

Desvendando o Algoritmo Iterativo do Jogo da Torre de Hanoi de Forma Lúdica nos Primeiros Anos Escolares

Meng Hsu^{1,3}, Lia Martins^{1,2}, Rosiane de Freitas¹

¹Instituto de Computação – Universidade Federal do Amazonas (UFAM)
CEP 69.077-000 – Manaus – AM – Brazil

²Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas (IFAM)
CEP 69.152-470 – Manaus – AM – Brazil

³Secretaria Municipal de Educação (SEMED)
CEP 69.050-030 – Manaus – AM – Brazil

{ meng.hsu, lia.martins, rosiane}@icomp.ufam.edu.br

Abstract. *The Tower of Hanoi (ToH) is one of the games that stands out for its relevance in the fields of mathematical logic and computing, although its algorithmic resolution is commonly introduced in high school. This field research aims to analyze how the ToH game can be used to promote the development of computational thinking in an unplugged way from the first school years. Thus, enabling the assimilation of more advanced computational concepts, exploring an iterative algorithmic approach to solving the game, promoting independence in solving challenging problems, starting them early in the world of computing.*

Resumo. *A Torre de Hanoi (ToH) é um dos jogos que destaca-se por sua relevância nos campos da lógica matemática e da computação, embora sua resolução algorítmica seja comumente introduzida no ensino médio. Esta pesquisa de campo objetiva analisar como o jogo da ToH pode ser utilizado para promover o desenvolvimento do pensamento computacional de forma desplugada desde os primeiros anos escolares. Assim, propiciando assimilar conceitos computacionais mais avançados, explorando abordagem algorítmica iterativa de resolução do jogo promovendo a independência na resolução de problemas desafiadores, iniciando-os desde cedo para mundo da computação.*

1. Descrição Geral

O uso da ToH como um objeto tangível de aprendizagem é amplamente reconhecida e utilizada no ensino. No entanto, geralmente se exploram os processos de ensino-aprendizagem de conteúdos de matemática [Ferreira 2018], como por exemplo, nos conteúdos de função exponencial [Oliveira and Calejon 2016], potenciação [Oliveira et al. 2019], progressão geométrica e geometria plana e descritiva. Em computação, é usada para aprendizagem de forma lúdica de algoritmos recursivos [Santiago and Kronbauer 2016] e iterativos [Andrade et al. 2016], com suas estruturas de dados em vetores, pilhas e listas circulares.

Esta pesquisa visa analisar o processo de aprendizagem do jogo da ToH, como forma de desenvolver o pensamento computacional desde os primeiros anos escolares, centrado no algoritmo iterativo, Figura 1 para resolver o problema computacional no jogo.

Porém surge a questão: as crianças em processo de alfabetização conseguirão compreender as regras do jogo? Serão capazes de jogar de forma independente, entendendo a mecânica do jogo, envolvendo o problema para diferentes número de discos? Além disso, será que a introdução do algoritmo iterativo para o jogo da ToH simplificará o processo de aprendizagem?

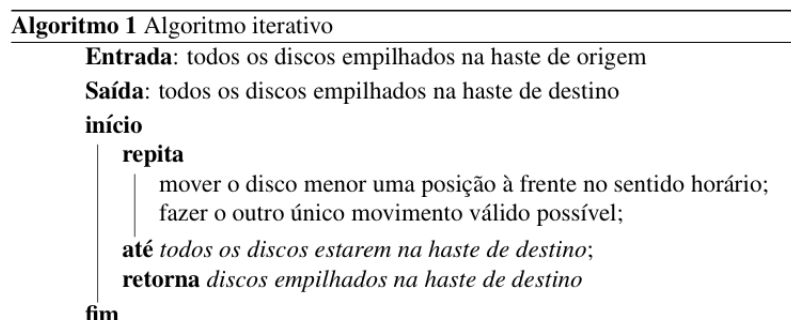


Figura 1. Algoritmo iterativo.

Desse modo, a investigação descrita neste trabalho busca uma abordagem dinâmica para o ensino do jogo da ToH, integrando o desenvolvimento de algoritmos com repetições simples e aninhadas desde os estágios iniciais, seja para criar e simular algoritmos representados em linguagem oral, escrita ou pictográfica de forma independente e, espera-se não apenas simplificar o aprendizado do jogo, mas também promover um pensamento analítico e computacional em crianças.

2. Objetivos

Nesta seção serão elencados os objetivos norteadores desta pesquisa.

Objetivo geral:

- Analisar como o jogo da Torre de Hanoi pode ser utilizado para promover o desenvolvimento do pensamento computacional desde os primeiros anos escolares.

Objetivos Específicos:

- Investigar estratégias pedagógicas e comunicação visual que simplifiquem a compreensão das regras do jogo da ToH para estudantes em processo de alfabetização, visando adaptar materiais e instruções ao seu nível de compreensão e linguagem.
- Apresentar e demonstrar o método iterativo para resolver o jogo da ToH, de forma acessível e compreensível, promovendo a capacidade de aplicar esse método na resolução do problema de maneira autônoma.
- Comparar o ensino tradicional da ToH com o algoritmo iterativo, investigando se esta abordagem simplifica o processo de aprendizagem para os participantes e promover melhor compreensão do problema.
- Avaliar o impacto do algoritmo iterativo no processo de aprendizado o jogo da ToH, investigando se sua aplicação simplifica a compreensão e resolução do problema para os participantes, especificamente, com menos experiência prévia no jogo.

3. Habilidades Trabalhadas

Nesta seção as habilidades trabalhadas foram organizadas de acordo com os quatro pilares do Pensamento Computacional [Wing 2006] e os respectivos objetos de conhecimento, conforme delineado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para a área de Computação na Educação Básica [BNCC 2022]. Enfatizando que a identificação alfanumérica: **EF**, significa Ensino Fundamental, **XX** indica o ano ao qual o objeto se refere, **CO** simboliza Computação e **XX** representa a sequência que as habilidades são descritas no documento Complementar da BNCC.

(1) Decomposição - dividir o problema em partes menores.

- (EF03CO03) Aplicar a estratégia de decomposição para resolver problemas complexos, dividindo esse problema em partes menores, resolvendo-as e combinando suas soluções.

(2) Reconhecimento de Padrões - identificar um padrão e replicá-lo na solução de um problema similar.

- (EF02CO01) Criar e comparar modelos (representações) de objetos, identificando padrões e atributos essenciais. Algoritmos com repetições simples.

(3) Abstração - ignorar tudo o que não for relevante para representar o problema a ser resolvido.

- (EF01CO01) Organizar objetos físicos ou digitais considerando diferentes características para esta organização, explicitando semelhanças (padrões) e diferenças.

(4) Algoritmo - definir um conjunto de passos para a resolução do problemas.

- (EF01CO02) Identificar e seguir sequências de passos aplicados no dia a dia para resolver problemas.
- Reorganizar e criar sequências de passos em meios físicos ou digitais, relacionando essas sequências à palavra 'Algoritmos'.
- (EF02CO02) Criar e simular algoritmos representados em linguagem oral, escrita ou pictográfica, construídos como sequências com repetições simples (iterações definidas) com base em instruções preestabelecidas ou criadas, analisando como a precisão da instrução impacta na execução do algoritmo.

4. Materiais Utilizados

Os recursos utilizados nesta pesquisa durante as oficinas foram: projetor de slides, Figura 2(a), folhetos informativos, Figura 2(b), notebook e seis jogos da ToH confeccionados com isopor e EVA (ToH circular), Figura 2(c).

5. Metodologia

A pesquisa foi realizada por meio de uma oficina sobre o jogo da ToH em uma turma de 1º ano de uma escola Municipal da cidade de Manaus. Os participantes, com 6 anos de idade e sem acesso prévio à tecnologia, foram 19 crianças (9 meninos, 10 meninas) e 5 monitores. A metodologia adotada envolveu explicação geral do jogo, contexto histórico e curiosidades. Apresenta-se na tabela 1 a divisão das etapas executadas durante a oficina.

A oficina iniciou-se com a apresentação dos monitores. Na 1ª etapa os estudantes conheceram e montaram a torre, passaram desafios iniciais e completaram a tarefa com a

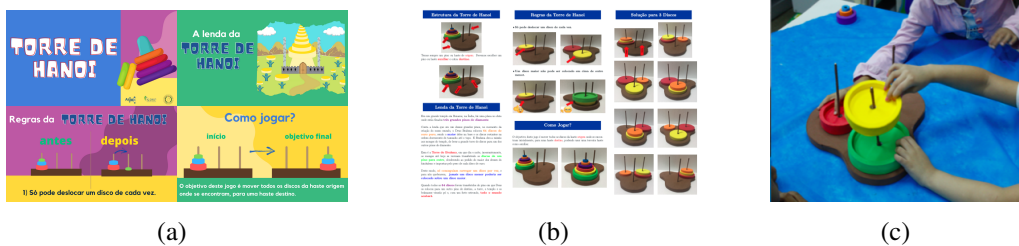


Figura 2. (a) Slides; (b) Folheto informativo; (c) ToH circular.

Tabela 1. Roteiro da Oficina do jogo da Torre de Hanoi.

Etapa	Atividade	Material	Descrição
1	Conhecendo e montando o jogo	5 ToH tradicional e 5 ToH circular	Divisão da sala em 5 equipes e cada equipe acompanhada por 1 monitor para cada equipe de 4 estudantes; Conhecer o jogo tradicional e ToH circular; Comparar e conhecer o jogo tradicional e ToH circular; Verificar os elementos e quantidades existentes em cada jogo.
2	Jogabilidade	Slide e ToH circular	Explicação das regras do jogo pelo monitor; Mostrar na prática a jogabilidade desde início até chegar ao objetivo do jogo; Momento da experimentação com 1, 2 e 3 discos.
3	Algoritmo Iterativo (ver Figura 1)	Slide e ToH circular	Explicação oral do algoritmo iterativo por meio de duas regras simples: movimentar discos em direção (anti)horário realizando dois movimentos, movendo o menor uma posição a frente e realizando o outro único movimento possível. Repetir até que todos os discos estejam no pino de destino. Explicação ancorado por ToH circular; Praticando o jogo, enunciando simultaneamente as duas regras e jogando com 1, 2 e 3 discos.
4	Desafio entre as equipes	5 ToH circular	Proposta de um desafio entre as equipes, com a indicação de um representante de cada uma delas. Essas competições ocorreram em cada etapa do jogo, utilizando 1, 2, 3 e 4 discos, onde o método iterativo foi escolhido pelos participantes. O vencedor de cada etapa foi determinado com base no menor tempo para solucionar o jogo.

orientação do monitor. Na 2ª etapa, resolveram o jogo com 2 discos, sinalizando dificuldades e a necessidade de várias tentativas para alguns. Na 3ª etapa, após a introdução do algoritmo iterativo, Figura 1, houve uma melhoria notável no desempenho dos estudantes, que se mostraram mais motivados e eficientes na resolução do problema. Na 4ª etapa, os estudantes demonstraram habilidade na resolução do desafio. Ao término da oficina, foi entregue um folheto informativo aos estudantes para compartilharem com suas famílias.

6. Avaliação

As crianças foram capazes de assimilar o algoritmo iterativo para a resolução do jogo da ToH em um trabalho colaborativo, imersivo e entusiasmado. Desde o início, mostraram-se atentas durante a apresentação em slides e se engajaram plenamente no desafio proposto, conseguindo resolver a versão com 4 discos em 15 passos, além de persistirem até o final para resolver desafios com um número maior de discos.

Quanto ao comportamento geral, verificou-se que as crianças obedeceram as regras e ficaram concentradas. Outro fato relevante foi que, quando o algoritmo iterativo foi explicado, os principiantes ficaram entusiasmados e empregaram-no de maneira simples e objetiva. Foi empolgante vê-los falando os passos do algoritmo em voz alta, com cuidado para não errar o movimento e tentando terminar o jogo mais rápido. O objetivo foi alcançado, a turma conseguiu resolver o algoritmo de forma coletiva, assim todos puderam aprender juntos e vencer suas dificuldades.

Dessa forma, a adaptação do jogo da ToH e do método iterativo simplificado foram estratégias eficazes para aprimorar a compreensão e habilidade de resolução do problema de forma autônoma, independentemente do número de discos. Assim, o impacto dessa abordagem em comparação com o método tradicional, verificou-se uma melhoria significativa na resolução e compreensão do problema pelos estudantes.

Referências

- Andrade, T., Glay, R. R., Lopes, G. d. S., and da Costa, R. L. (2016). Implementação do jogo torre de hanói como estratégia de aprendizagem de pilha. In *Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE)*, volume 27, page 1311.
- BNCC (2022). Computação na educação básica – complemento a bncc. parecer cneceb nº 2-2022 - bncc. <https://x.gd/RzT41>.
- Ferreira, V. V. M. (2018). A importância da torre de hanoi para o ensino e aprendizagem matemática em sala de aula. Monografia(Graduação em Matemática), Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande - PB, Brasil.
- Oliveira, B., Brim, J., and Pinheiro, N. (2019). O jogo torre de hanói como ferramenta mediadora no ensino de potências: um estudo com os alunos do 6o ano do ensino fundamental. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 12(01):160–175.
- Oliveira, S. and Calejon, L. (2016). O jogo torre de hanói para o ensino de conceitos matemáticos. *Rencima. Edição Especial: Educação Matemática*, 7(4):149 – 158.
- Santiago, A. D. and Kronbauer, A. (2016). Um modelo lúdico para o ensino de conceitos de programação de computadores. In *Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE)*, volume 27, page 420.
- Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3):33–35.