Explorando Funções Lineares através da Dobradura do Barco: Uma Abordagem Interativa para a Educação Matemática

Rafaela de A. Germano[1], Natália Bernardo Nunes [2], Aline Silva de Bona[3]

[1]Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Rio Grande do Sul – (IFRS) – Osório, RS – Brazil

[2]Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio- grandense – (IFSul) – Passo Fundo, RS, Brazil

[3]Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Rio Grande do Sul – (IFRS) – Osório, RS – Brazil

2019006586@aluno.osorio.ifrs.edu.br, nataliabernunes@gmail.com, aline.bona@osorio.ifrs.edu.br

Abstract. *This article details a pedagogical activity in which students are required to find linear functions using paper boat paper folding. The activity involves constructing boats from squares of different sizes and measuring their dimensions to establish relationships between the measurements of the boat's parts, such as the base and height. These relationships are then analyzed to derive linear functions. Students are also challenged to represent these functions in graphs, both on paper and using the GeoGebra software, to visualize their properties. Active participation of students with autism was observed in all stages of the learning process, making it meaningful for them.*

Resumo. *Este artigo detalha uma atividade pedagógica na qual os estudantes devem encontrar funções lineares utilizando dobraduras de barcos feitos com papel. A atividade envolve a construção de barcos a partir de quadrados de diferentes tamanhos e a medição de suas dimensões, de modo a estabelecer relações entre as medidas das partes do barco, como a base e a altura, e depois analisar essas relações para derivar funções afim. Os estudantes também são desafiados a representar essas funções em gráficos, tanto no papel quanto usando o software GeoGebra, para visualizar suas propriedades. Foi observada uma participação ativa de estudantes com autismo em todas as etapas do processo de aprendizagem, tornando-a com significado para eles.*

1. Introdução

Diante do processo acelerado de mudanças na atualidade, exigindo sempre novidades para os diferentes meios de convívio, a educação encontra um impasse para encontrar um método educacional eficaz para o aprendizado dos educandos. Contudo, teorias de aprendizagem já são estudadas há várias décadas para lidar com o cérebro humano em sala de aula e que podem ser utilizadas ainda na atualidade. Piaget (1987) defende, na teoria construtivista, que a construção do conhecimento ocorre quando se aprende novas informações com o uso de conhecimentos prévios, além de necessitar do envolvimento com o meio que o indivíduo está inserido, tornando-o protagonista do conhecimento.

Nesse sentido, a dobradura é um elemento comum para a maioria dos indivíduos, por ser presente em brincadeiras e atividades infantis, e assim torna-se um

DOI: 10.5753/sbie.2024.242140

elemento pedagógico para o estudo e modelagem das suas relações para o ensino de matemática. Portanto, o presente trabalho apresenta um relato de experiência da aplicação de uma dobradura de barco em uma aula de matemática para explorar funções lineares com estudantes do Ensino Médio.

A atividade proposta foi realizada com turmas de ensino médio e os resultados apresentados são de estudantes com o Transtorno do Espectro Autista (TEA) e envolve a construção de barcos de papel a partir de quadrados de diferentes tamanhos. O objetivo é demonstrar a relação entre as medidas dos barcos e as funções lineares, incentivando os estudantes a aplicar conhecimentos matemáticos na prática. Através de medições, desenhos e o uso de ferramentas tecnológicas como o *GeoGebra*, os alunos terão a oportunidade de explorar funções em um contexto realista.

2. Referencial Teórico

2.1. Educação Matemática e as Dobraduras

Segundo Magalhães *et al* (2023), a criatividade e o trabalho colaborativo são resultados encantadores na ação de realizar dobraduras em sala de aula. Na educação matemática, atividades como a dobradura de papel podem ser ferramentas eficazes para ensinar conceitos abstratos de maneira prática e concreta, pois "seguir as instruções em uma dobradura possui o mesmo papel de um algoritmo matemático" [Pereira, 2023]. Os estudantes são desafiados a aplicar conceitos matemáticos em cenários reais, desenvolvendo habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico. Além disso, as habilidades motoras exploradas são vitais para o desenvolvimento do pensamento intuitivo e da representação mental do espaço, conforme ressalta Piaget (1987). A dobradura do barco, por exemplo, é uma prática que ajuda a explorar conceitos de geometria, tais como área, perímetro e simetria, enquanto também oferece oportunidades para a descoberta de funções lineares.

Seguindo a premissa proposta por Piaget, Fiorentini (2011) traz que uma aprendizagem com significado e interação com o meio faz com que os educandos aprendam também "a estabelecer uma relação mais exploratória e problematizadora dos conhecimentos escolares, possibilitando o desenvolvimento de uma prática interativa e construtiva com os alunos em relação à aprendizagem matemática" [Fiorentini, 2011, p. 16].

A investigação matemática traz contexto para o conhecimento a ser adquirido, apresentando a conexão do conteúdo de matemática com a comunicação e a realidade do estudante, já que os indivíduos não captam a mesma informação da mesma maneira, pois esta será relacionada com as suas vivências [D'Ambrósio, 1996]. Estas vivências incluem as diferentes estruturas cognitivas também relacionadas a estudantes com condições especiais, como o TEA. Quando o contexto é a dobradura, a investigação apresenta um elemento comum interrelacionado com diferentes realidades, reunindo todos os conhecimentos em uma mesma atividade. Em um resultado final, o pensar a matemática diante do contexto da dobradura e a exploração da lógica do passo a passo e de questões resolvidas, além de atrelar a matemática com outras áreas, como a informática e artes, assim se estendendo a uma abstração refletida para trazer o

Pensamento Computacional (PC) para o contexto dos estudantes [Bona, Rocha e Basso, 2023].

O uso de softwares como o *GeoGebra*[1], além de ser uma tendência de tecnologia em Educação Matemática [Pereira e Machado, 2023], tem se tornado uma prática comum em aulas de matemática e é um elemento que auxilia no estudo de funções lineares. Ao representar relações lineares em um gráfico, os estudantes podem desenvolver uma compreensão mais profunda dos conceitos de inclinação. O *GeoGebra* também permite explorar a simetria de formas geométricas, facilitando o estudo de funções e suas aplicações.

2.2. Pensamento Computacional

O PC, definido por Wing (2006) como a capacidade de resolver problemas complexos e que todos deveriam ser cientistas da computação, é abordado como metodologia de acordo com Vicari, Moreira e Menezes (2018), com um aspecto importante nesta atividade com seus pilares de decomposição, abstração, algoritmos e reconhecimento de padrões, tornando-se, assim, uma metodologia para resolver problemas. No contexto deste trabalho, as dobraduras geram diversos problemas para resolver, como montagem, requisitos iniciais, como se dá cada passo, bem como suas relações matemáticas, como a relação da medida inicial do papel com o modelo final, por exemplo. Nunes *et al* (2021) apresentam o PC como uma solução para a adequação dos métodos de ensino no Brasil com as competências exigidas na sociedade atual. Ademais, os mesmos autores defendem que o PC traz um desenvolvimento da percepção global da tecnologia, deixando de ser um consumidor passivo e estimulando a sua criatividade ao entender o chamado letramento tecnológico [Nunes *et. al.,* 2021].

Ao criar barcos de papel, os estudantes devem seguir um algoritmo para as dobras, medir as dimensões e fazer cálculos precisos. Esse processo desenvolve habilidades de resolução de problemas e raciocínio lógico, além de promover a aplicação de conceitos matemáticos de maneira interativa.

Dessa forma, a atividade de dobrar barcos de papel, combinada com o uso de ferramentas tecnológicas como o *GeoGebra* é uma abordagem baseada no PC, oferece aos estudantes uma experiência educacional rica e multifacetada. Essa abordagem integra conceitos matemáticos com práticas criativas, aprimorando a compreensão dos estudantes e sua capacidade de aplicar a matemática em contextos práticos.

3. Metodologia

A atividade está atrelada ao projeto de pesquisa, com fomento do CNPq, intitulado "A modelagem de matemática em situações contextualizadas criativas mediadas pelo pensamento computacional", em desenvolvimento desde setembro de 2023[2], que tem por objetivo promover a educação matemática por meio de dobraduras de papel desplugadas e plugadas sob a metodologia do Pensamento Computacional. O projeto de pesquisa faz uso da metodologia da pesquisa-ação, pois é essencialmente colaborativo, e

[1] Disponível em: https://geogebra.org/

[2] O presente trabalho foi realizado com apoio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS).

cooperativo, entre todos envolvidos: escolas - professores e estudantes, professores e estudantes de ensino médio e superior do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Osório, e comunidade acadêmica.

Desta forma, a atividade trabalha com práticas docentes investigativas que tornam-se encantadoras para estudantes com condições especiais, como o TEA. Nesse sentido, atividades com significado e contexto despertam a curiosidade e passa a construir a matemática com estes alunos e assim entendendo os conceitos de forma gradual, pois é uma aprendizagem com significado. Entende-se que para uma aprendizagem ser de fato inclusiva ela deve partir do pressuposto de que todas as etapas servirão para promover o desenvolvimento e cabe ao professor planejar inclusivamente. No caso do autismo, deve ser dada a importância na curiosidade do estudante para desenvolver o foco do mesmo e assim ele passa a realizar a construção do seu conhecimento e sentindo-se parte do processo de aprendizado [Fiorentini, 2011].

Cada prática resultado da pesquisa, como aqui relatada, é conduzida por um processo dialógico, partindo da curiosidade da dobradura de papel, e em sequência percorrendo pelos pilares do PC, que é a metodologia da ação pedagógica da pesquisa, sem a necessidade direta de citar os pilares. Mas ao irem resolvendo o algoritmo da dobradura, e entendendo a sequência, surgem os conceitos de matemática, num paralelo com a construção, e por fim, as reflexões conceituais quanto aos resultados de matemática desta dobradura. Novamente o PC fica evidente e organizado o raciocínio aos estudantes: a decomposição no momento que cada parte depende da execução da sua anterior; a abstração ao se ater a uma execução de cada vez, e entender que movimento deve ser realizado em um passo específico; o reconhecimento de padrões ao observar a figura final e tentar reproduzi-la de acordo com os passos dados; e o algoritmo quando entende-se e segue a sequência de passos dados para o objetivo final que é o modelo pronto.

Para esta prática foram dados os algoritmos descritos e somente com imagens para que os estudantes participantes executassem o barco. As Figuras 1 e 2 mostram os algoritmos dados aos estudantes. Para fins de organização neste texto, o barco resultante do algoritmo da Figura 1 será chamado de Barco 1 e o barco resultante do algoritmo da Figura 2 será chamado e Barco 2.

Nestas figuras, o PC e seus pilares (decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmos) estão claramente presentes. A decomposição do problema é evidenciada pela divisão do algoritmo em passos menores e manejáveis, permitindo que cada etapa seja tratada de forma independente. O reconhecimento de padrões aparece na identificação das semelhanças dentro do problema, como a dobra dos vértices em pontos específicos e a repetição de procedimentos anteriores.

A abstração se manifesta na descrição e apresentação dos principais detalhes sobre onde e como dobrar, como as direções bem definidas no algoritmo do Barco 2. O pilar de algoritmo, está bem definido e claro, garantindo que se siga a ordem correta para obter a forma final do barco.

INSTITUTO FEDERAL
Rio Grande do Sul
Campus Osório

Barco Simples

Materiais necessários:

1 quadrado

Passo a passo:

1 - Pegue um quadrado;

2 - Dobre na diagonal;

3 - Pegue o vértice superior do triângulo isósceles e leve até o ponto médio da base do triângulo;

4 - Pegue o vértice esquerdo da base do trapézio e dobre na lateral do triângulo isósceles no centro do trapézio para cima;

5 - Repita o procedimento com o vértice direito;

6 - Pegue o vértice inferior do quadrado e leve até o seu centro;

7 - Vire o barco.

8 - Seu barco está pronto!

Figura 1: Algoritmo do barco a partir de um quadrado

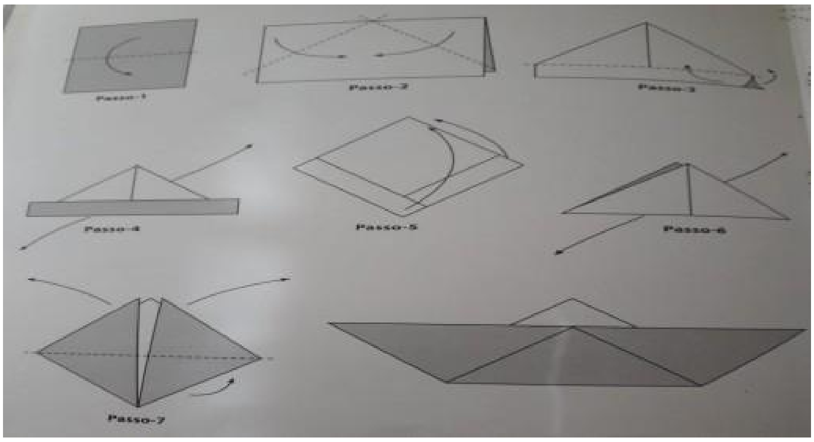

Figura 2: Algoritmo do barco a partir de um retângulo.

3.1. A ação da prática

Os estudantes iniciaram a atividade criando barcos de papel a partir de um quadrado e de um retângulo, seguindo um algoritmo pré-determinado (Figuras 1 e 2). Uma vez que os barcos são construídos, eles mediram as dimensões relevantes, incluindo a base, laterais e altura. As medições foram registradas em uma tabela para posterior análise.

Os estudantes, em seguida, desenharam os barcos no papel, destacando as formas das canoas e velas, e desdobram os barcos para visualizar as relações geométricas finais. Após a confecção dos barcos, os estudantes responderam questões sobre os algoritmos. As perguntas foram se os barcos são iguais, possuem a mesma forma, qual dos algoritmos foi mais fácil fazer, as dificuldades e se fossem fazer um, como fariam, foi questionado se os alunos conheciam outras formas de realizar a dobradura do barco, solicitando que compartilhassem.

Em seguida, usaram o *GeoGebra* para criar gráficos das funções derivadas das medições, comparando as retas obtidas com as medidas reais dos barcos. A tarefa solicitava que mostrassem como chegaram nas relações, isto é, nas equações de 1º grau de cada barco e como desenharam no software. Depois das relações inseridas no *GeoGebra,* o desafio era que fizessem as dobraduras no formato de três dimensões no mesmo programa.

Das últimas questões, os estudantes deveriam responder utilizando funções/equações para ilustrar as medidas genéricas de um quadrado de lado L para encontrarem qual a relação matemática existente na medida inicial dos quadrados com as medidas finais dos barcos. Por fim, os estudantes deveriam criar uma pergunta ou atividade que envolvesse conceitos e conteúdos de geometria analítica para os colegas mediante resolução.

Os dados apresentados na próxima seção são resultados de alunos com TEA que, ao longo do desenvolvimento das atividades propostas e diálogo com a docente que aplicou a atividade, se mostraram interessados e engajados com as atividades.

4. Resultados e discussão

Os estudantes observaram que as funções modelam as relações entre as medidas dos barcos. Por exemplo, ao analisar as medidas da base, laterais e altura, eles constataram que a função afim correspondente é uma reta, ou seja, uma relação de grau 1. As medições foram consistentes para os diferentes tamanhos dos barcos, indicando que as funções afim são adequadas para descrever as relações geométricas.

Os gráficos criados no *GeoGebra* confirmaram a linearidade das relações, e os estudantes puderam ajustar os coeficientes das funções para obter gráficos mais precisos. Além disso, os estudantes puderam visualizar a simetria dos barcos e como as funções afim podem ser aplicadas para modelar as formas dos barcos. Nesse contexto, é evidenciado o pilar de decomposição do PC, ao dividir uma figura completa e analisar cada etapa dela de maneira individual, atrelado ao pilar de abstração, pois os estudantes desenvolveram a capacidade de dividir um problema em problemas menores, neste caso, funções lineares. A Figura 3 apresenta as funções encontradas e inseridas no GeoGebra por um estudante.

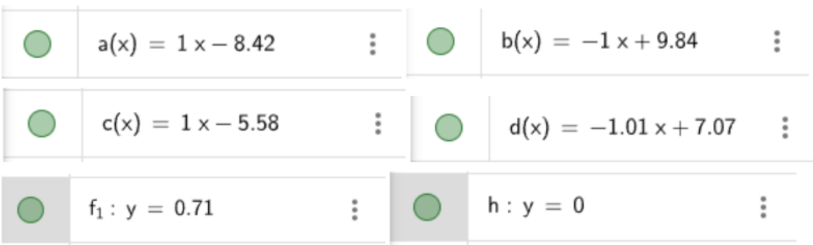

Figura 3: Equações do primeiro grau inseridas no GeoGebra.

Ainda na Figura 3 vale ressaltar que as equações construídas pelos estudantes foram feitas a partir de relações encontradas na dobradura de um dos barcos. Essas funções construíram o barco da Figura 4, que é equivalente ao Barco 2. Além disso, a Figura 5 apresenta a resolução de um estudante também com relações com funções lineares para o Barco 2.

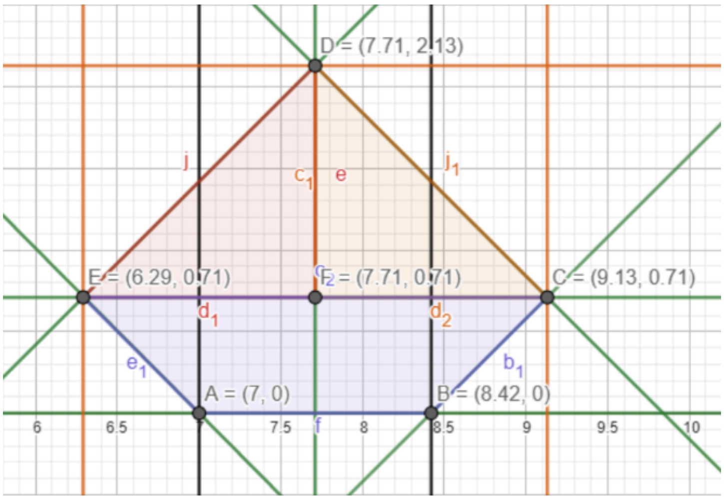

Figura 4: Barco construído com as funções de 1º grau.

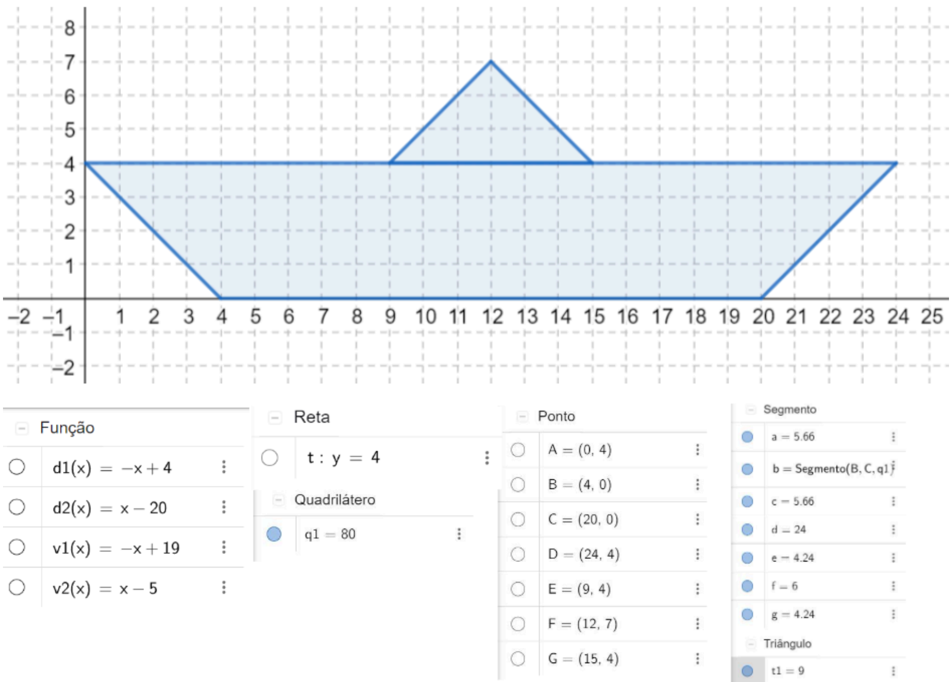

Figura 5: Barco e funções de 1º grau inseridas no software GeoGebra.

Além das relações apresentadas no *GeoGebra*, os mesmos estudantes responderam à pergunta: “Qual a relação matemática que existe entre as medidas do quadrado ou retângulo inicial e as dimensões do barco final de dobradura?”. Conforme as Figuras 6 e 7, observa-se que, enquanto um estudante utilizou da linguagem corrente, ou seja, de texto para expressar sua ideia, outro utilizou a linguagem matemática para chegar à solução.

A relação matemática entre as medidas do quadrado ou retângulo inicial e as dimensões do barco final de uma dobradura é dada pela fórmula:

Largura do barco final = (Largura do quadrado ou retângulo inicial) / √2

Comprimento do barco final = (Comprimento do quadrado ou retângulo inicial) / √2

Essa fórmula é derivada do processo de dobradura, onde o quadrado ou retângulo inicial é dobrado ao meio e depois dobrado novamente ao meio para formar o barco final. A largura e o comprimento do barco final são reduzidos em um fator de √2 em relação ao quadrado ou retângulo inicial.

Por exemplo, se o quadrado ou retângulo inicial tem uma largura de 10 cm e um comprimento de 20 cm, então o barco final terá uma largura de 10 cm / √2 = 7,07 cm e um comprimento de 20 cm / √2 = 14,14 cm.

Essa fórmula é útil para calcular as dimensões do barco final antes de realizar a dobradura, para garantir que o barco tenha as dimensões desejadas.

Em resumo, a raíz de 2 é importante na fórmula para calcular as dimensões do barco final em uma dobradura porque representa a redução de tamanho que ocorre durante cada dobramento. Essa redução é derivada de um triângulo retângulo que é formado durante o processo de dobramento na diagonal.

Figura 6: Algoritmo do Barco 1 a partir de um retângulo.

Observação: aqui precisa encontrar a função/equação, por exemplo, para ILUSTRA, dado lado L do quadrado inicial, o barco final tem a altura L/2????

Decidimos fazer usando o barco do algoritmo 2: retângulo inicial: L1 ≃ 30 L2 = 21 barco: Bme ≃ 13 d ≃ 7 v ≃ 6

v = L1/5 d = L2/3 Bme = L1 / √2

v1(x) = x + L1/5

v2(x) = -x + L1/5

Bme(x) = -L1/ √2

d1(x) = x - 6(L2/3)

d2(x) = -x - 6(L2/3)

Figura 7: Algoritmo do Barco 2 a partir de um retângulo.

Na análise das respostas elaboradas pelos estudantes, observa-se todas as etapas presentes nas suas construções juntamente com o PC: a interpretação do algoritmo, observada na Figura 6 quando o estudante interliga a resposta do problema com um passo do algoritmo no trecho “dobrado ao meio e depois dobrado novamente no meio para formar o barco final”, entendendo como “barco final” a dobradura pronta, a realização dos cálculos para justificar a relação encontrada e ainda justifica o uso de uma fórmula específica e a raiz de 2, ou seja, tratando do pilar de abstração, que apresenta como cada partição de sua resolução interfere no processo e no resultado final.

Já na Figura 7, o estudante apresenta em sua resolução que ele utilizou o pilar de decomposição, pois ele chamou de “retângulo inicial” a variável que iria partir para encontrar a função/equação solicitada. Dado este retângulo, ele utiliza o pilar de reconhecimento de padrões para elaborar um algoritmo (matemático) que representasse as relações resultantes do algoritmo (dobradura) proposto.

5. Considerações Finais

O presente trabalho discute a potencialidade da dobradura para trabalhar o PC conforme trazem Germano e Bona (2023) e relata uma experiência com uma atividade para estudantes do ensino médio atrelada a relações matemáticas no conteúdo de função linear. Nesse sentido, foi apresentada a inclusão de estudantes com TEA e como os mesmos solucionaram o problema proposto durante a aplicação.

A atividade proporcionou uma experiência prática enriquecedora para os estudantes ao explorar funções através da dobradura do Barco. Eles puderam verificar na prática como as funções afim modelam as relações entre as medidas dos barcos e como essas relações podem ser visualizadas graficamente. O uso de ferramentas tecnológicas como o *GeoGebra* facilitou a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos.

A atividade também destacou a importância de medições precisas e a aplicação de conhecimentos teóricos na resolução de problemas práticos. Para os estudantes com diferentes níveis de habilidade, incluindo aqueles com autismo, a atividade ofereceu uma oportunidade de explorar conceitos matemáticos de forma lúdica e interativa de forma que o processo faça com que os estudantes sintam-se integrantes da construção do conhecimento, com significado, conforme Fiorentini (2011) e contexto para do desenvolvimento ter a aprendizagem como resultado [Piaget, 1897]. Desta forma, o PC é potencializado com a dobradura e esta, por sua vez, apresenta sentido e significado para o aprendizado do educando.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao edital PROPPI Nº 12/2023 – De Bolsas De Iniciação Científica – PIBIC/PIBIC-Af/PIBIC-EM/IFRS/CNPq – PROBIC/IFRS/Fapergs – 2023/2024 que oportuniza o pagamento de uma bolsa de pesquisa para duas das autoras.

Referências

Bona, A. S. D.; Rocha, K. C.; Basso, M. V. A. (2023) "Uma Prática Investigativa com Dobraduras ancorada no Pensamento Computacional e na Abstração Reflexionante". In: Workshop de Informática na Escola (WIE), Passo Fundo/RS. Anais [...]. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2023. p. 202-212. DOI: https://doi.org/10.5753/wie.2023.234378.

D'Ambrosio, Ubiratan. Educação Matemática: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

Fiorentini, D. (2011). "Investigação em Educação Matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional: desafios e possibilidades de aproximação". In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM), Recife/PE. Disponível em: https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2910/1225 . Acesso em: jun. de 2024.

Germano. R. A; Bona, A. S. D. A Dobradura E O Uso Pensamento Computacional No Período de Sondagem nas Aulas de Matemática. Mostra de Ensino, Pesquisa e

Extensão (MoExP), 13º Edição, 2023, Osório - RS. Resumos… Disponível em: https://moexp-2023.osorio.ifrs.edu.br/uploads/anai/2023/Anais%20MoExP%202023.2351.pdf.

Magalhães, M. B.; Bona, A. S. D.; Kologeski, A. L.; Mattos, V. D. P. (2023) “Um “Objeto de Fazer Pensar” Desplugado, Plugado e Maker: a Estrela de Dobradura”. In: Workshop de Informática na Escola (WIE), Passo Fundo/RS. Anais [...]. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2023. p. 1090-1100. DOI: https://doi.org/10.5753/wie.2023.235053.

Nunes, N. B.; Bona, A. S. D.; Kologeski, A. L.; *et. al.* (Des)Pluga: O Pensamento Computacional Aplicado em Atividades Inovadoras: Revista Contexto & Educação, [S. l.], v. 36, n. 114, p. 72–88, 2021. DOI: https://doi.org/10.21527/2179-1309.2021.114.72-88.

Pereira, A. M.; Machado, L. B. (2023) “O uso do GeoGebra para construir um círculo trigonométrico”. In: Workshop de Informática na Escola (WIE), Passo Fundo/RS. Anais [...]. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2023. p. 288-297. DOI: https://doi.org/10.5753/wie.2023.234428.

Pereira, M. L. C. C. “Aula Prática de Origami na Matemática no Ensino Remoto”. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. Rio de Janeiro, UFRJ, 2023.

Piaget, J. O nascimento da inteligência na criança. 4. ed. Rio de Janeiro: Guanabara, 1987

Wing, J. M. (2006), “Computational Thinking”, In: Communications of the ACM, vol. 49, n. 3, p.33-35, March.