

X Simpósio Brasileiro de Arquitetura de Computadores

Fluxo de Potência Ótimo via Método de Pontos Interiores Não-Linear Primal-Dual, utilizando Computação de Alto Desempenho.

Edgardo D. Castronuovo
edgardo@labspot.ufsc.br

Jorge M. Campagnolo
campagno@labspot.ufsc.br

Roberto Salgado
salgado@labspot.ufsc.br

Laboratório de Sistemas de Potência – Departamento de Eng. Elétrica.

Universidade Federal de Santa Catarina – 88040-900 – Florianópolis – SC – Brasil

Resumo: O Fluxo de Potência Ótimo é modelado como um problema de otimização não linear. Propõe-se neste trabalho, a solução deste problema através da versão Primal-Dual não linear do algoritmo de Pontos Interiores, com aplicação de técnicas de computação de alto desempenho. Resultados obtidos com sistemas de diferentes portes ilustram os ganhos em termos de tempo de processamento.

Abstract: The Optimal Power Flow is formulated as a nonlinear optimisation problem. This work focuses the solution of this problem through the nonlinear Primal-Dual version of the Interior Point algorithm, with the application of high performance computation techniques. Results obtained with power systems of different sizes illustrate the advantages of this application in terms of speed up.

Palavras Chaves: Otimização, Fluxo de Potência Ótimo, Computação Vetorial.

I. Introdução

A solução das equações da rede elétrica correspondente à melhoria de um determinado índice de desempenho é formulada analiticamente como um problema de otimização, convencionalmente denominado de Fluxo de Potência Ótimo (FPO). Dentre os algoritmos propostos para resolver este complexo problema, a versão não linear Primal-Dual do método de Pontos Interiores [1, 6] tem sido apontada como uma das metodologias de maior potencial. O processo iterativo resultante desta aplicação requer a solução de um sistema linear de dimensão elevada. No presente trabalho, visando tornar mais eficiente o processo de solução, a vetorização do sistema linear através do chamado “caminho de fatoração” é utilizada. O desempenho da metodologia proposta é analisado com base nos resultados da sua aplicação a sistemas de potência de diferentes portes, incluindo sistemas realísticos. Mostra-se que é possível obter ganhos superiores a 8 vezes na rotina de fatoração, e superiores a 4 nas rotinas de substituição direta e inversa e na convergência global.

II. Formulação do Método de Pontos Interiores Primal-Dual, versão Não-Linear

Seja o seguinte problema de otimização

$$\text{Minimizar } f(x) \quad (1.a.)$$

$$\text{sujeito a } h(x) = 0 \quad (1.b.)$$

$$g(x) \leq 0 \quad (1.c.)$$

onde, $f(x): \mathbb{R}^{n_g} \rightarrow \mathbb{R}$, representa a função objetivo do problema (no presente estudo, o Custo de Geração de Potência Ativa expresso por curvas quadráticas); $h(x): \mathbb{R}^{2n+2n_g-1} \rightarrow \mathbb{R}^{n+n_c}$, são as restrições de igualdade (n equações do balanço de potência ativa em todas as barras, e n_c equações de balanço de potência reativa nas barras de carga); $g(x): \mathbb{R}^{2n+2n_g-1} \rightarrow \mathbb{R}^{n_d}$, são as n_d restrições de operação nas variáveis x e nas potências reativas geradas; e $x = \{ P_g, V, \delta \}^T$ é o vetor de ordem $(n_g + 2n - 1)$ das variáveis de otimização (n_g potências ativas de geração (P_g) e n tensões complexas nas barras (V e δ)), sendo n o número total de barras do sistema.

O Método de Pontos Interiores Não-Linear Primal-Dual pode ser resumido nos seguintes passos [6]:

- transformação das restrições de desigualdade em igualdades através de variáveis de folga;
- perturbação da condição de complementaridade das condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) através do parâmetro $\mu \geq 0$;
- resolução do sistema de equações não-lineares resultante pelo método de Newton.

A solução do sistemas de equações não-lineares através do método de Newton, é obtida iterativamente resolvendo-se uma seqüência de sistemas lineares da forma

X Simpósio Brasileiro de Arquitetura de Computadores

$$\begin{bmatrix} H & J \\ J' & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

onde, J e H são as matriz Jacobiana e Hessiana do sistema reduzido [1]; e t_1 e t_2 conformam o vetor independente.

Posteriormente obtém-se o valor das variáveis de folga e correspondentes multiplicadores através de equações auxiliares. Em geral, a matriz correspondente ao segundo termo da equação (2) é numericamente não-simétrica, de dimensão $4n-1$, com um bloco nulo inferior de ordem $2n-ng$. É interessante notar a concentração dos elementos não-nulos em linhas oblíquas, devido à união de blocos diagonal-dominantes [5].

III. O Esquema de Ordenação.

Visando explorar a estrutura da matriz do sistema linear (2), não se utiliza o armazenamento em listas compactas por blocos [2, 4], e sim listas encadeadas, considerando cada elemento independentemente. O esquema de ordenação utilizado é o de Mínimo Grau (Tinney II), modificado a fim de considerar dinamicamente a condição não-nula do pivô.

Devido à necessidade de garantir pivôs não-nulos na fatoração, avalia-se dinamicamente a condição numérica do pivô. A estratégia consiste em ordenar inicialmente as colunas com o elemento diagonal não-nulo. No processo de ordenação, são acrescentadas as colunas que originalmente possuíam elementos diagonais nulos, e que são modificados por elementos diagonal-dominantes do Jacobiano J . Os elementos diagonal-dominantes de J , numa coluna i qualquer, são na prática não-nulos em todas as iterações. Desta forma, durante o processo de eliminação destes elementos, pivôs do bloco nulo tornam-se diferentes de zero.

VI. Aplicação de Processamento Vetorial.

A eficiência do processamento vetorial está associada à dimensão dos vetores envolvidos. A solução de sistemas lineares esparsos, através de métodos diretos, é inadequada para o processamento vetorial, pois os vetores envolvidos são de pequena dimensão [2].

O esquema de ordenação apresentado permite conservar a esparsidade e disposição predominantemente em linhas oblíquas da matriz do sistema linear. Estas características indicam uma conectividade baixa entre colunas, resultando em "caminhos" de fatoração pouco profundos e com grande número de elementos por nível. A utilização do conceito de "caminho de fatoração"[3] permite aumentar as dimensões dos vetores envolvidos no processo de solução do sistema linear, incrementando os ganhos com a utilização de processamento vetorial.

Durante o processo de substituição direta-inversa é possível permutar a ordem de eliminação dos vértices no mesmo nível do "caminho de fatoração", sem modificar o resultado desta operação [3]. Isto quer dizer que os vértices são independentes entre si, e por conseguinte podem ser resolvidos simultaneamente. Desta forma, é possível incluir no mesmo laço vetorizável os elementos alojados em todos os vértices de um mesmo nível, sempre que não existirem recorrências de armazenamento. A utilização adequada dos ponteiros permite eliminar a recorrência, sem a necessidade de modificar a ordenação original da matriz[1].

Na fatoração, a atualização dos elementos para cada pivô é independente, o que permite o agrupamento por níveis, de forma análoga às substituições direta e inversa.

V. Resultados

Os algoritmos foram implementados em Fortran 77 e testados no computador CRAY Y-MP2E/232 do CESUP da Universidade Federal de Rio Grande do Sul. As tolerâncias utilizadas no teste de convergência foram: componentes do vetor gradiente da função Lagrangeana (1×10^{-5}) e parâmetro barreira (1×10^{-6}). O desvio na magnitude de tensão permitido foi de 10 %. Os resultados numéricos foram obtidos com o sistema teste IEEE 118 barras e com três redes (de 176, 352 e 750 barras) equivalentes do sistema Sul-Sudeste brasileiro.

A Figura 1 apresenta os resultados da aplicação do esquema de ordenação de Mínimo Grau (Tinney II) sem avaliação dinâmica da condição não-nula do pivô, e aplicando-se a metodologia proposta na seção III. A ordenação sem avaliação do pivô foi realizada ordenando-se os primeiros $2n+ng-1$ pivôs (originalmente não-nulos), mediante o esquema de Mínimo Grau, e posteriormente os restantes $2n-ng$ (originalmente nulos) por ordenação natural.

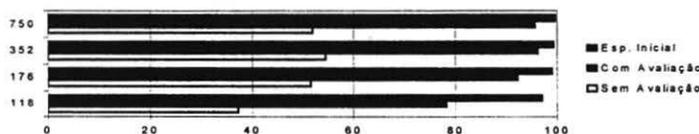


Figura 1: Esparsidade com e sem avaliação dinâmica do pivô.

Observa-se na Figura 1 que o esquema de ordenação proposto se apresenta eficiente, com uma porcentagem de "enchimentos" criados entre 3 e 7% para os sistemas equivalentes brasileiros.

A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos pelos algoritmos em processamento escalar e vetorial. O procedimento escalar utilizado para comparação consiste do algoritmo tradicional, compilado com vetorização automática e otimização escalar. Este procedimento evidencia que os ganhos obtidos com a vetorização foram resultantes da metodologia empregada.

Tabela 1: Tempo Computacional Total e para uma Iteração Típica (em segundos).

Sistemas Teste	Número de Iterações	Tempo até a Convergência			Tempo por Iteração		
		Esc.	Vet.	Speed-up	Esc.	Vet.	Speed-up
118 barras	14	9.28	2.93	3.2	0.56	9.1×10^{-2}	6.2
176 barras	10	4.68	1.53	3.1	0.32	5.9×10^{-2}	5.5
352 barras	14	12.3	3.76	3.3	0.74	1.2×10^{-1}	6.2
750 barras	26	216.1	47.3	4.6	7.87	9.6×10^{-1}	8.2

Conforme observado na Tabela 1, os ganhos com o algoritmo vetorial na convergência total variam entre 3 e 4.6. Porém, os ganhos obtidos em uma iteração típica são substancialmente maiores, podendo superar 8 vezes. Esta diferença se origina na primeira iteração, pois nesta são realizadas tarefas que não se repetem nas iterações subsequentes. Com relação a este ponto cabe destacar: inicializações, construção da estrutura esparsa e fatoração simbólica. Estas tarefas são eminentemente escalares ou com vetorização automática, reduzindo assim o ganho total do algoritmo. Entretanto, deve-se ressaltar que os tempos de cálculo para a implementação vetorial são inferiores a 1 minuto. Os maiores ganhos da implementação vetorial resultam das rotinas de fatoração e substituição direta-

X Simpósio Brasileiro de Arquitetura de Computadores

inversa do sistema linear, pelo uso do conceito de “caminho de fatoração”. Na Tabela 2 apresenta-se o tempo computacional gasto pelas rotinas e os respectivos “speed-ups”.

Tabela 2: Tempos Computacionais na Substituição Direta-Inversa e Fatoração do Sistema Linear (em segundos).

Sistemas Teste	Substituição Direta-Inversa			Fatoração do Sistema Linear		
	Esc.	Vet.	Speed-up	Esc.	Vet.	Speed-up
118 barras	1.3×10^{-2}	3.3×10^{-3}	4.1	0.49	5.6×10^{-2}	9.0
176 barras	1.1×10^{-2}	2.9×10^{-3}	4.0	0.24	2.9×10^{-2}	8.3
352 barras	2.2×10^{-2}	5.2×10^{-3}	4.3	0.46	5.3×10^{-2}	8.7
750 barras	9.5×10^{-2}	2.0×10^{-2}	4.8	6.52	0.67	9.8

Conforme se observa na Tabela 2, os ganhos relativos às substituições estão na faixa de 4.0 a 4.8. Os tempos computacionais requeridos são uma ordem inferior aos necessários para a fatoração. Os resultados obtidos na fatoração foram melhores, alcançando ganhos na faixa entre 8.3 e 9.8, o que é devido ao maior número de operações envolvidas.

VI. Conclusões

Um grande esforço computacional é requerido na solução do problema não linear de Fluxo de Potência Ótimo via métodos de Pontos Interiores, o que dificulta a sua aplicação a sistemas de grande porte. O algoritmo vetorial para a solução deste problema proposto neste trabalho, reduz o esforço computacional dispendido no processo de otimização, mostrando um grande potencial para utilização na operação em tempo real.

A modificação do método de ordenação proposta mostrou-se eficiente. Os ganhos obtidos foram acima de 8 na rotina de fatoração, e acima de 4 na substituição direta-inversa. O ganho total do algoritmo vetorial é em torno de 4, o que é bastante razoável para um problema complexo como o considerado neste trabalho.

VII. Bibliografia

- [1] Solução de Fluxo de Potência Ótimo via Método de Pontos Interiores, com Aplicação de Computação de Alto Desempenho. Edgardo Daniel Castronuovo. Dissertação de Mestrado em Eng. Elétrica. UFSC. 1997.
- [2] Levelwise Algorithms for Vector Processing of Sparse Power Systems Matrices. Montagna, M., Granelli, G.P. e Vuong, G.T. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 1, Fevereiro de 1996.
- [3] Esparidade, Estrutura, Estabilidade e Escalonamento em Álgebra Linear Computacional. Stern, Julio M. Recife:UFPE-DI, 1994. 123p.
- [4] Efficient Factorization and Solution Algorithms on Vector Computers. Granelli, G.P., Montagna, M., Pasini, G.L. IEE Electric Power Systems Research, Vol. 20, No. 2, 1991.
- [5] Vetorização do Método de Pontos Interiores Não-Linear Primal-Dual e sua Aplicação ao Fluxo de Potência Ótimo. Castronuovo, E.D., Campagnolo, M.J. e Salgado, R. Accito no XII Congresso Brasileiro de Automação, Ubêrlandia, setembro 1998.
- [6] On the Formulation and Theory of the Newton Interior-Point Method for Nonlinear Programming, El-Bakry, A.S., Tapia, R.A., Tsuchida, T. e Zhang, Y. Journal of Optimization Theory and Applications, Vol 89, No. 3, June 1996.

Agradecimentos: Os autores agradecem ao Centro Nacional de Supercomputação da Universidade Federal de Rio Grande do Sul pelo suporte computacional e ao CNPq e a RECOPE pelo apoio financeiro na realização deste trabalho.