

Modelagem Coronária Otimizada com Expoente Adaptativo de Bifurcação para Aplicações em Planejamento Terapêutico

Cristiano A. Matta¹, Pedro H. L. Silva², Bernardo M. Rocha³, Rafael A. B. Queiroz²

¹Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação – Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) – Ouro Preto – MG – Brasil

²Departamento de Computação – Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) – Ouro Preto – MG – Brasil

³Departamento de Ciência da Computação – Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) – Juiz de Fora, MG – Brasil

{cristiano.matta,rafael.queiroz}@ufop.edu.br

Abstract. *Coronary models generated by the CCO algorithm traditionally assume constant $\gamma = 3.0$ (Murray's law). We evaluated γ strategies against real data to improve morphometric fidelity for therapeutic planning. Approaches included constant $\gamma = 3.0$, $\gamma = 2.55$, and a flow-dependent adaptive model. Performance was assessed via weighted logarithmic RMSE with structural penalization and bootstrap confidence intervals. While $\gamma = 2.55$ reduced error, the adaptive model ($\gamma_{prox} = 2.85$, $\beta \approx 2.0$) achieved superior fidelity by capturing functional transitions between proximal and distal regimes. Results suggest spatial γ variations are essential for realistic coronary Digital Twins, improving hemodynamic simulations and clinical decision support.*

Resumo. *Modelos coronarianos gerados pelo algoritmo CCO utilizam tradicionalmente o expoente $\gamma = 3$ (Lei de Murray). Avaliamos o impacto de γ na fidelidade morfométrica frente a dados reais para planejamento terapêutico. Foram comparados $\gamma = 3$, $\gamma = 2,55$ e um modelo adaptativo dependente do fluxo relativo. O desempenho foi medido por RMSE logarítmico ponderado com penalização estrutural e IC95% via bootstrap. Observou-se redução do erro com $\gamma = 2,55$ e superioridade do modelo adaptativo ($\gamma_{prox} = 2,85$, $\beta \approx 2,0$) ao capturar transições funcionais entre regimes proximais e distais. Estratégias adaptativas são fundamentais para gêmeos digitais coronarianos realistas, impactando a acurácia de simulações e o suporte à decisão clínica.*

1. Introdução

As doenças cardiovasculares permanecem como a principal causa de mortalidade mundial, o que impulsiona o desenvolvimento de ferramentas computacionais para simulação hemodinâmica e planejamento terapêutico. Nesse contexto, modelos geométricos realistas da árvore coronariana são fundamentais, pois servem de base estrutural para análises de fluxo, pressão e avaliação funcional.

Diversas abordagens têm sido propostas para modelar redes vasculares, incluindo modelos de parâmetros concentrados, reconstruções anatômicas, modelos fractais e métodos baseados em otimização geométrica. Entre estes, o método *Constrained Constructive Optimization* (CCO) destaca-se por combinar coerência fisiológica

e viabilidade computacional, permitindo a geração de árvores capazes de reproduzir distribuições de raios, ângulos de bifurcação e perfis de pressão observados experimentalmente [Schreiner and Buxbaum 1993, Karch et al. 1999].

No CCO, a lei de bifurcação é governada pelo expoente γ , tradicionalmente fixado em $\gamma = 3$ segundo a Lei de Murray [Murray 1926]. Entretanto, evidências morfométricas em coronárias humanas indicam que esse valor pode não ser universalmente adequado. Além disso, efeitos hemodinâmicos dependentes do calibre vascular sugerem que a adoção de um expoente constante pode não capturar plenamente a heterogeneidade estrutural da árvore coronariana.

Diante disso, este trabalho propõe e avalia uma estratégia adaptativa para o expoente de bifurcação no CCO, tornando γ dependente do fluxo relativo no vaso pai durante o crescimento da árvore. Os modelos gerados são comparados quantitativamente com dados coronarianos reais por meio de métricas baseadas no perfil de diâmetro por nível de bifurcação — definido como o número de bifurcações proximais ao longo do caminho até o segmento raiz — e análise estatística via *bootstrap*. O objetivo é investigar se a abordagem adaptativa supera modelos com γ constante, particularmente $\gamma = 3$ e $\gamma = 2,55$. Essa investigação é particularmente relevante para modelos computacionais de árvores coronarianas utilizados como base geométrica em simulações hemodinâmicas.

A principal contribuição deste trabalho é a introdução de um expoente de bifurcação adaptativo dependente do fluxo no contexto do algoritmo CCO, acompanhado de uma avaliação quantitativa sistemática de seu impacto morfométrico em relação a modelos com expoente constante. Diferente de modelos puramente geométricos, a abordagem proposta integra a dinâmica de fluxo local à morfogênese vascular, preenchendo a lacuna entre a Lei de Murray (eficiência metabólica) e a realidade anatômica coronariana (heterogeneidade estrutural).

2. Metodologia

2.1. Geração de árvores arteriais por otimização construtiva

Os modelos geométricos de árvores arteriais utilizados neste trabalho foram gerados pelo método CCO [Schreiner and Buxbaum 1993, Karch et al. 1999], o qual também já foi adaptado para a geração de redes de fibras de Purkinje no tecido cardíaco [Berg et al. 2023]. O CCO constrói a árvore de forma incremental, adicionando sucessivamente segmentos terminais e escolhendo, a cada etapa, a conexão que minimiza uma função de custo sob restrições hemodinâmicas e geométricas. A seguir, descrevem-se as principais hipóteses adotadas, alinhadas com o CCO clássico [Schreiner and Buxbaum 1993, Karch et al. 1999].

Hipóteses e restrições do modelo. A árvore arterial é representada como um sistema binário de tubos retos cilíndricos (segmentos vasculares), no qual cada segmento s possui comprimento l_s e raio r_s . O processo inicia-se no segmento raiz e a árvore é truncada no nível pré-arteriolar, representando explicitamente a rede arterial macroscópica, enquanto a microcirculação terminal não é modelada em detalhe.

O escoamento é assumido como incompressível, Newtoniano, estacionário e em

regime laminar. A resistência hidráulica de cada segmento segue a lei de Poiseuille:

$$R_s = \left(\frac{8\eta}{\pi} \right) \frac{l_s}{r_s^4}, \quad (1)$$

em que η representa a viscosidade do sangue. A queda de pressão ao longo do segmento é dada por $\Delta p_s = R_s Q_s$, com Q_s sendo a vazão no segmento s . A árvore, como um todo, é construída para induzir uma vazão de perfusão prescrita Q_{perf} sob uma queda de pressão global $\Delta p = p_{\text{perf}} - p_{\text{term}}$, onde p_{perf} é a pressão de entrada no segmento raiz e p_{term} é a pressão efetiva de saída nos terminais.

Assume-se ainda que cada segmento terminal fornece uma fração idêntica do fluxo total para a rede microcirculatória (não explicitada). Assim,

$$Q_{\text{perf}} = N_{\text{term}} Q_{\text{term}}, \quad (2)$$

onde N_{term} é o número de segmentos terminais, e Q_{term} é o fluxo em cada terminal.

Função custo: volume intravascular. O CCO utiliza como alvo de otimização, durante a construção da árvore, uma medida de custo associada ao volume intravascular total, que reflete o princípio de economia estrutural da rede arterial [Murray 1926]. Neste trabalho, o volume intravascular do modelo é dado por:

$$V = \pi \sum_{s=1}^{K_{\text{tot}}} l_s r_s^2, \quad (3)$$

onde K_{tot} é o número total de segmentos no estágio atual de crescimento. Em termos fisiológicos, esta escolha penaliza redes que exigem grande “quantidade de vaso” (i.e., maior volume sanguíneo contido), favorecendo soluções mais eficientes do ponto de vista estrutural.

2.2. Lei de bifurcação e estratégias para o expoente γ

Em cada bifurcação, os raios do vaso pai (r_p) e dos vasos filhos (r_1, r_2) são impostos de modo a satisfazer a seguinte lei de potência:

$$r_p^\gamma = r_1^\gamma + r_2^\gamma, \quad (4)$$

em que γ controla o grau de redução de calibre ao longo da árvore. Valores distintos de γ têm sido discutidos na literatura, com destaque para $\gamma = 3$, associado à Lei de Murray e ao argumento de tensões de cisalhamento aproximadamente uniformes, e $\gamma = 2,55$, frequentemente relacionado a condições de melhor casamento de impedâncias e menor reflexão de ondas de pulso em redes ramificadas.

Neste trabalho, foram avaliadas três estratégias: (i) CCO clássico com $\gamma = 3$ constante; (ii) CCO com $\gamma = 2,55$ constante; e (iii) CCO adaptativo, no qual o expoente γ varia ao longo do crescimento da árvore em função de uma grandeza hemodinâmica local.

2.2.1. Modelo adaptativo proposto: $\gamma(\tilde{Q})$

Propõe-se que o expoente de bifurcação varie conforme o fluxo relativo no vaso pai da bifurcação. Seja Q_p o fluxo no segmento pai no instante de avaliação da bifurcação e Q_{root} o fluxo no segmento raiz (equivalente ao fluxo de perfusão total no modelo). Define-se, então, o fluxo normalizado:

$$\tilde{Q} = \frac{Q_p}{Q_{\text{root}}}, \quad \tilde{Q} \in (0, 1]. \quad (5)$$

Essa normalização tem duas vantagens: (i) torna a regra independente da escala absoluta de vazões (facilitando comparações entre árvores e configurações) e (ii) garante um domínio fixo para \tilde{Q} , o que simplifica a parametrização do modelo e sua interpretação ao longo da árvore vascular.

O expoente adaptativo é definido por:

$$\gamma(\tilde{Q}) = \gamma_{\text{dist}} + (\gamma_{\text{prox}} - \gamma_{\text{dist}})\tilde{Q}^\beta, \quad (6)$$

onde γ_{prox} representa o valor do expoente no regime proximal ($\tilde{Q} = 1$), γ_{dist} corresponde ao valor assintótico no regime distal ($\tilde{Q} \rightarrow 0$), e $\beta > 0$ controla a suavidade da transição entre esses regimes ao longo da árvore.

Diferentemente das formulações clássicas do CCO, nas quais o expoente de bifurcação é assumido constante ao longo de toda a árvore, e da variante proposta em [Meneses et al. 2017], que o define em função do nível de bifurcação, a equação proposta permite que γ varie dinamicamente durante o crescimento da rede, introduzindo um mecanismo explícito de adaptação estrutural dependente do fluxo local.

Interpretação fisiológica. A variável \tilde{Q} atua como um marcador de proximidade funcional: segmentos próximos à raiz apresentam $\tilde{Q} \approx 1$, enquanto ramos distais tendem a $\tilde{Q} \rightarrow 0$. Assim, o modelo em (6) estabelece uma transição contínua entre os regimes proximal e distal, recuperando $\gamma(1) = \gamma_{\text{prox}}$ e $\gamma(\tilde{Q}) \rightarrow \gamma_{\text{dist}}$ quando $\tilde{Q} \rightarrow 0$. Essa formulação busca refletir possíveis diferenças estruturais ao longo da árvore coronariana, associadas ao acoplamento entre fluxo proximal, resistência distal e organização global da rede.

O parâmetro β regula a curvatura da transição: valores menores produzem uma variação mais gradual de γ , enquanto valores maiores antecipam a aproximação ao regime distal. Dessa forma, β controla a distribuição espacial efetiva do expoente ao longo dos níveis de bifurcação.

2.3. Procedimento de geração do modelo de árvore arterial

O algoritmo construtivo inicia plantando o segmento raiz com a extremidade proximal fixada no domínio de perfusão e a extremidade distal escolhida no interior do domínio. Em seguida, a cada incremento do número de terminais k_{term} , um novo ponto terminal candidato é amostrado de forma pseudoaleatória, respeitando um critério mínimo de distância [Schreiner and Buxbaum 1993]. Esse terminal é então temporariamente conectado a segmentos vizinhos elegíveis; para cada conexão candidata, a árvore tem suas resistências ajustadas por reescala de raios, de modo a satisfazer a condição de perfusão e

os fluxos terminais. No caso do modelo adaptativo, durante essa etapa, o expoente γ utilizado em cada bifurcação é atualizado segundo (6), a partir do valor de \tilde{Q} correspondente ao fluxo no segmento pai. Após a otimização geométrica local do ponto de bifurcação, conforme descrito em [Ulysses et al. 2018], visando à minimização do volume intravascular da árvore (3), efetiva-se a conexão que resulta no menor custo, e o processo é repetido até atingir N_{term} . O Algoritmo 1 resume a lógica do crescimento da árvore arterial, incorporando a atualização local do expoente de bifurcação.

Algoritmo 1 Geração da árvore arterial com $\gamma(\tilde{Q})$ adaptativo

```

1: Inicializar segmento raiz
2:  $k_{\text{term}} \leftarrow 1$ 
3: enquanto  $k_{\text{term}} < N_{\text{term}}$  faça
4:   Gerar candidato  $\mathbf{x}_{\text{term}}$ 
5:   para cada segmento vizinho elegível faça
6:     Conectar temporariamente
7:     Recalcular fluxos  $Q_s$ 
8:     para cada bifurcação afetada faça
9:        $\tilde{Q} \leftarrow Q_p / Q_{\text{root}}$ 
10:       $\gamma \leftarrow \gamma_{\text{dist}} + (\gamma_{\text{prox}} - \gamma_{\text{dist}})\tilde{Q}^\beta$ 
11:      Aplicar  $r_p^\gamma = r_1^\gamma + r_2^\gamma$ 
12:     fim para
13:     Calcular volume  $V$ 
14:   fim para
15:   Selecionar conexão que minimiza  $V$ 
16:    $k_{\text{term}} \leftarrow k_{\text{term}} + 1$ 
17: fim enquanto

```

2.4. Configuração experimental e número de realizações

Para cada configuração de parâmetros, seja com γ constante ou com $(\gamma_{\text{prox}}, \beta)$ no modelo adaptativo, foram geradas 20 realizações independentes, variando a inicialização pseudoaleatória dos pontos terminais. No modelo adaptativo, fixou-se $\gamma_{\text{dist}} = 2,55$, valor que apresentou a melhor concordância morfométrica com dados coronarianos reais nos testes preliminares e na literatura recente. Para cada realização, calculou-se o diâmetro médio por nível de bifurcação e, em seguida, obtiveram-se a média e o desvio-padrão inter-modelo por nível (capturando a variabilidade entre realizações).

2.5. Métrica de erro para comparação com dados experimentais

A comparação quantitativa entre modelos sintéticos e dados reais foi baseada no perfil do diâmetro médio $D(n)$ ao longo do nível de bifurcação n . Como os diâmetros decrescem aproximadamente de forma multiplicativa ao longo da árvore (e a escala varia por ordens de grandeza), adotou-se uma métrica em escala logarítmica, reduzindo o viés de níveis proximais (diâmetros grandes) sobre níveis distais (diâmetros pequenos).

Erro quadrático médio logarítmico ponderado. Sejam $D_{\text{model}}(n)$ e $D_{\text{exp}}(n)$ os diâmetros médios no nível n para o modelo (agregado inter-modelo) e para os dados

experimentais, respectivamente. Define-se o erro por nível como:

$$e(n) = \log D_{\text{model}}(n) - \log D_{\text{exp}}(n) = \log \left(\frac{D_{\text{model}}(n)}{D_{\text{exp}}(n)} \right). \quad (7)$$

Assim, $e(n)$ representa o erro relativo multiplicativo entre o modelo e o experimento, sendo simétrico para superestimação e subestimação.

O erro global ponderado é, então, definido por:

$$RMSE_w = \sqrt{\sum_{n \in \mathcal{N}} w_n e(n)^2}, \quad (8)$$

onde \mathcal{N} é o conjunto de níveis considerados na comparação e os pesos w_n satisfazem: $w_n \propto M_n$ e $\sum_{n \in \mathcal{N}} w_n = 1$.

Aqui, M_n representa o número de segmentos disponíveis no nível n , considerando todas as realizações do CCO. Dessa forma, níveis com maior suporte estatístico recebem maior peso na métrica global, tornando o estimador mais robusto a flutuações ocasionais em níveis pouco representados.

Na prática, define-se:

$$w_n = \frac{M_n}{\sum_{k \in \mathcal{N}} M_k}.$$

Essa escolha evita supervalorizar níveis profundos atingidos por poucos modelos e melhora a robustez da comparação entre modelos.

Penalização por diferença de profundidade. Além do ajuste dos diâmetros nos níveis em comum, é relevante penalizar discrepâncias na profundidade máxima atingida, uma vez que árvores sintéticas que “terminam cedo” podem reproduzir bem os diâmetros até certo nível, mas falhar em representar adequadamente o grau de ramificação observado nos dados reais. Seja $n_{\text{max}}^{\text{model}}$ o maior nível de bifurcação atingido pelo conjunto de modelos e $n_{\text{max}}^{\text{exp}}$ o maior nível do dado experimental. Define-se:

$$\delta = \left| n_{\text{max}}^{\text{exp}} - n_{\text{max}}^{\text{model}} \right|.$$

A métrica total proposta neste trabalho combina o erro morfométrico (em diâmetros) com uma penalização estrutural associada à diferença de profundidade da árvore:

$$E_{\text{total}} = \sqrt{RMSE_w^2 + (\lambda \delta)^2}, \quad (9)$$

onde λ controla a severidade da penalização por nível de profundidade. Neste trabalho, utilizou-se $\lambda = 0,5$ de modo que diferenças de profundidade contribuíssem de forma comparável ao termo de ajuste morfométrico, sem dominar completamente a métrica. Essa escolha favorece modelos que, além de ajustarem os diâmetros em níveis comuns, também reproduzem mais fielmente o alcance de ramificação observado nos dados experimentais.

2.6. Estimativa de incerteza via bootstrap

Para quantificar a incerteza associada à variabilidade entre realizações do CCO, adotou-se reamostragem *bootstrap* com reposição sobre o conjunto de 20 modelos. Foram realizadas 1000 reamostragens, recalculando-se $RMSE_w$ e E_{total} a cada amostra. Os intervalos de confiança de 95% (IC95%) foram obtidos pelo método percentil, utilizando os quantis 2,5% e 97,5% das distribuições *bootstrap*.

3. Resultados: Comparação com Árvores Coronárias Reais

3.1. Configuração das simulações

Para a comparação morfométrica com dados experimentais de artérias coronárias humanas, foram geradas árvores arteriais sintéticas com $N_{term} = 250$ segmentos terminais (totalizando 499 segmentos), de modo a reproduzir a ordem de grandeza observada nos moldes de corrosão analisados por Zamir e Chee [Zamir and Chee 1987].

As condições hemodinâmicas adotadas foram: vazão total de perfusão $Q_{perf} = 500$ mL/min, vazão terminal $Q_{term} = 2$ mL/min, volume de perfusão esférico de 100 cm³, viscosidade sanguínea $\eta = 3.6$ cP, pressão terminal $p_{term} = 60$ mmHg e pressão de perfusão $p_{perf} = 100$ mmHg.

Para cada configuração de parâmetros do expoente de bifurcação, foram geradas 20 realizações independentes utilizando diferentes sequências pseudoaleatórias na geração dos pontos terminais.

3.2. Perfil de diâmetro por nível de bifurcação

A Figura 1 apresenta o diâmetro médio dos segmentos em função do nível de bifurcação.

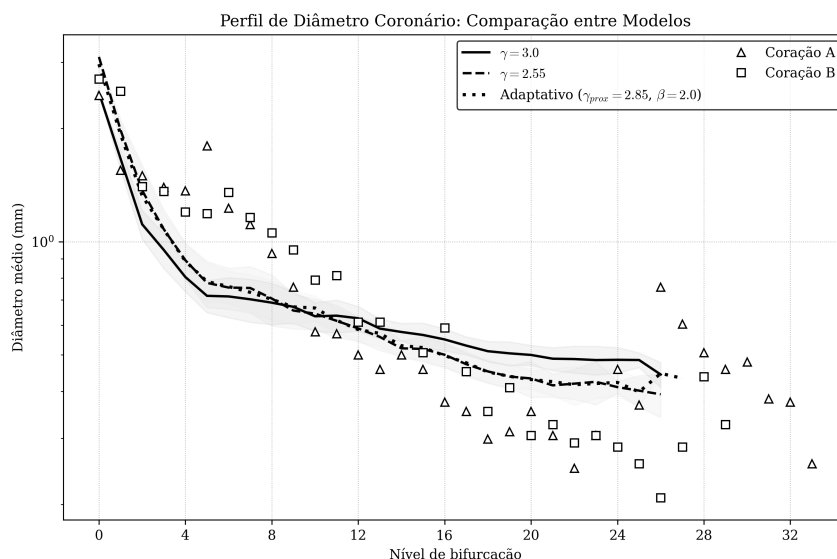


Figura 1. Perfil médio de diâmetro em função do nível de bifurcação para modelos sintéticos e dados experimentais humanos. As regiões sombreadas indicam o desvio padrão inter-modelo ($n = 20$ realizações).

Observa-se na Figura 1 que todos os modelos reproduzem a tendência aproximadamente exponencial de decaimento do diâmetro ao longo da árvore arterial. Entretanto, o

modelo clássico com $\gamma = 3$ tende a superestimar os diâmetros em níveis distais, enquanto o modelo com $\gamma = 2,55$ apresenta uma concordância substancialmente melhor com os dados experimentais.

O modelo adaptativo com $\gamma_{\text{prox}} = 2,85$ e $\beta \approx 2$ apresenta comportamento muito próximo ao do modelo com $\gamma = 2,55$, mantendo boa concordância com os dados ao longo da maior parte dos níveis analisados. Diferenças mais perceptíveis surgem apenas nos níveis mais profundos da árvore (por exemplo, próximos aos níveis 26 e 27), onde a variabilidade estatística aumenta devido ao menor número de segmentos presentes nessas profundidades entre as realizações do modelo.

A proximidade entre o modelo adaptativo e o modelo com $\gamma = 2,55$ ao longo da maior parte da árvore sugere que o regime distal da árvore coronariana pode ser bem descrito por expoentes próximos de $\gamma \approx 2,55$, enquanto regiões mais proximais podem apresentar valores ligeiramente maiores, como capturados pelo modelo adaptativo.

Esses resultados indicam que modelos com expoente variável podem capturar de forma mais realista a transição estrutural entre regiões proximais e distais da árvore coronariana.

3.3. Comparação global entre modelos

A métrica global E_{total} , definida na Equação (9), foi utilizada para avaliar quantitativamente o desempenho dos diferentes modelos. A Figura 2 apresenta a comparação entre os modelos com expoente constante e o modelo adaptativo para diferentes combinações dos parâmetros γ_{prox} e β . Observa-se que o modelo clássico com $\gamma = 3$ apresenta o maior erro global, enquanto a utilização de $\gamma = 2,55$ reduz substancialmente o erro, indicando melhor concordância morfométrica com os dados experimentais.

Além disso, diversas configurações do modelo adaptativo produzem valores de E_{total} iguais ou ligeiramente inferiores aos obtidos com $\gamma = 2,55$ constante, indicando que a introdução de um expoente de bifurcação variável pode melhorar o ajuste morfométrico das árvores geradas.

A Tabela 1 apresenta a análise quantitativa agregada. Observa-se que o modelo adaptativo com $\gamma_{\text{prox}} = 2,85$ e $\beta = 2$ não apenas atingiu a menor média de erro ($E_{\text{total}} = 0,3156$), mas também apresentou um IC95% restrito e estatisticamente superior ao modelo clássico ($\gamma = 3$), cujo intervalo não se sobrepõe aos dos modelos adaptativos. A similaridade estatística entre o modelo adaptativo e o modelo constante com $\gamma = 2,55$ reforça que a introdução da transição funcional preserva a fidelidade morfométrica, enquanto adiciona coerência fisiológica, além de conferir maior consistência ao algoritmo CCO.

De forma geral, os resultados indicam que permitir variação espacial do expoente de bifurcação pode produzir árvores morfologicamente mais compatíveis com dados coronarianos reais, mantendo desempenho comparável ou ligeiramente superior ao melhor modelo de expoente constante.

3.4. Volume intravascular e comparação qualitativa das geometrias

A Figura 3 apresenta a comparação do volume intravascular total entre os modelos com expoente constante e o modelo adaptativo. Observa-se que o modelo com $\gamma = 3$ apresenta o menor volume intravascular total, resultado consistente com a Lei de Murray, que

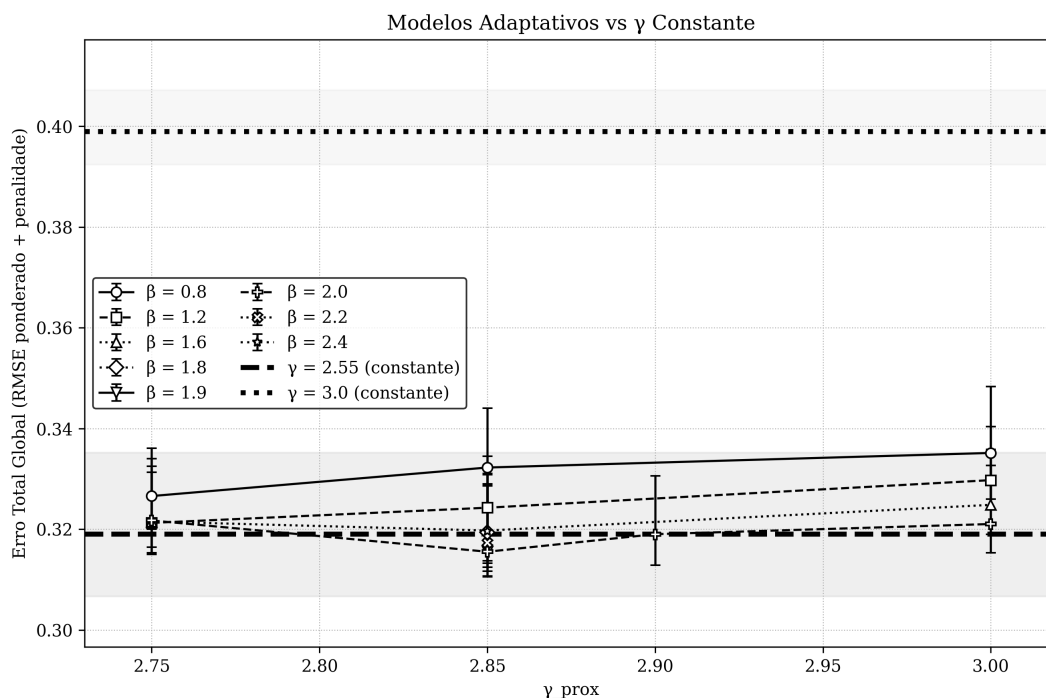


Figura 2. Comparação da métrica global E_{total} para diferentes configurações de expoente. As barras de erro representam os intervalos de confiança de 95% (IC95%) obtidos via reamostragem bootstrap (1000 amostras).

minimiza o custo combinado de volume sanguíneo e dissipação viscosa, embora não produza o melhor ajuste morfométrico em relação aos dados experimentais. Em contraste, o modelo com $\gamma = 2,55$ e as configurações do modelo adaptativo apresentam volumes intravasculares maiores e bastante próximos entre si, indicando que a melhoria no ajuste morfométrico não ocorre às custas de uma penalização estrutural significativa no volume total da rede vascular.

A Figura 4 apresenta exemplos representativos das árvores geradas pelos diferentes modelos. A análise visual mostra que o modelo com $\gamma = 3,0$ apresenta redução de calibre mais acentuada nas regiões distais da árvore, resultando em vasos terminais relativamente mais finos, enquanto o modelo com $\gamma = 2,55$ gera uma rede vascular com distribuição de calibres mais homogênea ao longo dos níveis de bifurcação. O modelo adaptativo combina características de ambos os regimes: nas regiões proximais, aproxima-se do comportamento clássico de Murray, enquanto nas regiões distais apresenta um padrão de calibres semelhante ao obtido com $\gamma = 2,55$, produzindo estruturas morfometricamente mais compatíveis com os dados experimentais analisados.

De forma geral, esses resultados reforçam que um expoente de bifurcação constante $\gamma = 3$ não é suficiente para reproduzir adequadamente a morfometria coronariana observada. O modelo adaptativo proposto, ao permitir variação espacial do expoente ao longo da árvore, apresentou menor erro global e melhor concordância estrutural com as observações experimentais. Em particular, os resultados indicam que pequenas variações espaciais no expoente de bifurcação são suficientes para melhorar o ajuste morfométrico da árvore coronariana sem aumento significativo do custo estrutural da rede.

Tabela 1. Desempenho comparativo dos modelos: Média e IC95% para a métrica E_{total} via bootstrap.

Modelo	γ ou γ_{prox}	β	E_{total} (Média)	IC95%
Constante	3,0	–	0,3989	[0,3924, 0,4072]
Constante	2,55	–	0,3191	[0,3067, 0,3352]
Adaptativo	2,85	2,0	0,3156	[0,3106, 0,3286]
Adaptativo	2,85	1,9	0,3156	[0,3107, 0,3287]
Adaptativo	2,85	2,2	0,3173	[0,3117, 0,3290]
Adaptativo	2,90	2,0	0,3190	[0,3129, 0,3306]
Adaptativo	2,75	1,6	0,3215	[0,3165, 0,3313]

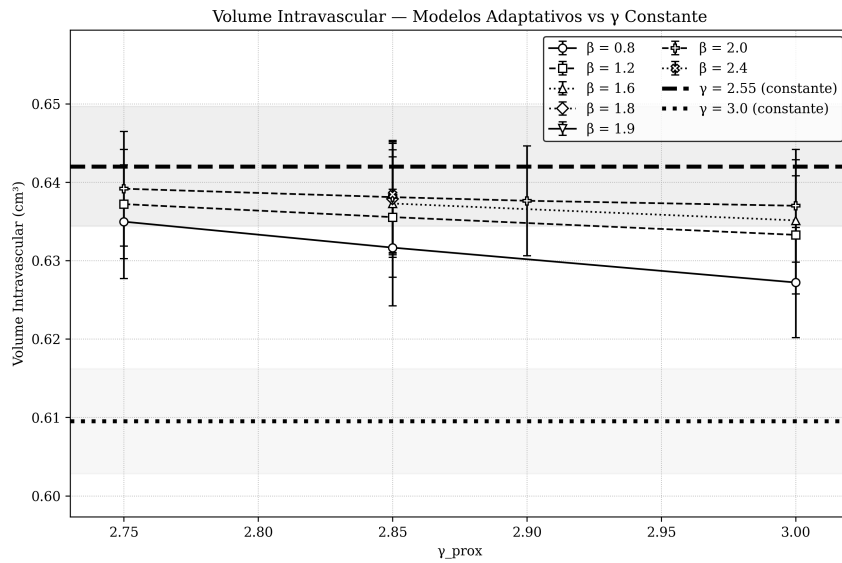


Figura 3. Volume intravascular total. As barras de erro indicam o IC95% calculado por bootstrap, refletindo a incerteza associada à variabilidade estocástica do processo construtivo.

4. Discussão

Os resultados indicam que o expoente clássico $\gamma = 3$ (Lei de Murray) não reproduz de forma ótima a morfometria coronariana real no CCO. Embora minimize o trabalho em regime estacionário, a circulação coronariana apresenta particularidades, como a pulsatilidade e a compressão miocárdica, que alteram o regime geométrico. Evidências recentes [Taylor et al. 2022, Taylor et al. 2024] sugerem que expoentes inferiores a 3 fornecem melhor ajuste às relações morfométricas coronarianas, corroborando a redução de erro observada neste estudo.

A geometria de bifurcação influencia a distribuição de fluxo coronariano, sendo crucial no planejamento de intervenções percutâneas e no dimensionamento de *stents* [Pollanen et al. 2025]. O desempenho do modelo adaptativo sugere que a organização coronariana reflete o acoplamento entre a otimização local e a resistência distal. A variação suave de γ ($\gamma_{prox} \approx 2,85$ e $\beta \approx 2$) mostrou-se consistente com essa interpretação, evitando a rigidez de um único expoente.

Modelos multiescala (0D/1D/3D) dependem diretamente da geometria de entrada;

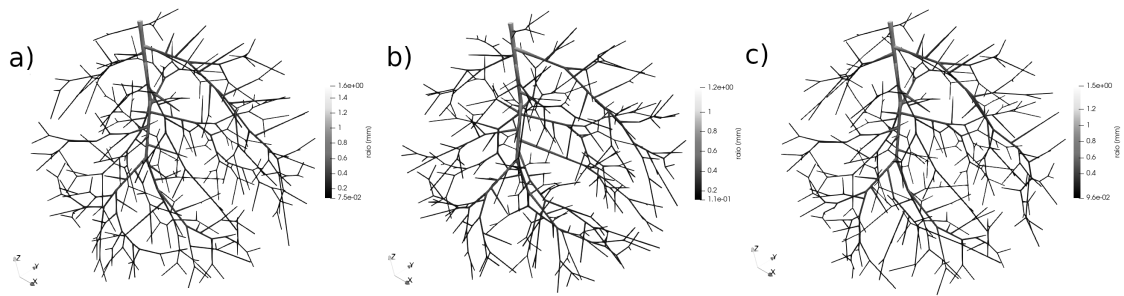


Figura 4. Exemplos de árvores arteriais geradas: (a) modelo com $\gamma = 2,55$ constante; (b) modelo clássico com $\gamma = 3$ constante; (c) modelo adaptativo com $\gamma_{\text{prox}} = 2,85$ e $\beta = 2$.

logo, a redução do erro estrutural aqui apresentada pode contribuir para melhorar a estimativa de grandezas como o *Fractional Flow Reserve* (FFR) virtual. Embora a precisão geométrica constitua um caminho promissor para otimizar custos e reduzir procedimentos invasivos, tais impactos não foram avaliados diretamente neste estudo e dependem de acoplamentos hemodinâmicos completos. Nesse sentido, trabalhos recentes indicam que a fidelidade geométrica desempenha um papel central no acoplamento consistente em modelos hemodinâmicos multiescala [Alves et al. 2023].

Como limitação, a análise focou na morfometria média por nível. Trabalhos futuros devem validar o modelo com imagens clínicas e integrá-lo a simuladores funcionais. Assim, este estudo constitui uma etapa intermediária no desenvolvimento de modelos computacionais com potencial aplicação clínica.

5. Conclusões

Este trabalho apresentou um algoritmo baseado no método CCO, capaz de gerar árvores arteriais com expoente de bifurcação adaptativo, dependente do fluxo sanguíneo normalizado. Diferentemente da formulação clássica com expoente constante, o modelo permite variação suave de γ ao longo da árvore, refletindo diferenças funcionais entre regiões proximais e distais.

Os resultados mostraram boa concordância com dados morfométricos experimentais de artérias coronárias humanas. Observou-se que o expoente clássico $\gamma = 3,0$ (Lei de Murray) não produz o melhor ajuste morfométrico, enquanto $\gamma = 2,55$ reduz substancialmente a métrica global de erro. O modelo adaptativo apresentou desempenho competitivo e ligeiramente superior, indicando que a morfometria coronariana pode ser melhor descrita por um regime geométrico não uniforme ao longo da árvore vascular.

Como perspectivas futuras, destacam-se a validação do modelo em múltiplos conjuntos anatômicos, incluindo dados derivados de imagem clínica (CTA, angiografia, IVUS), a integração da árvore gerada a modelos hemodinâmicos acoplados (0D/1D/CFD ou híbridos árvore–miocárdio) e a investigação de possíveis aplicações no suporte computacional ao planejamento terapêutico em intervenções coronárias.

Em síntese, o modelo adaptativo proposto amplia a flexibilidade do CCO e fornece uma infraestrutura computacional para a geração de populações sintéticas de árvores coronárias (*Digital Twins*). Esta abordagem é essencial para a validação de algoritmos de suporte à decisão e treinamento de modelos de aprendizagem de máquina em cardiolo-

gia, oferecendo uma alternativa ética e de baixo custo ao uso exclusivo de bases de dados clínicas restritas.

Referências

- Alves, J. R., Berg, L. A., Gaio, E. D., Rocha, B. M., Queiroz, R. A. B., and Santos, R. W. (2023). A hybrid model for cardiac perfusion: Coupling a discrete coronary arterial tree model with a continuous porous-media flow model of the myocardium. *Entropy*, 25(8):1229.
- Berg, L. A., Rocha, B. M., Oliveira, R. S., Sebastian, R., Rodriguez, B., Queiroz, R. A. B., Cherry, E. M., and Santos, R. W. (2023). Enhanced optimization-based method for the generation of patient-specific models of Purkinje networks. *Scientific Reports*, 13(1):11788.
- Karch, R., Neumann, F., Neumann, M., and Schreiner, W. (1999). A tree-dimensional model for arterial tree representation, generated by constrained constructive optimization. *Comput Biol Med*, 29:19–38.
- Meneses, L. D. M., Brito, P. F., Rocha, B. M., Santos, R. W., and Queiroz, R. A. B. (2017). Construction of arterial networks considering a power law with exponent dependent on bifurcation level. In *Proc. VII Latin American Congress on Biomedical Engineering (CLAIB)*, pages 545–548. Springer.
- Murray, C. D. (1926). The physiological principle of minimum work: I. The vascular system and the cost of blood volume. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 12(3):207–214.
- Pollanen, S., Damrongwatanasuk, R., Bae, J. Y., Wen, J., Nanna, M. G., Al-Damluji, A., Mamas, M. A., Hanna, E. B., and Hu, J.-R. (2025). Coronary bifurcation PCI—Part I: Fundamentals. *Journal of Cardiovascular Development and Disease*, 12(10).
- Schreiner, W. and Buxbaum, P. (1993). Computer-optimization of vascular trees. *IEEE Trans Biomed Eng*, 40:482–491.
- Taylor, D. J., Feher, J., Halliday, I., Hose, D. R., Gosling, R., Aubiniere-Robb, L., van 't Veer, M., Keulards, D., Tonino, P. A. L., Rochette, M., Gunn, J. P., and Morris, P. D. (2022). Refining our understanding of the flow through coronary artery branches; revisiting Murray's law in human epicardial coronary arteries. *Frontiers in Physiology*, 13.
- Taylor, D. J., Saxton, H., Halliday, I., Newman, T., Hose, D. R., Kassab, G. S., Gunn, J. P., and Morris, P. D. (2024). Systematic review and meta-analysis of Murray's law in the coronary arterial circulation. *American Journal of Physiology - Heart and Circulatory Physiology*, 327(1):H182–H190.
- Ulysses, J. N., Berg, L. A., Cherry, E. M., Liu, B. R., Santos, R. W., Barros, B. G., Rocha, B. M., and Queiroz, R. A. B. (2018). An optimization-based algorithm for the construction of cardiac Purkinje network models. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 65(12):2760–2768.
- Zamir, M. and Chee, H. (1987). Segment analysis of human coronary arteries. *Blood Vessels*, 24:76–84.