

Árvore de Alcançabilidade para Redes Predicado\Transição: um método de redução que preserva as propriedades de análise.

Marcos Moecke* e Jean Marie Farines

Laboratório de Controle e Microinformática,
Universidade Federal de Santa Catarina, LCMi-UFSC,
CP 476 - CEP 88049 Florianópolis SC, Brasil
e-mail: LCMi@BRUFSC.BITNET

RESUMO

A análise das propriedades das Redes de Petri a partir da árvore de alcançabilidade é uma das técnicas mais utilizadas. Entretanto, a explosão de estados no caso de sistemas mais complexos é um fator limitante desta. Neste trabalho, propomos um método de redução da árvore de alcançabilidade de redes Predicado/Transição, que preserva a capacidade de análise da árvore. Este método utilizada-se das simetrias da rede e da consequente remoção de subárvores análogas. A recuperação das informações suprimidas é possível a partir das funções de simetria que permitem a redução.

Palavras Chave: Redes Pr/T, Árvore de Alcançabilidade, Análise de Comportamento, Redução.

ABSTRACT

The property analysis of Petri-Nets, using Reachability-Tree is the most used technique. However, the state explosion in the case of complex systems is restrictive. In this paper, we suggest a method to reduce the Reachability-Tree of Predicate/Transition Net, maintaining the analysis capability. This method uses symmetries of the net and consequently removes the analogous subtrees. The information recovering is possible by using the symmetry functions which allow the reduction.

Keyword: Pr/T Nets, Reachability Tree, Behavior Analysis, Reduction.

* Atualmente é professor na Escola Técnica Federal de Santa Catarina - ETFSC-UNED/SJ.

Árvore de Alcançabilidade para Redes Predicado\Transição: um método de redução que preserva as propriedades de análise.

1. Introdução.

A medida que cresce a complexidade dos sistemas informáticos, tais como Sistemas de Automação Industrial e Sistemas Informáticos Distribuídos, cresce também a necessidade de uso de Técnicas de Descrição Formal (TDFs), com o objetivo de especificar, validar e implementar estes sistemas. A especificação deve ser feita de forma clara, completa e sem ambiguidades. Para isto é necessário que o formalismo utilizado tenha poder de expressão para descrever as mais diversas características que estes sistemas possam ter, tais como seqüencialidade, concorrência, comunicação, sincronização, e indeterminismos. Finalmente é desejável que o modelo formal do sistema obtido possa ser validado de forma automática [Diaz 89, Fari 89].

Vários são os formalismos que tem sido utilizados para a especificação e validação de sistemas, entre eles citamos: as *máquinas de estado finitas*, as *redes de Petri*, as *gramáticas formais*, a *abordagem algébrica CCS*, as *abordagens híbridadas*, os *tipos de dados algébricos abstratos* e a *lógica temporal* [Cour 87].

Neste trabalho utilizamos o formalismo redes de Petri, por ele atender muito bem aos requisitos de especificação e de validação do tipo de sistemas informáticos do nosso interesse, especialmente em protocolos de comunicação e em Sistemas de Manufatura. Dentre as diversas extensões ao modelo de base proposto originalmente por Carl Adam Petri em 1962 [Petri 62], adotamos as *redes Predicado\Transição* (Pr/T), que consistem de um dobramento dos lugares e transições utilizando anotações com variáveis e predicados lógicos de primeira ordem [Gent 87].

A validação da especificação é geralmente dividida em duas categorias [Diaz 89, Bour 87]: a *análise das propriedades gerais* e a *verificação das propriedades específicas*. Para a análise das propriedades gerais das redes de Petri as técnicas que tem sido mais utilizadas são a *análise de alcançabilidade* e a *análise algébrica*. A *análise de alcançabilidade* baseada na construção da *árvore de alcançabilidade* (AA), tem uma aplicação geral servindo também como base de diversas técnicas de verificação. O seu principal problema está na *explosão dos estados alcançáveis* de um sistema, o que limita o seu uso a modelos de sistemas de pequeno porte.

Para resolução deste problema diversas abordagens tem sido apresentadas [Hube 86, Hadd 87, Valm 89, Lind 90], nas quais tem se buscado reduzir o número de estados a serem armazenados na árvore. No entanto a maioria das abordagens resulta em uma árvore de alcançabilidade sobre a qual apenas algumas propriedades

podem ser analisadas diretamente, ou então são aplicáveis a subclasses das redes de Petri que possuem um menor poder de expressão e concisão do que o modelo Pr/T.

Neste trabalho propomos um novo método de redução da árvore de alcançabilidade para as redes Pr/T no qual a capacidade de análise é mantida.

2. Árvore e Grafo de Alcançabilidade.

A árvore de alcançabilidade é um grafo orientado acíclico, no qual cada vértice é uma marcação e cada arco representa o disparo da transição que leva de uma marcação a outra. A marcação inicial é a raiz da árvore de alcançabilidade.

Para manter finito o tamanho da árvore de alcançabilidade, é utilizada uma relação de cobertura, para evitar a construção das subárvores que são cobertas por outras. Neste trabalho utilizaremos a relação de *cobertura* na sua interpretação estrita [Lind 90], e para tanto trabalharemos apenas com redes que possuam árvores de alcançabilidade finita.

O grafo de alcançabilidade que é habitualmente utilizado para a análise contém as mesmas informações da árvore, e pode ser obtido pelo fechamento da árvore através da eliminação dos nós duplicados.

3. O Problema da Explosão dos Estados.

Em sistemas complexos o tamanho da Árvore de Alcançabilidade (AA) a ser gerada pode ser tão grande que inviabilize a sua construção completa. Isto se deve ao problema da *explosão combinatória dos estados* que surge por causa da *concorrência*, do *número de indivíduos* que podem habilitar as transições, ou ainda devido a *própria estrutura da rede*.

Esta situação pode ser ilustrada pela análise da rede R mostrada na Figura 1. A rede é formada por k subredes isoladas uma das outras, tendo todas inicialmente N fichas no lugar p_{1j} ($j = 1 \dots k$). A Tabela 1 mostra como ocorre o crescimento do número de transições disparadas (arcos) e marcações armazenadas (nós) do grafo em função do número k de subredes. A Tabela 2 mostra o mesmo crescimento mas em função do número N de indivíduos.

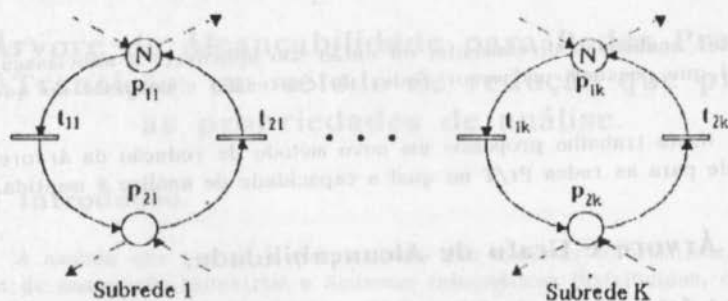


Figura 1. Rede modelando k-processos concorrentes que não interagem

N	Nós	Arcos
1	8	24
2	27	108
3	64	288
4	125	600
5	216	1080

Tabela 1. Número de nós e arcos da AA para $k = 3$

K	Nós	Arcos
1	3	4
2	9	24
3	27	108
4	81	432
5	243	1620

Tabela 2. Número de nós e arcos da AA para $N = 2$

Nestes dois casos o número de arcos e nós da árvore é determinado pelas equações:

$$\text{Número de nós} = (N + 1)^k$$

$$\text{Número de arcos} = ((N + 1)^k - (N + 1)^{k-1}) * 2 + k$$

No caso de utilizar uma rede com $N = 9$ e $k = 10$, teremos um número de nós e arcos de 10^{10} e $18 * 10^{10}$ respectivamente. Considerando que seja possível armazenar as informações de cada nó e de cada arco em 1 byte de memória, seriam necessários aproximadamente 200 Gigabytes de memória para o armazenamento completo da árvore. Além disso, a geração de árvores de alcançabilidade com grande número de nós e arcos, como neste caso, tem um custo de tempo elevado.

A partir deste exemplo fica claro a necessidade de uma redução da árvore de alcançabilidade.

4. Redução da Árvore de Alcançabilidade.

Diversos métodos de redução da árvore de alcançabilidade de redes de Petri tem sido sugeridos, dentre estes métodos destacamos o método sugerido inicialmente por Huber [Hube 86] para as redes de Petri Coloridas, e posteriormente estendido por Lindqvist [Lind 90] para as redes Pr/T. Outros métodos de grande importância são a parametrização da árvore de alcançabilidade [Lind 90] para redes Pr/T, o grafo de alcançabilidade simbólico para Redes Regulares (subclasse das redes Coloridas) [Hadd 87], o uso da teoria de conjuntos "stubborn" para a redução da árvore [Valm 89]. Os três primeiros métodos [Hube 86, Lind 90, Hadd 87] estão baseados nas simetrias da rede. Neste trabalho proporemos um método que também utiliza estas simetrias da rede, para reduzir a árvore de alcançabilidade (AA) preservando a capacidade de análise [Moec 91]. No final do trabalho apresentaremos uma comparação entre o método aqui proposto e os métodos acima citados.

4.1 Princípios básicos do método de redução proposto.

Escolhemos como princípio básico de redução, remover durante a construção, as subárvores com *comportamentos análogos* àquelas subárvores já existentes na árvore de alcançabilidade reduzida (AAR). O comportamento é dito análogo quando as mesmas seqüências de disparo de transições são possíveis a partir da raiz de ambas, e a única diferença entre as seqüências de disparos das subárvores são os indivíduos que habilitam as transições.

Para preservar as informações relacionadas com as subárvores removidas, utilizaremos uma *anotação* que possibilitará a recuperação das informações a partir da subárvore análoga na AAR. Estas *anotações* conterão as seguintes informações: a marcação da Rede de Petri que é raiz da *subárvore análoga* na AAR; as *funções* que permitem transformar a *subárvore análoga* naquela que foi removida.

Para ilustrar no decorrer deste artigo o método proposto apresentaremos a construção da árvore de alcançabilidade completa (AA) e árvore de alcançabilidade reduzida (AAR) para o "Almoço dos Cinco Filósofos" modelado em uma rede Predicado/Transição conforme visto na Figura 2.

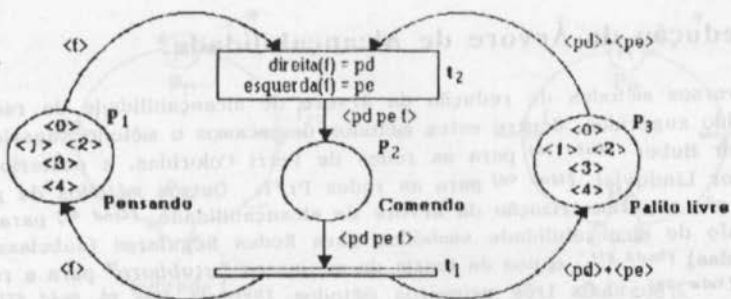


Figura 2. O almoço dos cinco filósofos - modelado em rede Pr/T

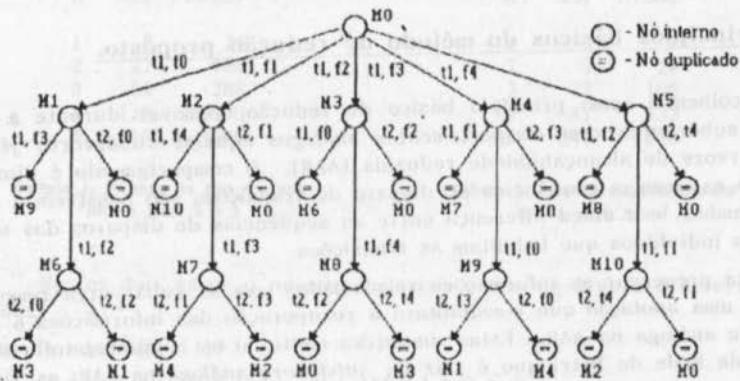


Figura 3. Árvore de alcançabilidade para o almoço dos cinco filósofos - modelado em rede Pr/T

A Figura 3 apresenta a árvore de alcançabilidade para o almoço dos filósofos com M_i indicando as marcações, f_j os filósofos, e t_j as transições. Podemos observar que as subárvores cujas raízes são as marcações M_1 à M_5 , tem comportamentos análogos. Também podemos verificar que apenas três estados entre os onze representam situações diferentes, que correspondem aos seguintes casos: nenhum filósofo almoçando (M_0), apenas um filósofo almoçando (M_1 à M_5), e dois filósofos que não são vizinhos estão almoçando (M_6 à M_{10}). As subárvores com raiz em M_1 à M_5 , possuem as mesmas seqüências de disparo de transição, tendo assim comportamentos análogos.

Por isso pode-se obter uma redução neste exemplo através da eliminação de quatro das cinco subárvores com comportamentos análogos (M_1 à M_5).

4.2 Tipos de simetria da rede.

As simetrias existentes em um sistema podem ser classificadas em dois tipos: 1) simetrias existentes desde a marcação inicial que podem ser determinadas de forma estática a partir do conhecimento da rede e da marcação inicial, as quais são denominadas de *simetrias totais*; 2) simetrias que surgem a partir de um determinado ponto de execução da rede, as quais são chamadas de *simetrias parciais*. Estas devem ser determinadas de forma dinâmica, uma vez que dependem do conhecimento da marcação a partir da qual ela surge.

A Figura 4 mostra um exemplo de árvore de alcançabilidade que possui estes dois tipos de simetria. O uso das *simetrias totais* na redução dessa árvore de alcançabilidade resulta na AAR da Figura 5. Não há dúvidas que o uso das *simetrias parciais* durante a fase de redução, permite uma redução maior da árvore, conforme podemos ver na Figura 6.

No método de redução aqui proposto utilizaremos os dois tipos de simetria. Por isso a determinação das simetrias será feita durante a construção da árvore de alcançabilidade.

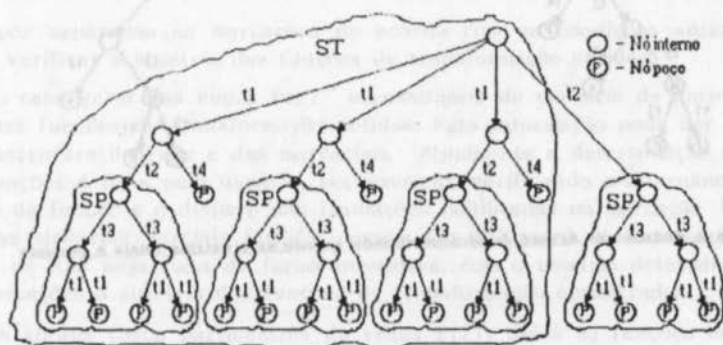


Figura 4. Simetrias em árvore de alcançabilidade

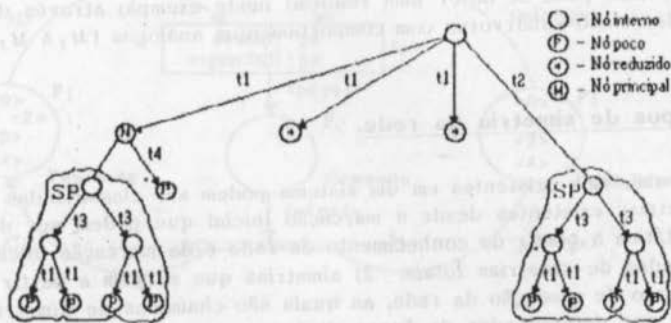


Figura 5. Redução da Árvore de alcançabilidade usando as simetrias totais

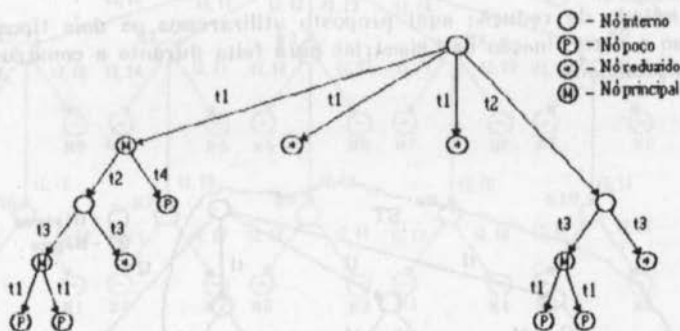


Figura 6. Redução da Árvore de alcançabilidade usando as simetrias totais e parciais

4.3 Determinação da equivalência de duas marcações.

Um dos principais aspectos envolvidos na construção da árvore reduzida, está relacionado com a comparação das marcações. Para podermos reduzir drasticamente o tempo desta comparação, é necessário evitar a construção das subárvores análogas na AAR. Assim, para cada nova marcação gerada procuraremos de-

terminar se existe uma equivalência desta marcação com as outras marcações já encontradas, onde esta equivalência indica que a subárvore com raiz em cada uma das marcações possui comportamentos análogos.

Este conceito de equivalência foi introduzido por Huber e assegura que: se duas marcações M_x e M_y são equivalentes então existe uma função simétrica f_s que transforme a marcação M_x na marcação M_y ($M_x = f_s(M_y)$) [Huber 86].

Desta forma o problema da *determinação da equivalência* entre duas marcações fica reduzido ao problema de determinar as *funções de simetria* que transformam uma marcação na outra.

As funções de simetria são determinadas em duas etapas: 1) são encontradas as funções que transformam (*funções de transformação*) uma marcação em outra, através de um processo de generalização onde indivíduos das marcações são substituídos por variáveis; 2) é determinada a simetria destas funções encontradas.

Com o objetivo de diminuir o número de comparações de marcações realizadas durante a construção da AAR, as marcações são divididas de acordo com as três seguintes condições necessárias para a equivalência: 1) devem possuir o mesmo número de indivíduos em cada lugar da rede; 2) cada transição deve estar habilitada pelo mesmo número de indivíduos; 3) deve haver uma função de transformação que transforme uma marcação na outra.

4.4 Verificação da simetria das funções.

Após separadas as marcações de acordo com as condições anteriores, é necessário verificar a simetria das funções de transformação obtidas.

No caso geral das Redes Pr/T necessitamos de um meio de encontrar as simetrias das funções de transformação obtidas. Esta informação pode ser obtida a partir da estrutura da rede e das marcações. Atualmente a determinação da simetria das funções é feita pelo usuário, por exemplo, verificando a alternância entre a aplicação da função e o disparo das transições habilitadas na marcação [Huber 86]. Para que as simetrias parciais também possam ser utilizadas, é necessário que a construção da AAR seja feita de forma interativa, com o usuário determinando em algumas marcações a simetria das funções de transformação encontradas.

Em alguns casos particulares de redes Pr/T, todas as funções de transformação obtidas são simétricas, de forma que a existência de uma função de transformação é condição suficiente para que haja a equivalência entre as duas marcações comparadas. Estes casos correspondem as redes nas quais as transições não modificam os indivíduos das tuplas, e onde somente são realizadas comparações de indivíduos na forma de relações de igualdade ou desigualdade: Estas redes são denominadas de *Redes com Árvore de Alcançabilidade Diretamente Redutível - RDR* (ver [Moec 91]), sendo a sua detecção feita de forma automática através da análise das transições. Assim podemos obter uma AAR de forma completamente automática.

4.5 Algoritmo para construção da árvore de alcançabilidade reduzida.

Descreveremos aqui resumidamente o algoritmo de construção da AAR (a descrição completa é feita em [Moec 91]). A AAR é construída a partir da marcação inicial (M_0), explorando-se em cada nova marcação gerada todas as transições habilitadas com todas as possíveis substituições de indivíduos, criando-se assim novas marcações. A cada nova marcação gerada verifica-se se esta corresponde a uma *marcação poço* ou a uma *marcação equivalente* a outra, já existente na AAR. Os nós destas marcações equivalentes são denominados de *nós reduzidos*, e contém apenas duas anotações: a primeira anotação indica qual a marcação já existente (denominado *nó principal*) que é equivalente a esta marcação, e a segunda anotação que indica as funções de simetria que permitem recuperar a marcação a partir daquela já existente. A terminação do algoritmo ocorre quando todas as marcações terminais da AAR são do tipo poço, ou equivalentes. A Figura 7 apresenta a AAR para o exemplo do almoço dos filósofos, onde fs_i representa as funções de simetria e ID representa a função identidade.

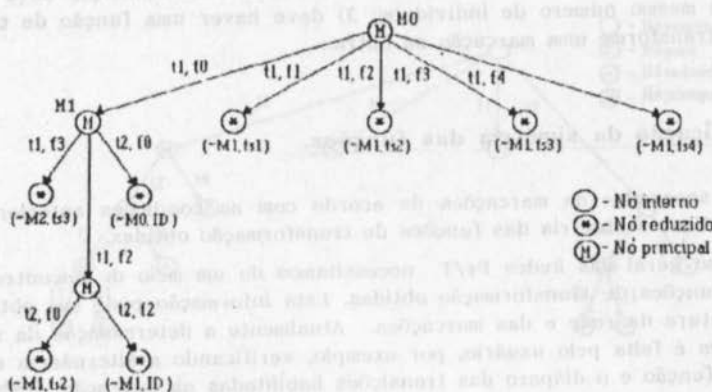


Figura 7. Árvore de alcançabilidade reduzida para o almoço dos cinco filósofos

A partir da AAR podemos obter o Grafo de Alcançabilidade Reduzido (GAR), através de uma pequena modificação na estrutura obtida. A modificação consiste em eliminar dos nós correspondentes as marcações equivalentes, fazendo com que o arco dirigido a este nó seja direcionado para o nó que contém a marcação da anotação. Simultaneamente a anotação das funções de simetria é também

transferida para este nó. O resultado dessa modificação sobre a AAR da Figura 7, resulta na Figura 8, que representa o GAR.

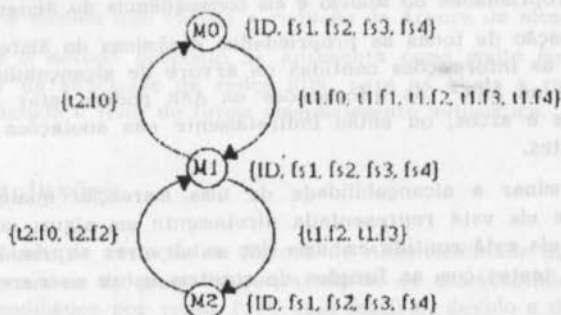


Figura 8. Grafo de alcançabilidade reduzido para o almoço dos cinco filósofos - modelado em rede Pr/T

4.6 Utilização do algoritmo de geração da AAR.

Para ilustrar o uso do método de redução aqui proposto, utilizaremos o exemplo do almoço dos filósofos apresentado na Figura 2.

A partir da marcação inicial M_0 determinamos que a transição t_1 está habilitada para cada um dos cinco filósofos. O disparo da transição t_1 com um dos filósofos resulta em cinco marcações diferentes.

A marcação M_j resultante do disparo de t_1 com o filósofo f_j não é equivalente a M_0 por não atender as condições de equivalência citadas anteriormente. Já as marcações resultantes dos disparos de t_1 com os outros filósofos preenchem as condições necessárias para a equivalência em relação a M_j . Assim encontramos as funções de transformação para cada uma destas marcações e posteriormente verificamos a simetria destas funções. Uma análise das transições mostra que apenas as funções que correspondem a uma rotação de todos os palitos e filósofos são simétricas.

Repetindo este procedimento para cada nova marcação gerada, obtém-se ao final a AAR mostrada na Figura 7.

5. Determinação das Propriedades do Modelo.

A AAR e o GAR uma vez obtidos poderão ser utilizados para a determinação das propriedades do Modelo e em consequência do Sistema Modelado.

A determinação de todas as propriedades dinâmicas do Sistema é possível uma vez que todas as informações contidas na árvore de alcançabilidade completa estão representadas na AAR. As informações na AAR podem estar representadas diretamente nos nós e arcos, ou então indiretamente nas anotações dos nós com marcações equivalentes.

Para determinar a alcançabilidade de uma marcação qualquer da rede deve-se verificar se ela está representada diretamente em algum nó da AAR, ou então verificar se ela está contida em uma das subárvores suprimidas durante a redução, através de testes com as funções de simetria sobre as marcações da AAR [Moec 91].

Uma vez determinada a alcançabilidade de uma marcação, encontrar-se diretamente a seqüência de disparo de transições que conduz a esta marcação. Os indivíduos capturados pelas transições desta seqüência são obtidos através da aplicação da mesma função de simetria utilizada para verificar a alcançabilidade da marcação.

As outras propriedades dinâmicas decorrem diretamente destas duas determinações, sendo que a verificação destas é na maioria dos casos facilitada em relação ao uso da árvore de alcançabilidade completa, uma vez que muitas das redundâncias existentes nesta são suprimidas. Assim, podemos determinar diretamente na AAR as seguintes propriedades: a vivacidade, terminação, reinicialização, e equivalência de linguagem.

6. Comparação com outros métodos.

Ao comparar o método apresentado neste trabalho, com os apresentados em [Hube 86 e Lind 89], podemos tirar as seguintes conclusões:

- Os métodos acima citados apenas permitem a redução de árvores de alcançabilidade de redes que possuem simetria total, enquanto que o método apresentado neste trabalho pode ser aplicado também a redes nas quais a simetria surge durante o disparo das transições (simetria parcial).
- O uso das três condições de equivalência do método proposto neste artigo (item 4.3), leva a uma melhor separação das marcações, resultando num decréscimo do número de comparações feitas durante a construção da AAR.
- Nos métodos citados o usuário deve determinar antecipadamente as simetrias da rede, enquanto que no método proposto esta tarefa é facilitada através da determinação automática das funções de transformação, sendo que o usuário ape-

nas precisa determinar quais das funções encontradas pelo método são simétricas.

A característica acima permite que o usuário aprenda a respeito do Sistema modelado a medida que realiza a redução da árvore de alcançabilidade.

Outrossim o método proposto se apresenta como muito mais eficiente no caso particular da subclasse de redes RDR, para as quais a redução da Árvore de Alcançabilidade é feita de forma completamente automática.

7. Conclusões.

O método de redução da Árvore de Alcançabilidade apresentado neste artigo fornece um meio de garantir que a análise de alcançabilidade para a validação de sistemas modelados por redes Pr/T seja factível, devido a diminuição dos custos de tempo e memória envolvidos no processo.

A redução obtida resulta na supressão de informações que são redundantes para a análise da maioria das propriedades dinâmicas do modelo, o que leva desta forma a uma simplificação da análise.

Ainda é possível alcançar facilmente uma marcação qualquer, o que fornece ao usuário a possibilidade de analisar efetivamente o sistema modelado em função das marcações (estados) que o sistema deve ou não assumir durante o seu funcionamento.

Este trabalho pode ser estendido aos seguintes pontos: estudo da realização dos vários tipos de verificação (lógica e observacional) a partir da AAR e da GAR; melhoria na metodologia proposta, com a determinação de outras condições necessárias para a equivalência de duas marcações, a ampliação da subclasse de RDR e a reutilização da análise das funções de simetria.

Referências Bibliográficas

- [Bour 87] Bourguet, A.: "A Petri net tool for service validation in protocol". Protocol Specification, Testing and Verification VI, (1987), p:281-292.
- [Cour 87] Courtiat, J. P.: "Contribution a la description formelle de protocoles". These Docteur-Ingénieur, Université Paul Sabatier de Toulouse, France, (1987).
- [Diaz 89] Diaz, M.: "Environnements Logiciels pour la conception des Protocoles dans les Systemes distribués". Anais do Seminário Franco Brasileiro em Sistemas Informáticos Distribuídos, Florianópolis, Brasil, (set. 1989), p:28-35.

- [*Genr 87*] Genrich, H. J.: "Predicate/Transition Nets". Lecture Notes in Computer Science, 254, (1987).
- [*Hadd 87*] Haddad, S.: "Une catégorie Régulière de réseau de Petri de Haut Niveau: définition, propriétés et réductions". These Docteur-Informatique, Université Paul et Marie Curie, Paris, France, (1987).
- [*Hube 86*] Huber, P.; Jensen, A. M.; Jepsen, L. Ó.; Jensen, K.: "Reachability Trees for High-level Petri Nets". Theoretical Computer Science, 45:261-292, (1986).
- [*Lind 90*] Lindqvist, M.: "Parametrized Reachability Trees for Predicate/Transition Nets". Proceedings of the 11th International Conference on Application and Theory of Petri Nets, Paris, France, (jun. 1990), p:22-42.
- [*Moeck 91*] Moecke, M.: "Um Método de Redução da Árvore de Alcançabilidade de Sistemas Modelados por Redes de Petri Predicado/Transição, Mantendo a Capacidade de Análise". Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, (1991).
- [*Petr 62*] Petri, C. A.: "Kommunikation mit Automaten". Schriften des Rheinisch Westfälischen Institutes für Instrumentelle Mathematik Nr. 3, Universität Bonn, (1962).
- [*Valm 89*] Valmari, A.: "Stubborn Sets for Reduced State Space Generation". Proceedings of the 10th International Conference on Application and Theory of Petri Nets, Bonn, West Germany, (jun. 1989), v.2, p:1-22.