vértices mais próximos. Nessa relaxação, a repetição de um vértice i em uma rota é permitida se, e somente se, existir um vértice j entre as duas ocorrências de i, tal que $i \notin NG_j$. Para obter limitantes inferiores, propusemos uma heurística primal, baseada na metaheurística GRASP [Feo and Resende 1995], mas sem a fase de busca local. A heurística utiliza um parâmetro α de aleatoriedade e uma função gulosa adaptativa f para a construção da solução. A função f é calculada para cada rota candidata a compor a solução e consiste na soma dos prêmios ainda não coletados pela solução sendo construída e que seriam coletados pela rota.

3. Resultados Computacionais

Os testes foram executados em uma máquina equipada com um Intel(R) Core(TM) i7-4790 (3.60 GHz), 32GB de memória RAM e com Linux. Os algoritmos foram implementados na linguagem C, usando o framework SCIP v3.2.1 para a implementação do *branch-and-price*(`BP`), com o CPLEX v12.6.1.0, como resolvedor da relaxação linear. No implementação do `BP`, consideramos $\Delta = 3$ e impomos um limite de tempo de 1800 segundos. O parâmetro de aleatoriedade utilizado para a heurística foi $\alpha = 10\%$.

Como não foram encontradas instâncias do STOP na literatura, construímos um conjunto de instâncias derivadas das 387 instâncias propostas por [Chao et al. 1996] para o TOP. Para construir as instâncias do STOP, usamos o mesmo procedimento reportado por [Archetti et al. 2018], no qual $|\mathcal{C}| = 0.2\%|V|$, cada cliente é associado aleatoriamente a um dos conjuntos e o prêmio de cada conjunto é dado pela soma dos prêmios dos clientes contidos nele. Também avaliamos as instâncias propostas por [Yu et al. 2023][1] para o STOPTW, desconsiderando-se as janelas de tempo. No entanto, testes realizados em instâncias pequenas com $|V| = 100$ não foram concluídas no limite de tempo, devido ao alto valor de T, que tornou proibitivo realizar outros testes neste conjunto de instâncias.

Antes de realizar os experimentos no novo conjunto de instâncias do STOP, avaliamos o desempenho do `BP` para resolver o TOP. Os resultados dos testes estão sumarizados na Tabela 1. A coluna `set(total)` indica o grupo e o total de instâncias do grupo, `opt` o total de instâncias resolvidas na otimalidade, `time` o tempo médio de execução, em segundos, das instâncias resolvidas na otimalidade, `gap` a média do *gap* de dualidade, que é dado por $100(ub - lb)/ub$, sendo ub o limite superior e lb o inferior obtido pelo `BP`, considerando apenas as instâncias não resolvidas, `s/gap` o total de instâncias em que o *gap* não pode ser calculado e, entre parênteses, o total de instâncias sem ub, devido à relaxação linear no nó raiz não ter sido concluída no limite de tempo.

Os resultados apresentados na Tabela 1 indicam que o `BP`, sem heurística primal, tem dificuldade para encontrar soluções inteiras (em 15% das instâncias). A heurística primal foi capaz de reduzir esse problema e também diminuindo o tempo de execução. Comparando com os resultados em [Boussier et al. 2007, Dang et al. 2013, Keshtkaran et al. 2016, Bianchessi et al. 2018, Pessoa et al. 2020], o `BP` encontrou um total de 4 novas soluções ótimas (p5.3.l, p5.3.q, p5.3.s, p5.4.s) para o TOP. No entanto, ele não resolve a relaxação linear do nó raiz em 5% das instâncias. Possivelmente heurísticas de *pricing* e técnicas de aceleração, como reportado em [Costa et al. 2019], podem reduzir esse problema. Vale ressaltar que na literatura, um limite de $7200s$ é utilizado.

[1]Agradecimentos aos autores pela disponibilização das instâncias utilizadas

Tabela 1. Resumo de desempenho do `BP` nas instâncias TOP

	heurística primal desabilitada				heurística primal habilitada			
`set(total)`	`opt`	`time`	`gap`	`s/gap`	`opt`	`time`	`gap`	`s/gap`
1(54)	54	1,9	0,0	0(0)	54	1,1	0,0	0(0)
2(33)	33	0,3	0,0	0(0)	33	0,1	0,0	0(0)
3(60)	59	83,0	28,8	0(0)	60	79,0	0,0	0(0)
4(60)	23	198,3	6,0	32(14)	24	250,7	34,6	14(14)
5(78)	59	140,0	3,3	12(0)	58	105,4	35,3	0(0)
6(42)	35	19,3	5,6	3(0)	36	44,9	33,4	0(0)
7(60)	25	120,2	6,9	27(4)	25	20,6	17,9	6(4)
total(387)	288	80,4	10,1	74	290	71,7	30,3	20

A Tabela 2 apresenta um resumo dos testes realizados nas instâncias do STOP. O significado de cada coluna dessa tabela é o mesmo da Tabela 1.

Tabela 2. Resumo de desempenho do `BP` nas instâncias STOP

	heurística primal desabilitada				heurística primal habilitada			
`set(total)`	`opt`	`time`	`gap`	`s/gap`	`opt`	`time`	`gap`	`s/gap`
1(54)	54	1,8	0,0	0(0)	54	0,5	0,0	0(0)
2(33)	33	0,1	0,0	0(0)	33	0,0	0,0	0(0)
3(60)	60	5,7	0,0	0(0)	60	1,8	0,0	0(0)
4(60)	27	443,7	5,5	30(0)	35	168,7	52,4	9(0)
5(78)	66	246,6	9,1	6(0)	75	126,0	19,7	0(0)
6(42)	40	225,4	1,4	1(0)	42	116,6	0,0	0(0)
7(60)	28	145,7	10	22(0)	39	146,1	12,5	4(0)
total(387)	308	152,7	6,5	59	338	79,9	28,2	12

Observando a Tabela 2, primeiramente, notamos que as instâncias do STOP são mais fáceis que o TOP, uma vez que todas as instâncias têm um limitante superior e cerca de 80% das instâncias foram resolvidas na otimalidade pelo `BP` sem nenhuma heurística habilitada. Novamente, o uso da heurística possibilitou um aumento de 7% das instâncias resolvidas e uma redução considerável (48%) no tempo de execução. Vale observar que as 12 instâncias sem *gap* é devido ao limite de tempo alcançado ao final da relaxação linear do nó raiz. Notamos que o *gap* ainda é relativamente alto, média de $28,2\%$, indicando que há espaço para melhorias na heurística primal, bem como no valor de Δ considerado.

4. Conclusões

Neste trabalho, foi introduzido o STOP, uma nova variante do problema de orientação, e proposto um algoritmo exato de *branch-and-price* para resolvê-lo. Foram utilizadas a relaxação *ng-route* para resolver o problema de *pricing* e uma heurística primal para obter limitantes inferiores. Testes realizados em instâncias do TOP, um caso especial do STOP, contribuíram para encontrar novas soluções ótimas para a literatura. Um conjunto de instâncias para o STOP foram derivadas do TOP e os testes sugerem que são mais fáceis, mas 49 instâncias ficaram em aberto. Potenciais trabalhos futuros incluem a utilização de novas heurísticas primais, o uso de heurísticas de *pricing*, a implementação de melhorias para o *ng-route* e a investigação de outras instâncias para o STOP.

Referências

Archetti, C., Carrabs, F., and Cerulli, R. (2018). The set orienteering problem. *European Journal of Operational Research*, 267(1):264–272.

Baldacci, R., Mingozzi, A., and Roberti, R. (2011). New route relaxation and pricing strategies for the vehicle routing problem. *OPERATIONS RESEARCH*, pages 1269–1283.

Bianchessi, N., Mansini, R., and Speranza, M. G. (2018). A branch-and-cut algorithm for the team orienteering problem. *International Transactions in Operational Research*, 25(2):627–635.

Boussier, S., Feillet, D., and Gendreau, M. (2007). An exact algorithm for team orienteering problems. *4or*, 5:211–230.

Chao, I.-M., Golden, B. L., and Wasil, E. A. (1996). The team orienteering problem. *European journal of operational research*, 88(3):464–474.

Costa, L., Contardo, C., and Desaulniers, G. (2019). Exact branch-price-and-cut algorithms for vehicle routing. *Transportation Science*, 53(4):946–985.

Dang, D.-C., El-Hajj, R., and Moukrim, A. (2013). A branch-and-cut algorithm for solving the team orienteering problem. In *Integration of AI and OR Techniques in Constraint Programming for Combinatorial Optimization Problems: 10th International Conference, CPAIOR 2013, Yorktown Heights, NY, USA, May 18-22, 2013. Proceedings 10*, pages 332–339. Springer.

Dror, M. (1994). Note on the complexity of the shortest path models for column generation in vrptw. *Operations Research*, 42(5):977–978.

Feo, T. A. and Resende, M. G. (1995). Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of global optimization*, 6:109–133.

Keshtkaran, M., Ziarati, K., Bettinelli, A., and Vigo, D. (2016). Enhanced exact solution methods for the team orienteering problem. *International Journal of Production Research*, 54(2):591–601.

Laporte, G. and Martello, S. (1990). The selective travelling salesman problem. *Discrete Applied Mathematics*, 26(2):193–207.

Pessoa, A., Sadykov, R., Uchoa, E., and Vanderbeck, F. (2020). A generic exact solver for vehicle routing and related problems. *Mathematical Programming*, 183(1):483–523.

Vansteenwegen, P. and Gunawan, A. (2019). Orienteering problems. *EURO Advanced Tutorials on Operational Research*.

Yu, V. F., Salsabila, N. Y., Lin, S.-W., and Gunawan, A. (2023). Simulated annealing with reinforcement learning for the set team orienteering problem with time windows. *Expert Systems with Applications*, page 121996.