

Model and Algorithm-Agnostic Clustering Interpretability

Guilherme S. Oliveira¹, Fabrício A. Silva¹, Ricardo V. Ferreira²

¹ Laboratório de Inteligência em Sistemas Pervasivos e Distribuídos (NESPED-Lab)
Universidade Federal de Viçosa (UFV), Florestal, MG, Brazil
(guilherme.sergio@ufv.br, fabricaoasilva@ufv.br)
² Cinnecta, Belo Horizonte, MG, Brazil (ricardo.ferreira@cinnecta.com)

Abstract. Data clustering through unsupervised algorithms is an important technique in several applications, both in research and industrial projects, allowing similar elements to be associated with each other for knowledge extraction. After grouping, the interpretation and understanding of the created clusters is a crucial step so that they can be used in decision-making. However, this is not a trivial task, since it requires manual and repetitive analyses, which consume time and resources of those involved. In the present work, a solution for the interpretability of clusters generated by unsupervised learning is proposed. Unlike existing solutions in the literature, the proposed approach is independent of the model and algorithm used for clustering, and generates easy-to-understand descriptions for end user, facilitating their use by teams from different areas of the companies. The results showed that the solution was able to provide a friendly description to interpret the 13 clusters created to segment 263,684 customers of a company.

CCS Concepts: • **Computing methodologies** → **Unsupervised learning**.

Keywords: clustering, explainable, unsupervised learning

1. INTRODUÇÃO

O aprendizado não-supervisionado visa extrair informações de dados sem um rótulo previamente estabelecido. Uma das estratégias não-supervisionadas é o agrupamento, que consiste em agrupar dados com características similares, de modo que dados semelhantes pertençam a um mesmo grupo [Ghahramani 2003]. A técnica de agrupamento possui diversas aplicações como nas áreas da saúde [Yu et al. 2022] e *marketing* [Bartels 2022]. Em geral, nos últimos anos, empresas de diferentes segmentos têm investido no agrupamento de seus clientes para melhor conhecê-los e com isso oferecer produtos e serviços de forma personalizada [Li et al. 2021].

Existem diversas métricas para avaliar a qualidade dos grupos criados, como largura de silhueta e o Índice Calinski-Harabasz. Porém, elas não trazem informação acerca dos motivos que fazem um item pertencer a determinado grupo, nem sobre as principais características de cada grupo criado. Portanto, uma tarefa importante após a criação dos grupos é a de interpretá-los [Xu and Wunsch 2005], cujo objetivo é entender as características que mais se destacam em cada grupo. Alguns trabalhos da literatura tentam tornar as técnicas de agrupamento explicáveis, por métodos intrinsecamente explicáveis [Fraiman et al. 2013; Dasgupta et al. 2020; Bertsimas et al. 2020] e também com conceitos de *Explainable Artificial Intelligence* (XAI) [Ellis et al. 2021; Morichetta et al. 2019]. Entretanto, eles são dependentes do algoritmo ou do modelo de agrupamento. Além disso, os trabalhos não oferecem como saída uma descrição amigável da interpretação dos grupos, que possa ser entendida por pessoas sem conhecimento técnico, como aquelas voltadas ao negócio e *marketing*, que muitas vezes são as principais interessadas nos agrupamentos.

O objetivo deste trabalho é criar e avaliar uma solução, chamada MAACLI: *Model and Algorithm Agnostic CLustering Interpretability*, que seja independente do modelo e do algoritmo utilizados, que gere uma saída amigável da interpretação de agrupamentos, e seja compreendida por usuários leigos na área de tecnologia. O MAACLI é composto por dois componentes independentes. O primeiro consiste na mineração de regras de uma árvore de decisão, treinada com os grupos criados por qualquer algoritmo não-supervisionado. O segundo componente consiste na geração da descrição dos grupos, utilizando a importância dos atributos para cada grupo, encontrada com auxílio de técnicas de *XAI*.

A solução proposta foi avaliada em diferentes conjuntos de dados: inicialmente foi validada em dados mais simples, com poucas dimensões e grupos bem separados, e, posteriormente, testada em um conjunto de dados complexo e real, fornecido por uma empresa privada parceira, contendo a segmentação de 263.684 clientes em 13 grupos distintos. Os resultados mostraram que o MAACLI consegue fornecer descrições relevantes mesmo para dados complexos. Em comparação com uma solução da literatura, foi possível demonstrar que as saídas são mais explicativas, e que a proposta de ser agnóstica em termos de algoritmo e modelo é realmente vantajosa.

O trabalho segue a seguinte organização: a Seção 2 apresenta os trabalhos relacionados. A solução proposta é discutida na Seção 3. Os resultados são apresentados e discutidos na Seção 4. Por fim, as considerações finais estão presentes na Seção 5.

2. TRABALHOS RELACIONADOS

Apesar de ser um tema ainda pouco explorado, trabalhos relacionados com a explicabilidade e interpretabilidade de aprendizado de máquina não-supervisionado tem ganhado espaço nos últimos anos. É possível encontrar especialmente trabalhos utilizando Árvores Binárias para tornar a técnica de agrupamento explicável, como em [Fraiman et al. 2013; Dasgupta et al. 2020].

No trabalho de [Fraiman et al. 2013], por exemplo, os autores propõem uma abordagem de agrupamento em 3 etapas baseada em Árvores de Classificação e Regressão, onde a estratégia original supervisionada é adaptada a problemas não-supervisionados. O trabalho de [Dasgupta et al. 2020] segue o mesmo caminho, propondo a criação de uma árvore utilizando centróides previamente encontrados por métodos de agrupamento baseados em centros, como *k-means* e *k-medians*, para o cálculo da função objetivo para criação da árvore. O trabalho é posteriormente melhorado, onde [Frost et al. 2020] propõem um novo método que permite a criação de árvores com quantidades de folhas maiores que o número de grupos gerados pelos algoritmos-base. A principal desvantagem dessas soluções é que elas exigem que o agrupamento seja feito pelo algoritmo ou modelo proposto. O MAACLI, por outro lado, aceita grupos já previamente criados, independente do algoritmo e do modelo utilizados.

Embora as árvores sejam populares para esse tipo de problema, existem também outras abordagens. O trabalho de [Ellis et al. 2021] busca adaptar a técnica *Permutation Feature Importance* para lidar com aprendizado não-supervisionado. Já [Morichetta et al. 2019] propõem uma metodologia para realização de agrupamento interpretável, que consegue encontrar as características mais importantes para o agrupamento. A metodologia utiliza o *Support Vector Machine* (SVM) e a técnica *Local Interpretable Model-Agnostic Explanations* (LIME) para entender os grupos. Por fim, [Corral et al. 2009] apresentam uma descrição de cada grupo com valores comuns para a maioria das amostras.

Ainda que todos esses trabalhos tenham avançado na explicabilidade dos grupos, permitindo entender por qual motivo um determinado elemento foi alocado a um determinado grupo, eles não focam em uma descrição amigável dos grupos que ajude usuários finais a interpretá-los. E os trabalhos que oferecem essa descrição amigável intrinsecamente através das árvores, são dependentes do modelo ou apresentam novos métodos de agrupamento. A proposta MAACLI visa avançar o estado da arte na explicabilidade de agrupamentos, resolvendo esses problemas.

3. MAACLI: *MODEL AND ALGORITHM AGNOSTIC CLUSTERING INTERPRETABILITY*

A solução MAACLI consiste em dois componentes principais independentes: um primeiro que cria, extrai e processa regras de uma árvore de decisão treinada com os dados agrupados por algum algoritmo de agrupamento (veja Seção 3.1); e um segundo componente, que consiste em gerar descrições para os atributos mais importantes, que definem e caracterizam os grupos criados (veja Seção 3.2). A Figura 1 mostra uma visão geral da solução proposta.

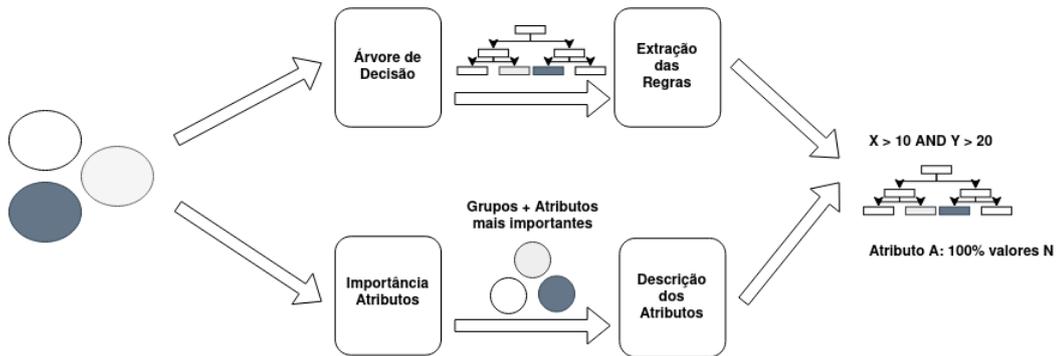


Fig. 1: Visão geral da solução proposta MAACLI

3.1 Interpretabilidade por meio de Árvore de Decisão

Uma árvore de decisão é uma estratégia de classificação que consegue separar os dados em suas respectivas classes através da criação de uma estrutura de árvore. Para isso, eles são recursivamente divididos binariamente em cada nó da árvore, até que se chegue em uma folha. O objetivo em cada divisão é diminuir a impureza dos dados, para que as classes sejam separadas corretamente [Breiman et al. 1983]. As árvores de decisão representam uma poderosa ferramenta de aprendizado de máquina, contando com uma característica intrínseca: facilidade de interpretação [Molnar 2022].

A árvore gerada pelos algoritmos de árvore de decisão pode ser entendida como regras no formato *Se-Então* conectadas pelo operador lógico *AND*. Cada caminho até uma folha da árvore representa uma regra, onde, se todas as condições forem aceitas para alguma amostra, então ela pertence à classe com maior número de indivíduos naquele nó. Com isso, uma árvore pode ser criada com os grupos, de forma que suas regras consigam auxiliar na interpretação dos mesmos. Nesse caso, os indicadores de grupos são tratados como rótulos, e uma árvore é treinada considerando os grupos existentes.

A partir da árvore completa, pode-se ter duas saídas possíveis: visual e textual. Na saída visual, é apresentada a estrutura da árvore com seus nós e ramificações, enquanto a saída textual contém uma representação das regras em forma de texto. A solução proposta neste trabalho recebe o conjunto de dados e os rótulos criados pelo agrupamento (que pode ter sido feito por qualquer algoritmo) e retorna uma lista com as regras para cada grupo e a árvore criada.

Para isso, inicialmente um modelo de árvore de decisão é criado com os parâmetros passados e os dados do agrupamento. Em seguida, para cada amostra de um grupo, as regras são extraídas e armazenadas em uma lista. Após encontrar as regras para todos os dados do grupo, as regras únicas são filtradas e a quantidade de ocorrência de cada regra é utilizada para filtrar aquelas que representem um número mínimo de dados. Esse número mínimo é parametrizável e pode ser especificado pelo usuário conforme o seu interesse. As regras filtradas são processadas para que sejam transformadas em uma saída textual em forma de regras com o uso de operadores relacionais e lógicos.

3.2 Interpretabilidade Por Meio da Descrição dos Atributos Mais Importantes

As saídas visual e textual em forma de regras são importantes para indicar quais critérios foram considerados na separação dos grupos. Porém, ainda requerem uma análise manual e, muitas vezes, técnica, dificultando a interpretação. Portanto, para complementar essas saídas, o segundo componente da MAACLI gera uma descrição textual amigável, sendo a principal contribuição deste trabalho.

O segundo componente da solução consiste na geração das descrições dos atributos mais importantes para cada grupo. Para a extração dos atributos mais importantes de cada grupo, a solução proposta inicialmente cria um modelo de classificação que consiga separar os grupos, usando o algoritmo *XG-*

*Boost*¹. Esse modelo é treinado utilizando os dados do agrupamento com os identificadores do grupo de cada indivíduo sendo o rótulo passado para o algoritmo. Após treinado o modelo, foi proposta neste trabalho uma adaptação da técnica de *Permutation Feature Importance* [Breiman 2001] para selecionar os atributos mais importantes de cada grupo, como descrito a seguir.

A técnica *Permutation Feature Importance* consiste em aplicar permutações nos atributos para verificar o quanto isso afeta o desempenho de modelos supervisionados. Inicialmente é computado o erro do modelo original ($e = L(y, f(X))$). Após isso, cada atributo de $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ é permutado e um novo erro é computado ($e_{perm} = L(y, f(\hat{X}_j))$), onde \hat{X}_j representa os dados com o atributo x_j permutado. A importância I_j do atributo x_j é calculada pela diferença dos erros ($I_j = e - e_{perm}$), e quanto mais a permutação de um atributo afetar negativamente os resultados da classificação, mais importante ele é. Essa estratégia consegue extrair a importância das características de maneira global. Entretanto, para gerar a descrição dos grupos, é necessário descobrir quais atributos são mais importantes para cada grupo individualmente. Um atributo pode ser importante para um grupo específico, caracterizando o grupo em questão e o diferenciando dos demais, enquanto é irrelevante para caracterizar os demais grupos. A importância dos atributos para cada grupo, proposta neste trabalho, trata dessas situações.

Para encontrar a importância para cada grupo, a *Permutation Feature Importance* foi alterada no MAACLI para analisar cada classe de maneira independente. Com esse intuito, a importância foi calculada observando o quanto a permutação de um atributo afeta a revocação de cada classe. A revocação foi usada por representar a sensibilidade da classificação, indicando os elementos relevantes que foram classificados em cada classe. Assim, a técnica adaptada foi aplicada ao modelo treinado com os dados agrupados e as características mais importantes para cada grupo foram extraídas. Atributos com valores de importância maiores que zero são considerados importantes para um determinado grupo, enquanto o restante foi considerado não importante. O próximo passo consiste na descrição dos atributos mais importantes de cada grupo.

A descrição de cada grupo foi realizada através de uma adaptação do *Detailed Anti-Unified Algorithm* (DAU) [Corral et al. 2009]. A ideia do algoritmo original é criar descrições através da adição de um novo elemento para cada grupo. Esse novo elemento contém como atributos os valores presentes na maioria dos indivíduos já presentes nos grupos e os novos elementos criados são utilizados como descrição de cada grupo. Para o MAACLI, o algoritmo é adaptado para trabalhar também com valores numéricos contínuos. Como o DAU utiliza o conceito de valores presentes na maioria dos elementos, a abordagem original não era capaz de lidar com valores contínuos.

Para atender a esse requisito, uma adaptação recorrendo a quartis dos dados foi utilizada. Quando encontrado um atributo numérico contínuo, os valores do primeiro e do terceiro quartis, Q_1 e Q_3 respectivamente, são calculados e inseridos na descrição daquele grupo. Assim, o valor numérico contínuo é convertido no formato *75% maiores que Q_1 e 75% menores que Q_3* . Dessa forma, o usuário consegue perceber de forma simples a principal faixa de valores para aquele atributo.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para avaliar a solução proposta, primeiramente foi feita uma validação em dois conjuntos de dados com poucas dimensões e poucos grupos. Em seguida, foram feitos testes em dados reais e complexos, com 27 dimensões e 13 grupos, contendo a segmentação de clientes de uma empresa.

4.1 Conjuntos de Dados De Validação

Para a realização dos primeiros testes, inicialmente dois conjuntos de dados foram utilizados. Um conjunto sintético de agrupamento com duas dimensões e 750 valores separados em 3 grupos com

¹Outro algoritmo de classificação pode ser usado.

centros em $(1, 1)$, $(-1, -1)$ e $(1, -1)$, gerados manualmente com a utilização de *Isotropic Gaussian Blobs*². O segundo é o famoso conjunto de dados de flores Íris³, com 4 dimensões e 150 plantas divididas em 3 classes. Como o MAACLI é independente do algoritmo e do modelo utilizado para agrupar os dados, foram utilizados os rótulos já previamente existentes nos conjuntos de dados. Ou seja, foi assumido que cada classe existente representa um grupo criado por algum modelo de agrupamento.

Table I: Regras geradas para os conjuntos de dados

Dados	Grupo	Regras
Sintético	0	$Y > 0.11$
Sintético	1	$Y \leq 0.11$ AND $X \leq -0.23$
Sintético	2	$Y \leq -0.15$ AND $X > 0.09$
Íris	0	petal length (cm) between 2.45 - 5.15 AND petal width (cm) ≤ 2.2 AND sepal length (cm) ≤ 6.45
Íris	1	petal length (cm) ≤ 2.45
Íris	2	petal length (cm) > 5.15 AND petal width (cm) > 1.5

4.1.1 *Regras da Árvore de Decisão.* A Tabela I apresenta as regras geradas com o primeiro componente da solução proposta. A árvore criada passou pela etapa de extração e pré-processamento de regras, onde apenas regras com pelo menos 10% das instâncias de cada grupo foram retornadas. Esse valor é configurável, sendo utilizado para filtrar regras muito específicas que podem trazer complexidade à interpretação dos grupos. É possível observar que as regras geram uma explicação simples para os grupos criados. Para o conjunto sintético, os dados foram delimitados nos eixos X e Y, de acordo com cada grupo. Para o conjunto de dados Íris, fica perceptível que o Grupo 0 representa flores com uma pétala com pouca largura e tamanho moderado, além de uma sépala limitada. Para o Grupo 1, o entendimento é mais simples, contendo apenas flores com tamanho de pétala pequeno.

A saída visual para os dados sintéticos, por meio da árvore de decisão, também foi gerada, contendo 6 níveis e 21 nós. A saída visual pode ser útil para um maior entendimento dos grupos, porém, apresenta uma maior complexidade para análise, uma vez que é necessária uma observação visual da raiz até a folha da árvore para compreender uma determinada regra. A saída visual foi omitida no artigo por não agregar novo conteúdo, mas apenas uma perspectiva diferente das regras.

4.1.2 *Descrição dos Atributos.* A Tabela II apresenta as importâncias dos atributos retornadas para cada grupo dos conjuntos de dados utilizados. A coluna *Importâncias* contém tuplas com o nome do atributo e sua respectiva importância, que varia no intervalo $[0, 1]$. Atributos com importância igual a 0 foram ignorados. É possível observar que para o conjunto de dados sintético, os atributos X e Y variam de importância para os diferentes grupos. Enquanto para o Grupo 0 o atributo Y é mais importante, no Grupo 1 o atributo X apresenta uma maior importância. Para o Grupo 2, as características têm importâncias parecidas na criação do grupo. Pelos centros dos grupos criados em $(1, 1)$, $(-1, -1)$ e $(1, -1)$, respectivamente para os grupos 0, 1 e 2, é possível observar que essas importâncias estão coerentes.

Para o conjunto de dados Íris, de 4 atributos, apenas 2 apresentaram importância maior que 0. Uma análise exploratória e visual desse conjunto de dados mostrou que esses dois atributos são realmente os mais importantes. Essa análise foi omitida do artigo por se tratar de um conjunto de dados público e bastante conhecido na comunidade.

Com as importâncias obtidas e a remoção dos atributos que não agregaram informação para a criação dos grupos, o próximo passo do segundo componente é gerar a descrição para os atributos mais

²https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.datasets.make_blobs.html

³<https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/iris>

Dados	Grupo	Importâncias
Sintético	0	(X, 0.17), (Y, 0.67)
Sintético	1	(X, 0.61), (Y, 0.16)
Sintético	2	(X, 0.31), (Y, 0.35)
Íris	0	(petal length (cm), 0.57), (petal width (cm), 0.36)
Íris	1	(petal width (cm), 0.33) (petal length (cm), 0.18)
Íris	2	(petal width (cm), 0.52), (petal length (cm), 0.40)

Table II: Importâncias geradas para os conjuntos de dados

Descrição do Grupo 0:
petal width (cm): 75% maiores que 0.2 75% menores que 0.4
petal length (cm): 75% maiores que 1.3 75% menores que 1.6

Fig. 2: Descrição do Grupo 0 do Conjunto de Dados Íris

importantes. A Figura 2 ilustra como exemplo a descrição gerada para o Grupo 0 do conjunto Íris. É possível observar uma descrição simples de cada atributo, com os atributos *petal length (cm)* e *petal width (cm)* com valores definidos. A descrição é simples e amigável, possibilitando o fácil entendimento do grupo para melhor tomada de decisões sobre o agrupamento criado, onde mesmo usuários finais sem profundo conhecimento no assunto conseguem interpretar os resultados do agrupamento.

4.2 Conjunto de Dados Real: Segmentação de Clientes

O conjunto usado consiste em dados de segmentação de clientes de uma empresa privada. Ele contém informações de 263.684 clientes, que foram segmentados em 14 grupos por uma solução proprietária da empresa, onde um grupo foi utilizado como ruído, para incluir clientes que não se encaixavam em nenhum dos outros. Os dados contêm 27 atributos, representando características como idade, renda, produtos contratados e profissão dos clientes. O conjunto de dados foi aplicado na solução proposta para interpretar os grupos e, assim, possibilitar uma melhor tomada de decisão dos usuários finais para os grupos criados. Por motivos de privacidade, os identificadores dos clientes não foram utilizados, assim como nenhum outro atributo que poderia ser usado para rastrear os mesmos. Os nomes dos produtos também foram alterados.

Árvore e Regras: Na Figura 3(a) é possível observar as regras geradas pelo primeiro componente da solução para os 3 primeiros grupos do conjunto de dados. Os dados apresentam alguns atributos *dummy* e a etapa de pré-processamento lida com isso fornecendo saídas mais simples através de afirmações (i.e., *É*) ou negações (i.e., *Não é*), como é possível observar na figura. Segundo as regras, o Grupo 0 é caracterizado por conter clientes que não utilizam certos tipos de produtos (i.e., Produtos 10, 9, 6 e 7) e possuem a Profissão 3. Para o Grupo 1, o resultado mostrou que nele estão agrupados clientes que utilizam o Produto 9 e não pertencem à Profissão 2. Por fim, o Grupo 2 é composto por clientes que utilizam o Produto 10. Com essas regras, é possível direcionar campanhas estratégicas para grupos de clientes com determinada profissão e produto, por exemplo.

Descrição dos Atributos Importantes: Partindo para o segundo componente, é possível visualizar na Figura 3(b) a saída da descrição dos atributos. As regras anteriores já oferecem uma caracterização dos grupos criados, auxiliando na interpretação. Com a descrição dos atributos, é possível agregar ainda mais valor para a interpretação dos grupos. Inicialmente, pode ser observado que para o Grupo 0 são identificados 2 atributos importantes que influenciam na sua criação. É possível caracterizar o Grupo 0 por clientes com a Profissão 3 que utilizam o Produto 4. Já o Grupo 1 é caracterizado por clientes do Produto 9. Porém, o Grupo 1 também apresenta clientes com tempo de cliente parecido e uma idade bem definida, entre 40 e 51 anos. A renda do Grupo 1 está em um intervalo grande (i.e., 1.500 a 10.000), porém ainda foi considerado importante pela solução. Já para o Grupo 2, é possível observar a presença de clientes com o Produto 10, idade mais baixa (i.e., 21 a 27 anos), uma renda menor (i.e., 400 a 1.200) e apenas um produto ativo em média.

Para ilustrar visualmente a coerência das descrições, a Figura 4 contém um gráfico de radar com a distribuição dos atributos importantes para os 3 grupos analisados (Grupos 0, 1 e 2), comparando-os com os outros grupos. Indo de encontro com a saída das descrições, o Grupo 0 (azul) se destacou

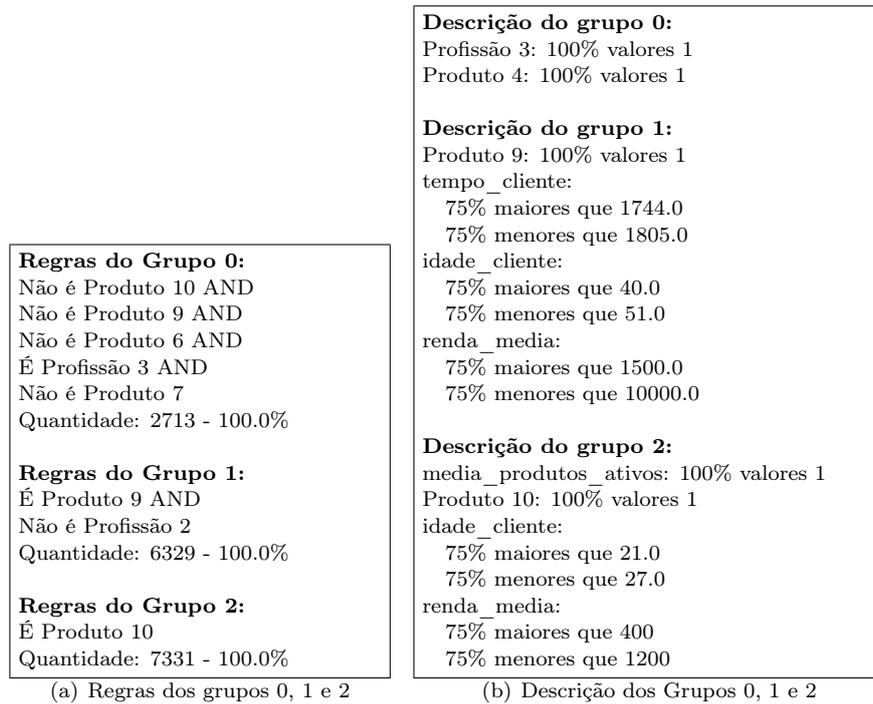


Fig. 3: Aplicação da MAACLI nos dados reais

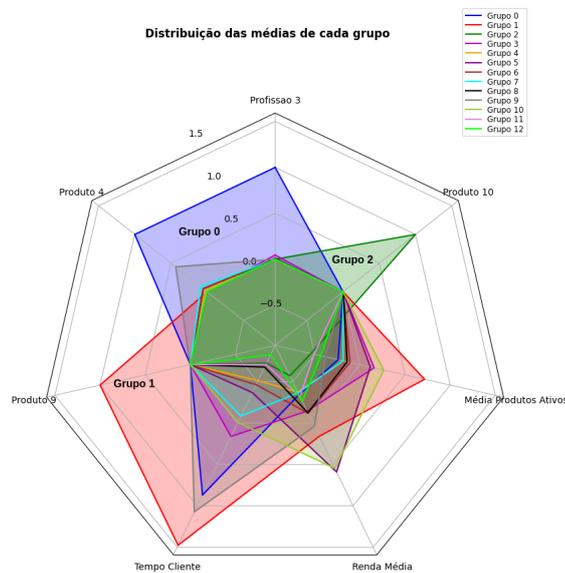


Fig. 4: Distribuição de alguns atributos de cada grupo

diante dos outros grupos com relação ao Produto 4 e a Profissão 3 dos clientes presentes. Para o Grupo 1 (vermelho), o Produto 9 e o tempo do cliente se sobressaíram dos demais grupos, o que foi descrito na saída da solução proposta (ver Figura 3(b)). Por fim, para o Grupo 2 (verde), é possível observar a forte presença do Produto 10, além da renda média e média de produtos ativos abaixo dos demais grupos, conforme também foi gerado na saída da solução na Figura 3(b). Ou seja, os grupos analisados foram bem descritos pela solução, se comparado com os demais grupos. Essa análise foi feita para

os outros grupos também, mas como cada análise gera uma figura diferente devido as diferenças nos atributos importantes, foi decidido manter a análise dos grupos 0, 1 e 2 como exemplo.

Comparação com solução base: Por fim, foi feita uma comparação com a solução ExKMC [Frost et al. 2020], que cria uma versão expandida do *K-Means*. O resultado foi uma árvore com 14 níveis e 51 folhas, que levam à explicação de todos os grupos, com regras bem complexas. O motivo de uma árvore tão complexa é que, diferente do MAACLI, o ExKMC não permite a poda de acordo com a quantidade de itens atendidos pelas regras. Mais importante, vale destacar que para executar o ExKMC, foi preciso utilizar os dados brutos originais, já que ele é um algoritmo de agrupamento específico. Ou seja, diferente do MAACLI que é agnóstico em termos de algoritmo e modelo, o ExKMC não permite o uso de outro algoritmo. Por fim, além da saída em formato de árvore, o MAACLI gera também as regras textuais e as descrições.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou uma solução para a interpretabilidade de grupos gerados por algoritmos não-supervisionados. A solução retorna de maneira automática, independente do modelo e do algoritmo utilizados, descrições amigáveis dos grupos. Com isso, é possível que usuários finais, sem conhecimento técnico, interpretem os grupos criados sem a realização de análises manuais extensas e repetitivas. Os resultados mostraram que são geradas dois tipos de descrições simples capazes de caracterizar os grupos, mesmo para dados complexos e reais. Como trabalhos futuros, é possível propor melhores maneiras de descrever atributos contínuos, explorando, por exemplo, a variância dos dados.

REFERENCES

- BARTELS, C. Cluster analysis for customer segmentation with open banking data. In *2022 3rd Asia Service Sciences and Software Engineering Conference*. ASSE' 22. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, pp. 87–94, 2022.
- BERTSIMAS, D., ORFANOUDAKI, A., AND WIBERG, H. M. Interpretable clustering: an optimization approach. *Machine Learning* vol. 110, pp. 89–138, 2020.
- BREIMAN, L. Random forests. *Machine learning* 45 (1): 5–32, 2001.
- BREIMAN, L., FRIEDMAN, J. H., OLSHEN, R. A., AND STONE, C. J. Classification and regression trees, 1983.
- CORRAL, G., ARMENGOL, E., FORNELLS, A., AND GOLOBARDES, E. Explanations of unsupervised learning clustering applied to data security analysis. *Neurocomputing* 72 (13): 2754–2762, 2009. Hybrid Learning Machines (HAIS 2007) / Recent Developments in Natural Computation (ICNC 2007).
- DASGUPTA, S., FROST, N., MOSHKOVITZ, M., AND RASHTCHIAN, C. Explainable k-means and k-medians clustering. ICML'20. JMLR.org, 2020.
- ELLIS, C. A., SENDI, M. S. E., PLIS, S., MILLER, R. L., AND CALHOUN, V. D. Algorithm-agnostic explainability for unsupervised clustering. *ArXiv* vol. abs/2105.08053, 2021.
- FRAIMAN, R., GHATTAS, B., AND SVARC, M. Interpretable clustering using unsupervised binary trees. *Advances in Data Analysis and Classification* vol. 7, pp. 125–145, 2013.
- FROST, N., MOSHKOVITZ, M., AND RASHTCHIAN, C. Exkmc: Expanding explainable k-means clustering. *ArXiv* vol. abs/2006.02399, 2020.
- GHAHRAMANI, Z. Unsupervised learning. In *Summer school on machine learning*. Springer, pp. 72–112, 2003.
- LI, Y., CHU, X., TIAN, D., FENG, J., AND MU, W. Customer segmentation using k-means clustering and the adaptive particle swarm optimization algorithm. *Applied Soft Computing* vol. 113, pp. 107924, 2021.
- MOLNAR, C. *Interpretable Machine Learning*, 2022.
- MORICETTA, A., CASAS, P., AND MELLIA, M. Explain-it: Towards explainable ai for unsupervised network traffic analysis. Big-DAMA '19. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, pp. 22–28, 2019.
- XU, R. AND WUNSCH, D. Survey of clustering algorithms. *IEEE Transactions on neural networks* 16 (3): 645–678, 2005.
- YU, Z., SOHAIL, A., NOFAL, T. A., AND TAVARES, J. M. R. S. Explainability Of Neural Network Clustering In Interpreting The Covid-19 Emergency Data. *FRACTALS (fractals)* 30 (05): 1–12, August, 2022.