

# Visualização em 3D de Tomografia Computadorizadas Utilizando Equações de Transporte e de Difusão

**Sandrerley Ramos Pires<sup>1</sup>, Edna Lúcia Flôres<sup>2</sup>, Célia Aparecida Zorzo Barcelos<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Faculdades Alves Faria

Av. Perimetral Norte, 4129, Vila João Vaz, 74.445-190, Goiânia, Goiás, Brasil

<sup>2</sup>Escola de Engenharia Elétrica – Universidade Federal de Uberlândia

Av. Engenheiro Diniz, 2160, Cx.Postal:593, 38.400-902, Uberlândia, MG, Brasil

<sup>3</sup>Faculdade de Matemática – Universidade Federal de Uberlândia

Av. Engenheiro Diniz, 2160, Cx.Postal:593, 38.400-902, Uberlândia, MG, Brasil

sandrer@alfa.br, {edna, celia}@ufu.br

**Abstract.** *A visualization of the result of a computerized tomographic (CT) exam in 3D increases the quality of the medical diagnosis. To obtain a high quality 3D image it is necessary to obtain slices (the CT result) which are close to each other. Partial Differential Equations have been used to fill in the damaged regions in a digital image. Inspired by this idea, this article proposes an interpolation method for filling empty regions between the real CT slices, therefore creating virtual slices, permitting the reconstruction of the structure in three dimensions, mapped onto the exam. Results show that the proposed method is capable of reconstructing the curvatures of the patient's internal structures.*

**Resumo.** *A visualização em 3D do resultado de um exame de tomografia computadorizada (TC) aumenta a qualidade do diagnóstico médico. Para obter imagem em 3D de alta qualidade é necessário que as fatias (resultado da TC) sejam próximas uma das outras. As Equações diferenciais parciais tem sido usadas, para preencher regiões defeituosas de uma imagem digital. Inspirados nessa idéia, este trabalho propõe um método de interpolação para preencher as regiões vazias entre as fatias reais da TC, criando fatias virtuais, permitindo a reconstrução das estruturas 3D mapeada no exame. O retoque digital em 3D é aplicado para gerar as fatias virtuais. Os resultados mostram que o método é capaz de reconstruir as curvaturas das estruturas internas do paciente.*

## 1. Introdução

A visualização em 3D do resultado de um exame de tomografia computadorizada (TC) aumenta a confiabilidade do diagnóstico médico e, por consequência, a eficácia do tratamento. Ela auxilia no processo de análise e diagnóstico, pois dispensa o médico da tarefa mental de reconstruir as estruturas internas do corpo humano a partir das fatias em 2D.

Tradicionalmente, o resultado da TC mostra imagens de cortes transversais (fatias) da estrutura analisada. Em um exame, essas fatias estão distanciadas umas das outras de alguns milímetros, geralmente entre 1 e 10 mm. A estrutura em 3D é obtida a partir da justaposição dessas fatias e do preenchimento do espaço vazio entre elas, utilizando um processo de interpolação em 3D. Geralmente, para se obter uma visualização em 3D de

alta qualidade é necessário a obtenção de fatias próximas umas das outras, aumentando a exposição do paciente ao raio-X.

Motivado por um melhor balanceamento entre o tempo de exposição do paciente ao raio-X e a qualidade da visualização em 3D, este trabalho apresenta o *inpainting digital*, utilizando Equações Diferenciais Parciais não lineares, como uma forma de interpolação em 3D das fatias de TC para a visualização das estruturas do corpo humano.

O método de retoque digital proposto por Bertalmio et al. [Bertalmío et al. 2000] que utiliza EDPs para restaurar imagens em 2D, foi utilizado neste trabalho, mas para a realização de interpolação em 3D.

Este artigo está estruturado da seguinte maneira: a seção 2 apresenta alguns trabalhos correlatos sobre interpolação em 3D, a seção 3 mostra o método proposto, a seção 4 apresenta os detalhes da implementação do método, a seção 5 apresenta os experimentos realizados e os resultados obtidos. Finalmente, na seção 6 são apresentadas as conclusões.

## 2. Trabalhos Correlatos

Esta seção apresenta alguns trabalhos anteriores sobre interpolação de imagens em 3D que inspirou a realização deste trabalho.

Goshtasby et al. [Goshtasby et al. 1992] propuseram um método linear de interpolação entre duas fatias, onde uma medida de similaridade define para um pixel em uma fatia, qual é o pixel correspondente na outra. Para isso é realizada uma comparação entre os pixels de referência em uma fatia e todos os pixels da vizinhança na outra. Essas correspondências entre os pixels define o caminho para a interpolação linear.

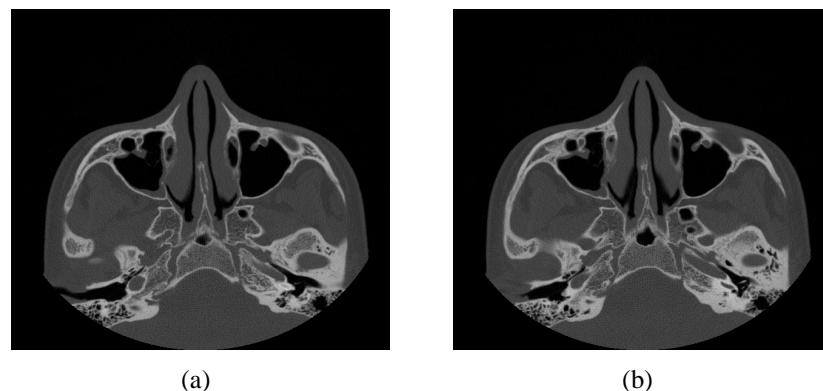
A mesma idéia é usada na técnica proposta neste artigo. Entretanto, um limiar de tolerância é usado no processo de comparação entre os pixels de fatias reais, tornando possível a presença de pixels sem correspondência nas fatias reais, criando regiões sem informações.

O trabalho usa também as idéias de Wang et al. [Wang et al. 2001] que utiliza as vizinhanças dos pixels para definir as conexões entre as fatias, ampliando o espaço de identificação de similaridades, além da abordagem de Bors et al. [Bors et al. 2002] que divide o processo de interpolação em duas etapas: a criação de uma representação inicial e a etapa de interpolação.

O método de Goshtasby et al. [Goshtasby et al. 1992], Bors et al. [Bors et al. 2002] e Wang et al. [Wang et al. 2001] consideraram a hipótese de que não existem mudanças abruptas nos contornos dos tecidos do corpo humano. Assim, eles consideraram a possibilidade da continuidade de um determinado tecido de uma fatia real na fatia adjacente. Essa é a hipótese fundamental do método proposto neste trabalho.

## 3. O Método Proposto

Visando construir imagens em 3D com uma quantidade pequena de fatias de TC, aqui denominadas fatias reais, criaram-se fatias virtuais entre duas fatias reais consecutivas. A criação dessas fatias virtuais é feita em duas fases. Como imagens das estruturas internas do corpo humano representadas nas fatias de TC, apresentam grande semelhança entre si [Goshtasby et al. 1992], (vide Figura 1), a primeira fase consiste em criar uma representação inicial para as fatias virtuais, analisando essas similaridades.



**Figura 1. Duas fatias reais adjacentes obtidas de TC.**

Criada a representação inicial, o segundo passo consiste em atualizar as informações constantes nessa representação usando transporte de informações em 3D para as regiões que não receberam informação pela análise de similaridade das fatias reais, isto é, a região denominada de domínio de retoque ( $D$ ) utilizada no segundo passo do método proposto.

### 3.1. Representação inicial da imagem 3D

A representação inicial da imagem em 3D é composta pela justaposição de fatias reais e fatias virtuais. Entre duas fatias reais pode-se colocar uma ou mais fatias virtuais iguais.

Com o objetivo de desenvolver um método que obtenha uma fatia virtual com menos regiões vazias, este trabalho utiliza a análise do desvio padrão das duas fatias reais. Ele indica a média da diferença de intensidade dos níveis de cinza entre os tecidos existentes nessas fatias. Além disso, esse método utiliza um coeficiente  $K$ ,  $0 \leq K \leq 1$ , que estabelece um nível de tolerância ao processo de comparação. O valor de  $K$  é definido através da análise dos resultados dos experimentos. Os passos do método proposto neste artigo para obter a fatia virtual são:

#### Algoritmo de Geração da Fatia Virtual Inicial

1. Considere  $A$  e  $B$  duas fatias reais adjacentes que serão interpoladas e entre elas vão ser geradas uma ou mais fatias virtuais iniciais iguais a  $C$ ;
2. Obtém-se o desvio padrão dos níveis de cinza das fatias  $A$  e  $B$ ,  $Dp_A$  e  $Dp_B$ . Multiplica-se a média entre  $Dp_A$  e  $Dp_B$  por um coeficiente  $K$  informado, obtendo-se o limiar  $T_g$ ;
3. Para cada pixel  $C_{ij}$  a ser interpolado em  $C$ , calcula-se a distância entre  $A_{ij}$  e  $B_{ij}$ , usando a expressão  $|A_{ij} - B_{ij}|$ . Calcula-se também a distância entre  $A_{ij}$  e os pixels vizinhos de  $B_{ij}$ ;
4. Repete-se o mesmo procedimento entre  $B_{ij}$  e  $A_{ij}$ , incluindo também os pixels vizinhos de  $A_{ij}$ ;
5. A menor distância encontrada nos passos 3 e 4 é comparada com  $T_g$ ;
6. Se essa menor distância é menor do que  $T_g$ , então existe na fatia virtual  $C$  o tecido caracterizado pelos pixels de menor distância. O pixel  $C_{ij}$  recebe o valor  $A_{ij}$  se a menor distância encontrada envolve ele, ou  $B_{ij}$ .
7. Se a menor distância encontrada no passo 5 é maior do que  $T_g$ , então  $C_{ij}$  fica sem informação.

A quantidade de fatias virtuais iniciais entre duas fatias reais adjacentes é obtida em função da distância entre cada fatia real e da resolução dessas imagens.

O objetivo da representação inicial é diminuir o tamanho do domínio de retoque, pois reduzindo o tamanho do conjunto  $D$ , diminui-se o tempo de processamento do preenchimento desse conjunto. Desta forma, quanto mais similares forem duas fatias reais adjacentes, menor será o conjunto de retoque. Visando aumentar a similaridade de duas fatias reais é aplicada uma difusão anisotrópica, com conservação de bordas, na imagem em 3D, a qual é composta pela justaposição das fatias reais antes da análise de similaridade.

Neste trabalho, o processo de suavização, visando aumentar a semelhança entre duas fatias consecutivas, é inspirado na equação de fluxo da curvatura média, que é descrita por:

$$I_t = |\nabla I| \operatorname{div} \left( \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) \quad (1)$$

onde:

$I$  : É uma imagem bidimensional.

O modelo proposto agrega à Equação (1) um termo de difusão e um termo de atenuação e de difusão. O balanceamento entre esses termos é feito de maneira seletiva, onde os pontos de borda e pontos de regiões uniformes dos objetos da imagem são tratados de maneiras diferentes. Essa abordagem foi apresentada por Barcelos et al. [Barcelos et al. 2003].

Esses trabalhos usam o método de difusão para a remoção de ruídos. Entretanto, utilizar esse processo de difusão em uma imagem em 3D composta pela justaposição das fatias de TC, pode aumentar o nível de similaridade entre duas fatias reais adjacentes. Isso ocorre porque os ruídos são atenuados e para um mesmo tecido o nível de cinza dos pixels das fatias irão convergir para valores próximos.

Este trabalho usa a equação de difusão proposta por Barcelos et al. [Barcelos et al. 2003]. Este modelo está descrito na Equação (2).

$$I_t = g |\nabla I| \operatorname{div} \left( \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) - (1-g)(I - I_0) \quad (2)$$

onde:

$$g = g(|\nabla I|);$$

$I_0$  - imagem original,  $I_0 = I(x, 0)$ , e condições de fronteira

$$x \in R^3.$$

A função  $g(s) \leq 0$  é uma função monotonicamente decrescente, satisfazendo a  $g(0) = 1$  e  $g(s) \rightarrow 0$ , quando  $s \rightarrow \infty$ .

A função  $g$  usualmente utilizada é:

$$g(\nabla I) = \frac{1}{(1 + K_g |\nabla I|^2)} \quad (3)$$

onde:  $K_g$  = constante.

A equação (2) faz um balanceamento, de forma seletiva, em pontos de borda e pontos de regiões uniformes da imagem, os quais receberão a ação da difusão de forma diferenciada. A função  $g$  acentua a ação nas regiões distantes das bordas e atenua nas regiões próximas de bordas. Espera-se com este processo a geração de uma representação inicial com menores regiões sem informação e ao mesmo tempo, regiões mais bem definidas.

### 3.2. Interpolação através de retoque em 3D

O processo de retoque visa realizar o transporte de informações das regiões com informação da imagem em 3D para dentro das regiões sem informação, isto é, para dentro de  $D$ , domínio de *inpainting*. Bertalmio et al. [Bertalmío et al. 2000] propuseram um método de retoque dividido em dois passos. O primeiro é o de transporte de informações da região externa para o interior da região sem informações, e o segundo é a difusão do conteúdo transportado para dentro da região. Barcelos et. al [Barcelos and Batista 2007] propuseram uma modificação ao processo de retoque de Bertalmio. O passo de difusão na abordagem de Barcelos et. al [Barcelos and Batista 2007] é estendido para toda a imagem, contudo na porção da imagem fora da região de retoque, é utilizado o critério de conservação de bordas.

Este trabalho utiliza a abordagem proposta por Barcelos e Batista [Barcelos and Batista 2007], mas neste caso, o domínio de retoque são as regiões sem informação da imagem em 3D obtida na representação inicial, isto é, o processo de retoque ocorre em volumes sem informação.

O passo de transporte é feito por:

$$I_t = \nabla \mathcal{L}(I) \cdot \nabla^\perp I \quad (4)$$

onde:  $I : \Omega \subset \mathbf{R}^3 \longrightarrow [a, b] \subset \mathbf{R}$ , e  $D \subset \mathbf{R}^3$ .

A difusão é feita diferencialmente dentro e fora do conjunto  $D$ . Para os pontos externos ao conjunto  $D$  a difusão é feita usando a Equação (2), para os pontos internos a  $D$ , a difusão é feita pela Equação (1), a equação da curvatura média. Para os pontos externos a  $D$ , a equação utilizada é a mesma do processo de suavização utilizada anteriormente na geração da representação inicial, a Equação (2).

## 4. Detalhes da Implementação

Nesta seção são apresentados os detalhes de implementação para a interpolação em 3D. Cada elemento de  $I_{i,j,k}$  é um valor inteiro correspondente ao nível de cinza da imagem  $I(x_i, y_j, z_k)$ . Denota-se  $I(x_i, y_j, z_k, t_n)$  por  $I_{ijk}^n$ , onde  $t_n = n\Delta t$ . A derivada de  $I$  em

relação ao tempo  $t$  (parâmetro de escala), isto é,  $I_t$  calculado em  $(x_i, y_j, z_k, t_n)$  é aproximado pelo método de Euler, isto é:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = I_t \cong \frac{(I_{ijk}^{n+1} - I_{ijk}^n)}{\Delta t} \quad (5)$$

#### 4.1. Algoritmos para a interpolação

Os dois passos do método proposto neste trabalho podem ser implementados em computador a partir de duas funções principais, a primeira faz a criação da representação inicial, cujo algoritmo é mostrado na seção 3.1, e a segunda o processo de interpolação é feita pelo algoritmos abaixo.

#### Algoritmo de Transporte e Difusão

1. Criar a imagem em 3D a partir da justaposição das fatias reais e virtuais;

2. Entrada dos parâmetros. São eles:

$M$  - número total de iterações do processo;

$M_t$  - número de iterações de transporte de informações;

$K_t$  - tamanho do passo no transporte de informações;

$M_d$  - número de iterações de difusão;

$K_d$  - tamanho do passo na difusão;

$K_g$  - coeficiente de atenuação para a função  $g$ ;

3. Repita  $M$  vezes

    Repita  $M_t$  vezes

        Transporte de informação utilizando-se a discretização da Equação (4) para um domínio no  $R^3$ ;

    Repita  $M_d$  vezes

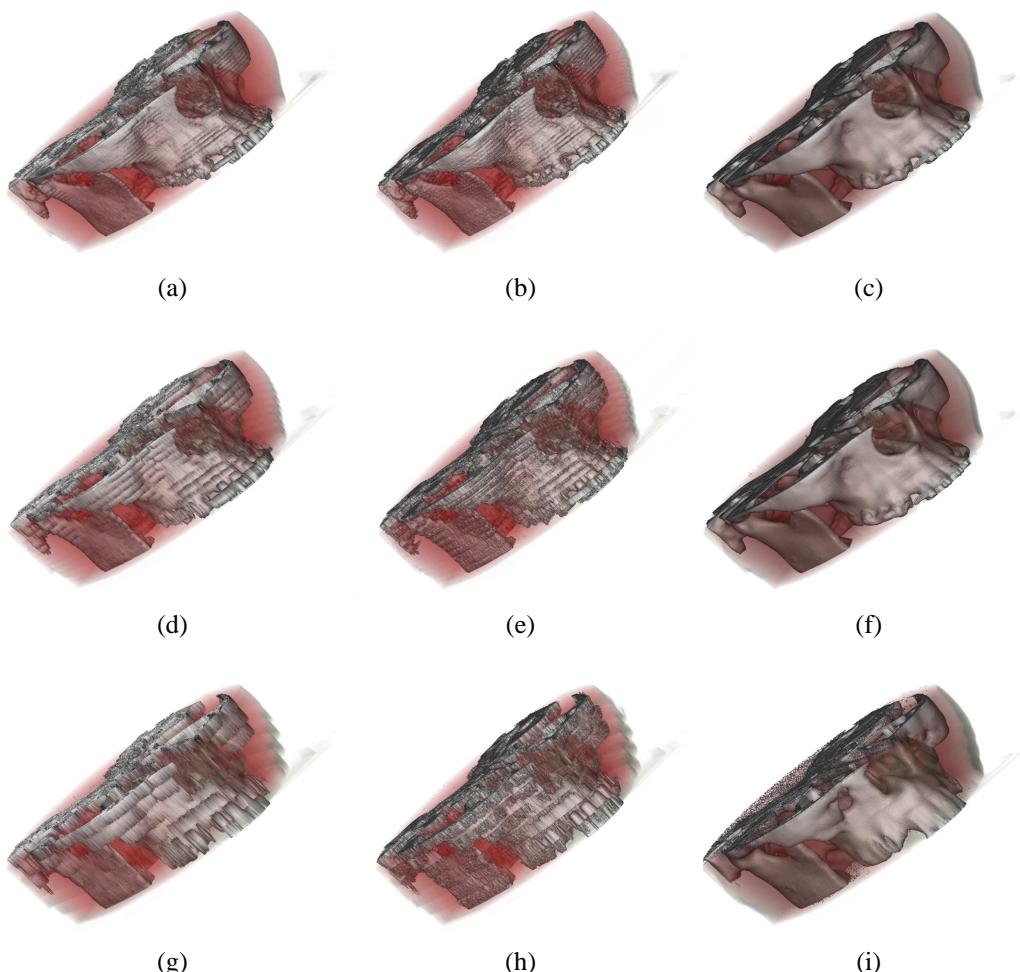
        Difusão utilizando-se a discretização da Equação (2); para um domínio no  $R^3$ ;

Para a obtenção dos dados de posicionamento espacial das imagens de TC foram utilizadas imagens armazenadas no formato Digital Imaging and Communications in Medicine (DICOM) [Nema] que possuem todas essas informações. O computador utilizado para os testes foi um computador pessoal (PC), Intel Centrino 1.73Ghz, 1 Gbytes de RAM, HD com 80Gb e 7200rpm.

### 5. Resultados e Análises

Para verificar a eficácia do método proposto, ele foi comparado com os métodos de Goshtasby et al. [Goshtasby et al. 1992] e de interpolação linear. Foram realizados dois experimentos, utilizando exames de TC com 52 e 50 fatias, respectivamente, todas elas afastadas em 1mm das fatias consecutivas. As fatias utilizadas nos testes são imagens de 512 x 512 pixels com a resolução no tomógrafo configurada para que cada pixel represente 0,34mm da estrutura mapeada na imagem.

Para cada um desses dois exames foram criados subconjuntos com 50%, 25% e 12,5% da quantidade original de fatias, mantendo sempre constante o afastamento entre as fatias em cada um dos subconjuntos.



**Figura 2.** Mostra na primeira coluna o resultado obtido pelo método de interpolação linear, na segunda coluna o resultado obtido pelo método de Gosh-tasby et al. e na terceira coluna o resultado obtido pelo método proposto. Em (a), (b) e (c) 26 fatias reais distâncias de 2mm uma das outras; (d), (e) e (f) 13 fatias reais distanciadas de 4mm e (g), (h) e (i) 7 fatias reais distanciadas de 8mm.

O objetivo dessa diferença de quantidade de informações entre os subconjuntos é medir a eficácia do método quando diminui-se a quantidade de fatias para representar uma mesma estrutura. No primeiro teste foi utilizada uma função de transferência para realçar a estrutura óssea e no segundo utilizou-se duas funções de transferência uma realçando os ossos e outra o rosto do paciente.

As Figuras 2 (a) até (c) mostram os resultados obtidos utilizando somente as fatias de números pares do conjunto de dados original, onde a Figura (c) representa o resultado do algoritmo proposto. Neste caso, o conjunto de dados foi reduzido em 50% e a nova distância entre duas fatias reais adjacentes passou a ser de 2mm. Em vista disso, foi necessário gerar 5 fatias virtuais entre duas fatias reais adjacentes.

Pela análise visual pode-se observar que os três métodos produzem uma visualização satisfatória. Entretanto, o método proposto apresenta contornos mais suaves e precisos, tanto para as estruturas ósseas quanto para a visualização do resto.

As Figuras 2 (d) até (f) mostram os resultados após a remoção de três fatias reais a cada conjunto de quatro fatias reais do conjunto original. Neste caso, o conjunto de dados foi reduzido a 25% do tamanho original e a nova distância entre as fatias reais adjacentes passou a ser de 4mm, necessitando então de 11 fatias virtuais entre duas fatias reais adjacentes.

Com esse conjunto de dados, a visualização em 3D utilizando as treze fatias reais e as fatias virtuais interpoladas pelo método proposto ainda é satisfatória. O mesmo não acontece usando a interpolação pelos outros dois métodos (vide 2 (d) e (e)).

As Figuras 2 (g) até (i) mostram os resultados após a remoção de sete fatias reais a cada conjunto de oito fatias reais do conjunto original. Neste caso, o conjunto de dados foi reduzido a 12,5% do tamanho original e a nova distância entre duas fatias reais adjacentes passou a ser de 8 mm, necessitando então de 24 fatias virtuais entre duas fatias reais adjacentes.

Observa-se que apesar de ser muito pequeno o conjunto de fatias reais, o método proposto ainda permite o reconhecimento da estrutura, enquanto que os outros métodos não permitem sequer o reconhecimento da estrutura.

A superioridade do método proposto pode ser percebida pela análise visual. Essa superioridade se acentua à medida que a quantidade de fatias do conjunto é reduzida, isto é, as fatias se tornam mais distantes uma das outras.

### 5.1. Comparação numérica

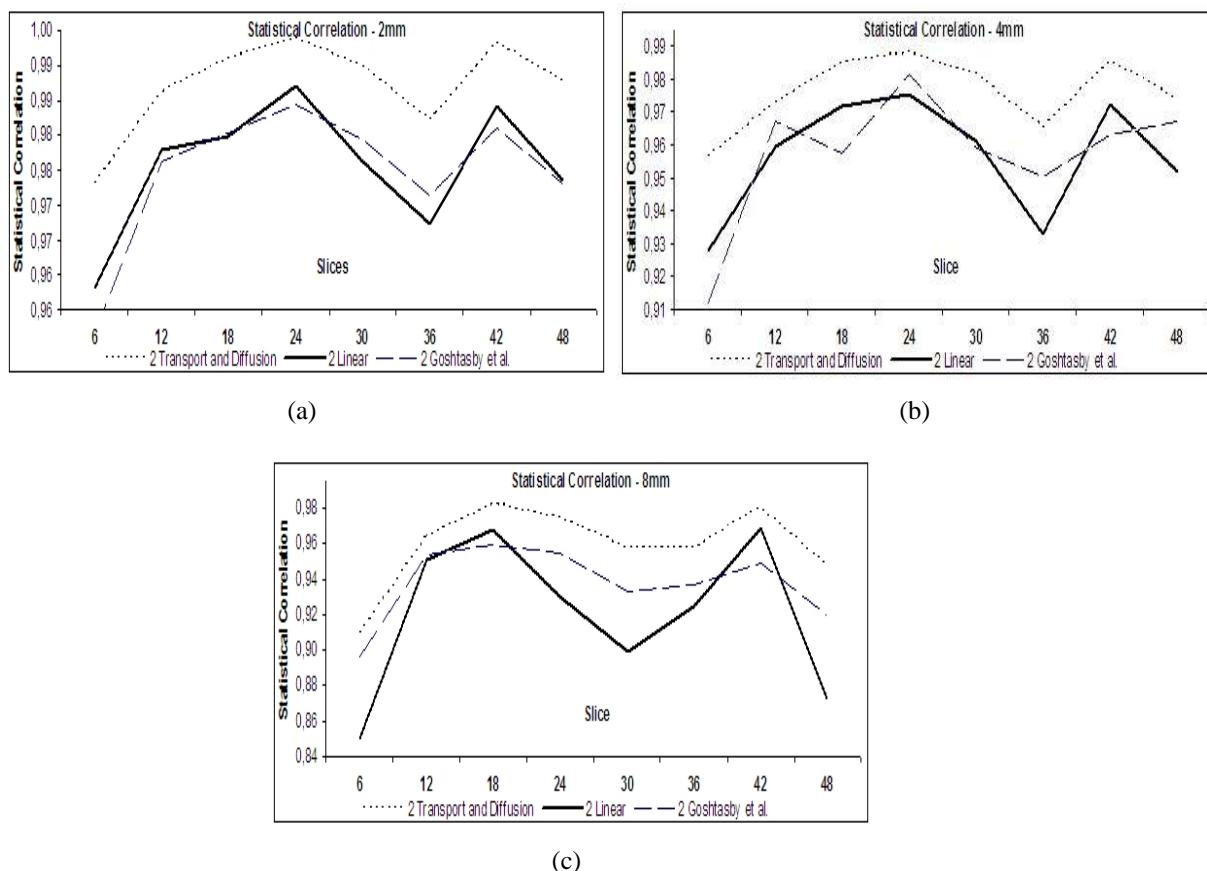
Além da análise visual, foram realizadas medidas de correlação estatística nos resultados obtidos.

Como as fatias reais retiradas dos conjuntos são substituídas por fatias virtuais pelo processo de interpolação, as comparações numéricas foram feitas utilizando uma fatia real retirada com a fatia virtual correspondente. A Figura 3 mostra os gráficos com as medidas realizadas no exame do primeiro experimento.

Os gráficos mostram que o processo de transporte e difusão tem os melhores resultados dos três casos estudados. Além disso, essas medidas mostram que o comportamento do método proposto se mantém, mesmo alterando as distâncias entre as fatias reais.

A Figura 4 mostra os resultados obtidos para um segundo conjunto de dados testado. A primeira e terceira colunas apresentam os resultados para o método de interpolação linear e a segunda e quarta colunas apresentam para o método proposto. Esse resultado de exame de TC contém 50 fatias reais afastadas em 2mm umas das outras. Neste segundo teste, os parâmetros para as equações de transporte e difusão foram:  $M = 35$ ;  $M_t = 3$ ;  $M_d = 10$ ;  $K_t = 0,002$ ;  $K_d = 0,06$  e  $K_g = 0,7$ .

A análise visual reforça a percepção de que quanto mais distantes estão as fatias reais adjacentes no conjunto de dados, maior é a superioridade do método proposto. Para esse exame, no terceiro teste mostrado nas Figuras 4 (i) até (l) que contém fatias reais distanciadas de 16mm, o método proposto consegue produzir curvaturas mais bem definidas que o método linear. Como a distância entre duas fatias reais é maior, torna-se necessário aumentar o número de iterações do método proposto para se obter um resultado satisfatório.



**Figura 3. Comparação de medidas de correlação Estatística entre o método de interpolação pelo Transporte e difusão e o de interpolação linear. (a), (b) e (c) mostram as medidas para fatias reais distanciadas em 2, 4 e 8mm.**

## 6. Conclusão

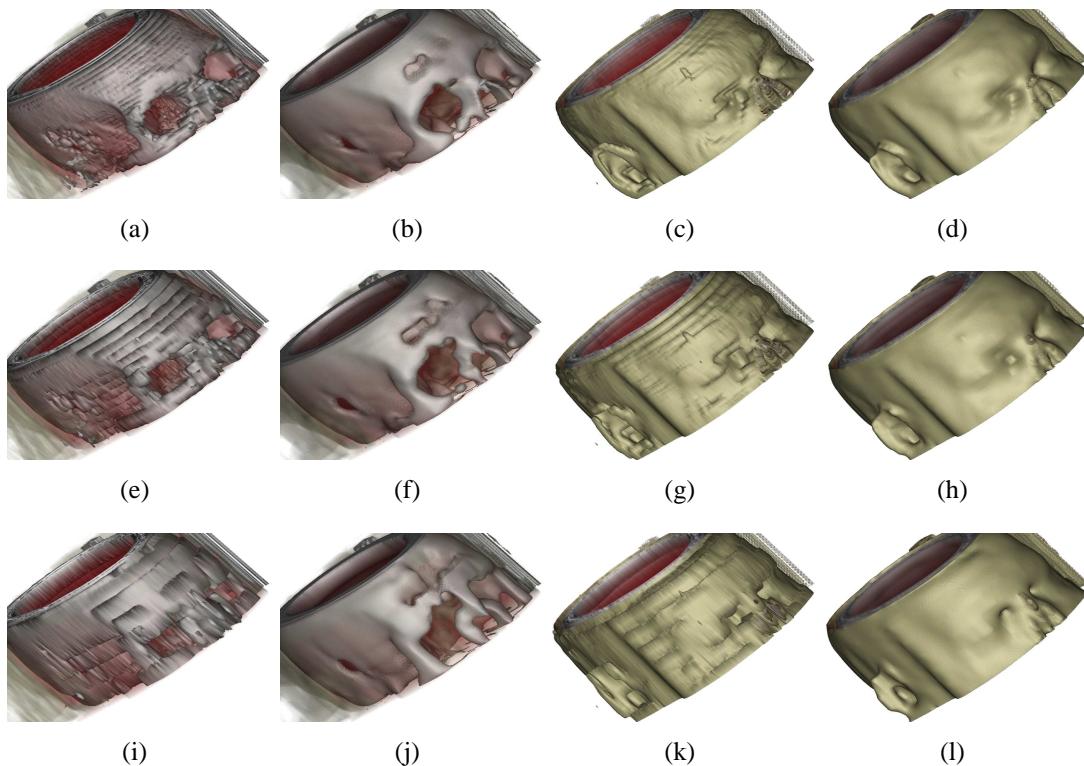
O uso de equações diferenciais não lineares para realizar a interpolação em 3D produziu resultados que permitem uma melhor visualização das estruturas definidas pelas fatias reais intercaladas com fatias virtuais.

O processo proposto possibilitou reforçar a hipótese deste trabalho. As EDPs conseguem modelar a não existência de mudanças abruptas nos tecidos do corpo humano.

A aproximação torna possível uma reconstrução satisfatória mesmo utilizando apenas uma pequena quantidade de fatias. Isso possibilita uma significativa redução do tempo de incidência de exposição dos pacientes aos raios-X.

## Referências

- Nema. Digital imaging and communications in medicine(dicom). Website: [www.nema.org](http://www.nema.org).
- Barcelos, C. and Batista, M. (2007). Image restoration using digital inpainting and noise. In *Image and Vision Computing*, number 25, pages 61–69.



**Figura 4.** A primeira e terceira colunas mostram os resultados pelo método de interpolação linear e a segunda e quarta colunas ilustram os resultados do método proposto. (a) - (d) 25 fatias reais distâncias de 4mm; (e) - (h) 14 fatias reais distanciadas de 8mm; (i) - (l) 7 fatias reais distanciadas de 16mm.

Barcelos, C., Boaventura, M., and Silva Jr, E. (2003). A well-balanced flow equation for noise removal and edge detection. In *IEEE Transactions On Image Processing*, volume 12, pages 751–763.

Bertalmío, M., Sapiro, G., Caselles, V., and Ballester, C. (2000). Image inpainting. In *Proceedings of SIGGRAPH 2000, New Orleans, USA*, pages 417–424.

Bors, G. A., Kechagias, L., and Pitas, I. (2002). Binary morphological shape-based interpolation applied to 3-d tooth reconstruction. In *IEEE Transactions on Medical Imaging*, volume 21, pages 100–108.

Goshtasby, A., Turner, D., and Ackerman, L. (1992). Matching of tomographic slices for interpolation. In *IEEE Transaction on Medical Imaging*, volume 11, pages 507–516.

Osher, S. and Sethian, J. (1988). Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on hamilton-jacobi formulations. In *Journal of Computational Physics*, number 79, pages 12–49.

Wang, Y., Zhang, Z., and Guo, B. (2001). 3d image interpolation based on directional coherence. In *IEEE Workshop on Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis*, pages 195–202.