

\*C.P. BOTTURA, \*J.T. COSTA FILHO, \*\*A.P. RIBEIRO COSTA

\*Faculdade de Eng. Elétrica - DMCSI - UNICAMP

Cx. P. 6101 - 13.081 - Campinas, SP

\*\*CPqD/TELEBRÁS

## RESUMO

Neste trabalho, analisamos a concorrência mestre-escravo existente na paralelização de um algoritmo com o objetivo de alterar a estrutura de cálculo para reduzir o efeito de sincronização sobre a execução computacional de um algoritmo multinível implementado no Processador Preferencial. Uma análise de desempenho com relação a tempo de processamento, eficiência computacional e comunicação de dados é apresentada.

## ABSTRACT

With the objective of changing the calculation structure, in order to reduce the synchronization effects on the computer execution of a multilevel algorithm implemented on the Preferential Processor, in this article the master-slave concurrence there is in the parallelization of a synchronous algorithm is analysed. A performance analysis with respect to processing time, computational efficiency and data communication is presented.

## 1. INTRODUÇÃO

A elaboração de algoritmos paralelos torna-se tão importante quanto o desenvolvimento de arquiteturas para o processamento paralelo. Uma vez que a implementação e desempenho de algoritmos paralelos dependem significativamente da arquitetura, é necessário especificá-la para computação paralela quando consideramos algoritmos paralelos. Não há no entanto nenhum método universal para o desenvolvimento de algoritmos paralelos. Uma técnica para se obter algoritmos paralelos explora o grau de paralelismo existente em algoritmos sequenciais. O emprego desta técnica tem permitido detectar o paralelismo intrínseco de algoritmos sequenciais e avaliar o grau de concorrência resultante. O paralelismo intrínseco de um algoritmo sequencial reflete a intensidade da comunicação existente no algoritmo paralelizado.

Neste contexto, analisamos a concorrência mestre-escravo (M/E) existente em algoritmos de otimização multinível de sistemas de grande porte resultante da paralelização. Objetivando obter um melhor desempenho computacional do algoritmo sobre o Processador Preferencial (PP), alteramos a estrutura de cálculo do algoritmo e reduzimos o grau de concorrência através da exploração do paralelismo intrínseco.

Na seção 2, descrevemos a estrutura do Processador Preferencial para processamento paralelo que utilizamos. Na seção 3, definimos a concorrência mestre-escravo exibida em alguns algoritmos de controle ótimo hierárquico. Na seção 4, formulamos, resumidamente, uma metodologia de otimização e o algoritmo em dois níveis. Na se-

ção 5, adotamos um critério de partição para obtermos uma execução assíncrona do algoritmo paralelizado sobre a arquitetura especificada. Na seção 6, analisamos o desempenho.

## 2. ESTRUTURA DO PROCESSADOR PREFERENCIAL

As implementações descritas neste trabalho foram realizadas sobre o Processador Preferencial (PP), hardware desenvolvido pelo Centro de Pesquisa e Desenvolvimento da TELEBRÁS - CPqD.

A configuração do hardware está baseada numa arquitetura modular constituída de várias placas processadoras de 16 bits, placas de memórias e um conjunto de placas para controle de dispositivos periféricos, organizadas em torno de um barramento assíncrono dedicado de alta velocidade (10 M bytes), permitindo endereçamento de até 16 M bytes de memória. A possibilidade de operação em multiprocessamento deve-se a presença de um arbitrador de barramento em uma unidade central de processamento (UCP).

A estrutura do sistema para processamento paralelo com médio acoplamento entre as unidades processadoras consiste de: a) Unidade Central de Processamento (PP-UCP): microcomputador baseado no microprocessador iAPX286 e co-processador númerico 80287; com memória RAM local de 512 bytes e com memória EPROM de 64 K bytes; b) unidade de controle de Discos Rígidos e Flexíveis (PP-DIS); c) unidade de Rastreamento (PP-RAS) - permite monitorar as ocorrências no barramento e armazenar dados relativos a 2084 ciclos do barramento (PP-BAR); d) unidade de conversão de barramento PP-BAR ao IBM-PC (PP-CON) - permite a ligação de placas periféricas comerciais (IBM-PC) ao barramento PP-BAR.

Para a arquitetura apresentada, Fig. 1: 1) Todas as UCPS têm acesso direto com a mesma prioridade à memória RAM (128 kbytes) existente na

<sup>+</sup> Este trabalho contou com a colaboração de pesquisadores e engenheiros do CPqD, CTI e CEPÉL.

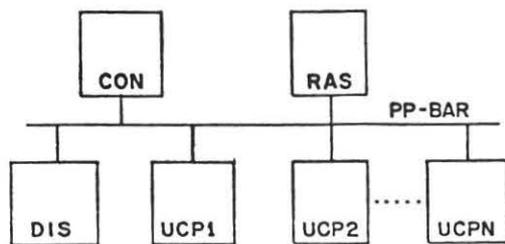


Fig. 1 - Estrutura do PP para Processamento Paralelo.

placa PP-CON, utilizada como área comum de dados (memória global); 2) memória global é utilizada apenas para comunicação de dados e para sincronização de programas; 3) A sincronização e a comunicação entre os programas independe da localização dos mesmos e são realizadas através de comandos de atribuição presentes na linguagem PASCAL; 4) Um sistema operacional monoprocessador compatível com o DOS é carregado em ca da UCP.

### 3. CONCORRÊNCIA MESTRE-ESCRAVO

Um problema de controle ótimo de sistema de grande porte pode ser resolvido, usando a concorrência mestre-escravo, se o problema pode ser decomposto em subproblemas independentes. A independência significa que a solução de um subproblema é desconhecida de outros subproblemas. Neste caso, cada escravo pode ser designado para resolver um subproblema.

O escravo requer uma especificação do mestre para o subproblema e por sua vez informa ao mestre a solução de seu subproblema. Destas soluções dos subproblemas, o mestre determina a solução global.

#### 3.1. Definição da Concorrência M/E

Um programa sequencial especifica uma execução sequencial de uma lista de comandos, sendo que a execução deste programa é denominada processo. Um programa concorrente especifica dois ou mais programas sequenciais que podem ser executados concorrentemente como processos paralelos.

Um programa para resolver um problema exibe uma concorrência M/E se os processos que existem durante a execução do programa podem ser particionados em processo mestre e processos escravos tal que: 1) O problema pode ser decomposto em subproblemas independentes de forma que cada escravo resolva um único subproblema e manipule somente as variáveis do programa que estão relacionadas com aquele subproblema; 2) O mestre comunica-se com cada escravo somente uma vez, antes que qualquer mudança ocorra no processo escravo; 3) Cada escravo comunica-se com o mestre somente para enviar a solução de seu subproblema.

Como consequência da definição: os escravos são disjuntos; os escravos não se comunicam uns com

os outros; a ordem de execução dos escravos é irrelevante para a solução global tal que nenhuma sincronização entre os escravos é estabelecida, porém há necessidade de sincronizar os escravos e o mestre quando os escravos comunicam suas soluções ao mestre; somente o mestre determinará que a solução global foi atingida e por conseguinte os escravos têm suas atividades concluídas.

Neste trabalho, consideramos apenas um nível para os escravos, uma vez que os problemas de comunicação e sincronização já são bastante significativos.

### 4. O MÉTODO PREDIÇÃO DE CO-ESTADO

A metodologia de otimização aqui tratada e o algoritmo em dois níveis resultante são bastante estudados em [1,2,3].

#### 4.1. Formulação do Problema

O problema global consiste em minimizar o critério de desempenho

$$J = \sum_{K=0}^{T-1} \frac{1}{2} [ \|X(K)\|_Q^2 + \|U(K)\|_R^2 ] \quad (1)$$

sujeito as seguintes restrições: para  $K=0, \dots, T-1$

$$X(K+1) = AX(K) + BU(K); X(0) = X_0 \quad (2)$$

onde  $X \in R^n$ ,  $U \in R^m$ ,  $Q \geq 0$ ,  $R > 0$

#### 4.2. Solução Decomposta

O sistema dinâmico (2) é decomposto em N subsistemas descritos por:  $i=1, \dots, N$  e  $K=0, \dots, T-1$

$$X_i(K+1) = A_i X_i(K) + B_i U_i(K) + Z_i(K);$$

$$X_i(0) = X_{i0} \quad (3)$$

$$Z_i(K) = g_i(X(K)) \quad (4)$$

onde  $\sum_{i=1}^N n_i = n$ ,  $\sum_{i=1}^N m_i = m$  e  $Z_i(K)$  representa a

interação entre os subsistemas.

Para cada subsistema, associamos o problema de controle:

$$\text{minimizar } J_i = \sum_{K=0}^{T-1} \frac{1}{2} [ \|X_i(K)\|_{Q_i}^2 + \|U_i(K)\|_{R_i}^2 ] \quad (5)$$

O procedimento de solução pelo Princípio do Máximo compreende: definição do Hamiltoniano

$H = \sum_{i=1}^N H_i$ , onde o sub-Hamiltoniano é:

$$H_i = \frac{1}{2} \|X_i(K)\|_{Q_i}^2 + \frac{1}{2} \|U_i(K)\|_{R_i}^2 + \lambda_i^1(K+1) [A_i X_i(K) + B_i U_i(K) + Z_i(K)] + \beta_i^1(K) [Z_i(K) - g_i(X(K))] \quad (6)$$

onde  $\lambda_i(K)$  é o vetor de co-estado de dimensão  $n_i$  e  $\lambda_i(K)$  é o vetor multiplicador de Lagrange de dimensão  $n_i$ ; bem como a satisfação das condições de otimalidade:

$$\frac{\partial H_i}{\partial X_i(K)} - \lambda_i(K) = 0 ; \lambda_i(T) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial H_i}{\partial U_i(K)} = 0 ; \frac{\partial H}{\partial \beta_i(K)} = 0 ; \frac{\partial H_i}{\partial Z_i(K)} = 0$$

As equações (7) são resolvidas iterativamente em dois níveis, juntamente com (3), tal que para  $i=1, \dots, N$ ;  $K=0, \dots, T-1$  o algoritmo toma a forma:

- NÍVEL 1 (Subproblemas)

$$X_i(K+1) = A_i X_i(K) + B_i U_i(K) + Z_i(K); X_i(0) = X_{i0} \quad (8)$$

$$R_i U_i(K) + B_i^T \lambda_i(K+1) = 0 \quad (9)$$

$$Z_i(K) - g_i(X(K)) = 0 \quad (10)$$

$$\beta_i(K) + \lambda_i(K+1) = 0 \quad (11)$$

- NÍVEL 2 (Coordenador)

$$\lambda_i(K) = Q_i X_i(K) + A_i^T \lambda_i(K+1) - \frac{\partial g_i(X(K))}{\partial X_i(K)}$$

$$\beta_i(K) - \sum_{j \neq i}^N \frac{\partial g_j(X(K))}{\partial X_i(K)} \cdot \beta_j(K);$$

$$\lambda_i(T) = 0 \quad (12)$$

## 5. IDENTIFICAÇÃO DA CONCORRÊNCIA M/E E DO PARALELISMO INTRÍNSECO

A estrutura de decomposição do problema de otimização reflete um forte procedimento iterativo entre os subproblemas em cada iteração. A paralelização do algoritmo segundo a estrutura em dois níveis (Fig. 2) apresentada leva a uma execução concorrente síncrona dos subproblemas: muitos pontos de sincronização; um baixo grau de paralelismo; ociosidade das unidades de processamento e uma sobrecarga com a comunicação.

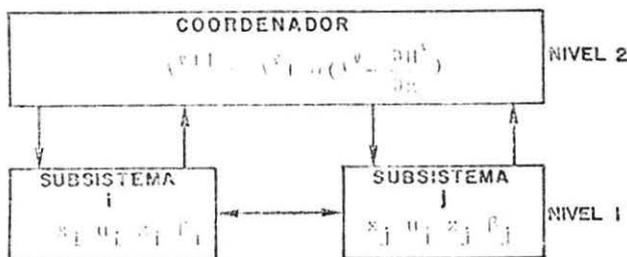


Fig. 2 - Estrutura em Dois Níveis.

Concluímos, portanto, pela necessidade de um critério de partição do algoritmo que será baseado na concorrência M/E da estrutura de oti-

mização e na obtenção do paralelismo intrínseco, objetivando realizar o processamento paralelo assíncrono dos subproblemas bem como aumentar o grau de paralelismo.

O critério adotado compreende:

a) Obtenção da concorrência M/E: consiste da de composição do sistema:

$$S : X(K+1) = AX(K) + BU(K) + Z(K) \quad (13)$$

em N subsistemas

$$S_i : X_i(K+1) = A_i X_i(K) + B_i U_i(K) + Z_i(K); \quad (i=1, \dots, N) \quad (14)$$

mutuamente disjuntos, tal que: 1)  $S = \cup_{i=1}^N S_i$ ;

2) Para qualquer  $i, j$  com  $i, j=1, \dots, N$  e  $j \neq i$ ,  $S_i$  e  $S_j$  não tenham elementos comuns; 3)  $S_i$  é associado com o critério de desempenho (5) definindo o subproblema  $i$ .

b) Paralelismo intrínseco: consiste na distribuição da tarefa de coordenação  $C$  em  $N$  sub-

tarefas  $C_i (i=1, \dots, N)$  tal que: 1)  $C = \cup_{i=1}^N C_i$ ;

2) Para qualquer  $i, j$  com  $i, j=1, \dots, N$  e  $i \neq j$ ,  $C_i$  e  $C_j$  tenham somente os vetores  $X(K)$  e  $\beta(K)$  comuns.

Para um entendimento mais detalhado da validação deste critério do ponto de vista algorítmico, sugerimos as referências [1,3].

A partir do critério de partição adotado, definimos, para processamento paralelo, as tarefas:

TAREFA  $i (i=1, \dots, N)$

- . inicialização das trajetórias  $\lambda(K)$  e  $Z(K)$
- . coletar da TAREFA  $j (j=1, \dots, N, j \neq i)$ ,  $X_j(K)$  e  $\beta_j(K)$
- . calcular  $U_i(K)$ ,  $\beta_i(K)$ ,  $X_i(K+1)$ ,  $\lambda_i(K)$  e  $Z_i(K)$
- . enviar a TAREFA  $j$ ,  $X_i(K)$  e  $\beta_i(K)$
- . testar a iteração  $l$  se:

$$\left| \begin{array}{l} \lambda_i^{l+1}(K) - \lambda_i^l(K) \\ Z_i^{l+1}(K) - Z_i^l(K) \end{array} \right| < \epsilon.$$

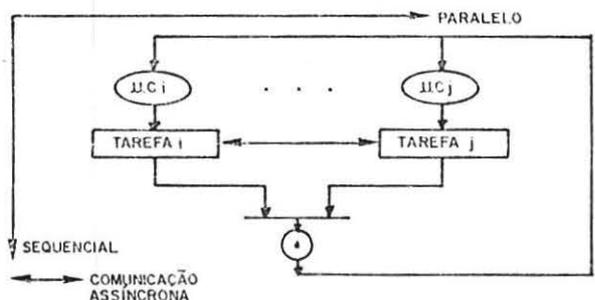


Fig. 3 - Paralelização.

A estrutura de paralelização final compreende a concorrência M/E e a distribuição da tarefa de coordenação pelos N subproblemas de otimização conforme a Fig. 4.

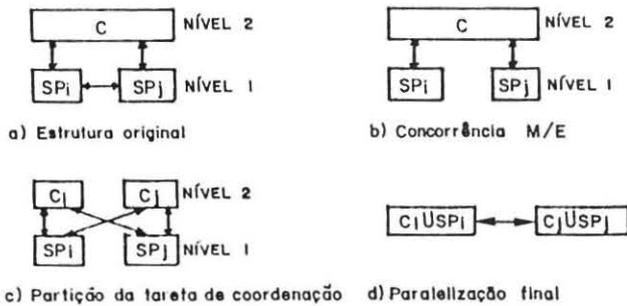


Fig. 4 - Etapas de Partição e Paralelização.

Na Fig. 4a representamos esquematicamente a estrutura de paralelização do algoritmo com: i) comunicação síncrona entre os subproblemas e o coordenador; ii) comunicação síncrona entre os subproblemas (SP<sub>i</sub> e SP<sub>j</sub>). A estrutura representada na Fig. 4b, resultante do critério de partição (5.a) adotado, apresenta uma concorrência M/E; esta estrutura tem apresentado um desempenho superior ao da estrutura da Fig. 4a. Nas Figs. 4c e 4d, etapas de partição da tarefa de coordenação e paralelização final respectivamente, levamos em consideração a distribuição da tarefa de coordenação e a consequente eliminação da comunicação síncrona entre SP<sub>i</sub> e C<sub>i</sub> e entre SP<sub>j</sub> e C<sub>j</sub>, obtendo a estrutura definitiva da Fig. 4d. Com esta última estrutura conseguimos reduzir os requisitos de comunicação entre as tarefas paralelas, limitando ao mínimo o procedimento iterativo entre elas. Os experimentos que realizamos mostram que há ganho substancial na velocidade de processamento.

## 6. ANÁLISE DE DESEMPENHO COMPUTACIONAL

O tempo de computação no processamento paralelo compreende o tempo de comunicação e de sincronização e o tempo de execução. Supondo para o problema de otimização proposto e para as condições de inicialização dados que o tempo total de execução na implementação sequencial do algoritmo paralelizado T<sub>1</sub> seja:

$$T_1 = \sum_{\ell=0}^{L-1} \left\{ \sum_{i=1}^N F(n_i) + t_c \right\} d_\ell$$

onde F(n<sub>i</sub>) é uma função não linear da dimensão do i-ésimo subsistema, t<sub>c</sub> é o tempo necessário para a execução da tarefa de coordenação, L é o número de iterações e 0 < d<sub>ℓ</sub> ≤ 1 é uma variável que depende do tempo de solução das trajetórias, e que o tempo total de execução do algoritmo paralelizado em N processadores T<sub>N</sub> seja:

$$T_N = \sum_{\ell=0}^{L-1} \left\{ (\max\{F(n_1), \dots, F(n_N)\}) + t_c/N \right\} d_\ell$$

definimos o ganho de velocidade de processamento do algoritmo paralelo como: g<sub>N</sub> = T<sub>1</sub>/T<sub>N</sub> ≤ N.

Definimos a eficiência computacional do algoritmo paralelo como: E<sub>N</sub> = g<sub>N</sub>/N. Supondo que os subsistemas têm a mesma dimensão, concluímos que idealmente E<sub>N</sub> = 1.

Na arquitetura de computação especificada a comunicação entre as tarefas se realiza através da troca de dados na memória global. Os dados utilizados para sincronizar o acesso às variáveis compartilhadas consistem de somente alguns bytes e portanto não são considerados na determinação da quantidade total D de dados transferidos por iteração na implementação da estrutura da Fig. 4d e dada por:

$$D = T \cdot B \sum_{i=1}^N (2n_i)$$

onde B é o número de bytes necessário para armazenar uma variável.

## 7. EXEMPLO NUMÉRICO

$$\text{dinâmico} \begin{cases} X_1(K+1) = 0,9X_1(K) + 0,1X_2(K) + 0,1U_1(K) \\ X_2(K+1) = 0,2X_1(K) + 0,1X_2(K) + 0,1U_2(K) - 0,1X_2^2(K) \end{cases}$$

critério de desempenho:

$$J = \sum_{K=0}^{50} \frac{0,1}{2} \{ X_1^2(K) + X_2^2(K) + 2U_1^2(K) + U_2^2(K) \}$$

Particionamos o sistema em dois subsistemas:

Subsistema 1: X<sub>1</sub>(K) e U<sub>1</sub>(K) e

Subsistema 2: X<sub>2</sub>(K) e U<sub>2</sub>(K) .

O algoritmo paralelizado convergiu em 15 iterações para ε = 0,001.

Tabela 1

	TP	TE	TS	MT	MG
SEQ	0,97			3,00	
PAR	0,50	29,17	36,71	5,40	13,80

SEQ: implementação sequencial (1UCP); PAR: implementação paralela (2UCPs); MT: memória total para armazenar os programas em kbytes; MG: quantidade total de dados compartilhados em Kbytes; TP: tempo total de computação (segundos); TE: tempo de execução da TAREFA i por iteração (milissegundos); TS: tempo total gasto com sincronização e comunicação (milissegundos).

## 8. CONCLUSÃO

Do critério de partição adotado, com base na

descentralização da estrutura de otimização, a paralelização obtida tornou-se computacionalmente mais atrativa para o processamento paralelo. A sobrecarga resultante da comunicação e da sincronização entre as tarefas foi significativamente reduzida. A atividade de processamento das tarefas foi aumentada e, por conseguinte, a velocidade de processamento global.

#### 9. BIBLIOGRAFIA

- [1] Xinogalas, T.C.; Dasigi, S. e Singh, M.G., "Coordination in Hierarchical Algorithms", IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetic, vol. SMC-13, nº 3, pág. 397-405, May/June 1983.
- [2] Mahmoud, M.S., "Dynamic Multilevel Optimization for a Class on Nonlinear Systems", International Journal of Control, vol. 30, nº 6, pág. 927-948, December 1979.
- [3] Bottura, C.P.; Costa Filho, J.T.; "Controle Hierárquico Via Precisão de Co-estado Utilizando um Sistema de Múltiplos Microcomputadores", 3º Congresso Latino-Americano de Automática, Viña del Mar, Chile, Outubro 1988, (aceito para publicação).
- [4] Bottura, C.P.; Costa Filho, J.T., "Processamento Paralelo de Algoritmo de Controle Hierárquico", 7º Congresso Brasileiro de Automática, Agosto 1988.
- [5] Kung, H.T.; "The Structure of Parallel Algorithms", Advances in Computers", vol. 19, pp. 65-108, 1980.
- [6] Bottura, G.P.; Costa Filho, J.T., "On Parallel Computing for a Multilevel Optimization Algorithm", IFAC Workshop: Control Applications of Nonlinear Programming, June 21-27/1988, Tbilisi, Russia.
- [7] Bottura, C.P.; Costa Filho, J.T., "Computação de Algoritmo de Otimização Hierárquica Via Multiprogramação", X Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional. vol. 1, pág. 82-88, 1987.
- [8] Bottura, C.P.; Costa Filho, J.T., "Programação Paralela de Algoritmo de Otimização Multinível", I Simpósio Brasileiro de Arquitetura de Computadores - Processamento Paralelo, comunicação, 1987.
- [9] Zenios, S.A.; Mucvey, J.M., "A Distributed Algorithm for Convex Network Optimization Problems", Parallel Computing, vol. 6, nº 1, pp. 45-56, 1988.
- [10] Kanakia, H.R.; Tobagi, F.A., "On Distributed Computations with Limited Resources", IEEE Transactions on Computers, vol. C-36, nº 5, pp. 517-528, 1987.