

CG.lab: desenvolvimento e avaliação de uma plataforma interativa para apoio no ensino de álgebra linear aplicada à computação gráfica

Mateus Sousa Damiano¹, Rafael Fernandes Ivo¹

¹Universidade Federal do Ceará (UFC) - Campus Russas

mateusdamiano@alu.ufc.br, rafaelivo@ufc.br

Abstract. Computer graphics is a field of technology that heavily relies on various concepts of linear algebra. Students often report difficulties with theoretical mathematical concepts, such as the lack of visualization of the practical applications of what is learned. To bridge this gap, this paper proposes the development and analysis of an interactive and visual platform for linear algebra applied to computer graphics. The platform, called CG.lab, allows students to solve problems interactively, with visualization of mathematical concepts and real-time feedback on their mistakes and correct answers. Although still in its early stages, the study conducted in this work indicated a positive reception from the students.

Resumo. A computação gráfica é uma área da tecnologia que se apoia fortemente em diversos conceitos de álgebra linear. Os estudantes frequentemente relatam dificuldades com os conceitos matemáticos teóricos, como a falta de visualização das aplicações práticas do que é aprendido. Para reduzir esta lacuna, este artigo propõe o desenvolvimento e análise de uma plataforma interativa e visual de álgebra linear aplicada à computação gráfica. A plataforma, chamada CG.lab, permite que os alunos resolvam questões de forma interativa, com visualização dos conceitos matemáticos e feedback em tempo real dos erros e acertos. Embora ainda em estágio inicial, o estudo realizado neste trabalho apontou uma recepção positiva por parte dos estudantes.

1. Introdução

A computação gráfica é uma área essencial da computação aplicada em diversos campos da sociedade, desde seu uso no âmbito do entretenimento, com jogos e animações, até aplicações científicas de simulações médicas e físicas [Shirley and Marschner 2016] [Hughes et al. 2013]. No contexto acadêmico, a computação gráfica apoia-se fortemente em conceitos matemáticos, sendo a álgebra linear um dos pilares fundamentais para a área.

No entanto, segundo [Moro et al. 2016], o ensino de álgebra linear apresenta desafios tanto para professores quanto para alunos, especialmente a abstração envolvida nos conteúdos. Os autores apontam que a principal dificuldade no ensino de álgebra linear é a complexidade dos conceitos teóricos formais, como espaços vetoriais e matrizes, tornando o aprendizado desafiador. Além disso, os autores também afirmam que os alunos frequentemente relatam dificuldades em visualizar aplicações práticas dos conceitos abordados na disciplina, reduzindo sua motivação e engajamento com a disciplina.

A problemática também é reforçada por [Singh et al. 2021], que analisaram as principais dificuldades enfrentadas por estudantes de álgebra linear e destacaram que a falta de visualização e aplicação prática de conceitos como espaços vetoriais, autovalores e autovetores, representam um grande obstáculo no aprendizado. Os autores compararam vinte *softwares* educacionais voltados para o ensino da disciplina e identificaram que a maioria dos softwares não contempla funcionalidades importantes, como a visualização de matrizes e exercícios práticos.

Diante desse cenário de dificuldade no ensino-aprendizagem, este trabalho propõe o desenvolvimento e uma avaliação da plataforma interativa CG.lab, voltada para o auxílio no ensino de álgebra linear aplicada à computação gráfica. A plataforma funciona como um Laboratório Virtual de Aprendizagem (LVA), promovendo a interação constante com elementos matemáticos e a visualização em tempo real dos conceitos por meio da resolução de exercícios.

Este trabalho conduziu um estudo de caso com alunos da disciplina de Computação Gráfica do semestre 2025.1 da Universidade Federal do Ceará - Campus Russas, com o objetivo de disponibilizar a plataforma ao público álvo e realizar uma avaliação das percepções dos participantes, visando identificar pontos positivos e possíveis melhorias.

2. Trabalhos relacionados

[Andres and de Abreu Cybis 2000] categorizaram softwares educacionais com base nas suas características principais e metodologias de abordagem dos conteúdos em: exercício e prática, tutorial, simulação e modelagem, jogos, hipertexto/hipermídia, tutores inteligentes, hiperdocumento no ambiente de redes. Essa categorização é adotada neste trabalho para comparar aplicações voltadas para o ensino de computação gráfica, álgebra linear e geometria analítica.

Proposto por [Heinemann et al. 2023], o RePiX VR é uma aplicação em realidade virtual voltada para o ensino do conceito de pipeline gráfica de forma interativa e visual. A ferramenta se comporta como um software educacional do tipo tutorial, com a estrutura de um *tour* guiado por um avatar robótico.

O VisEdu-CG, desenvolvido por [Montibeler 2014], consiste de uma aplicação web voltada para o ensino de conceitos de transformações geométricas e câmera, categorizado como um software de simulação e modelagem.

Desenvolvido por [Battaiola et al. 2002], o Edugraph é um software educacional voltado para o ensino de conceitos de computação gráfica. Consiste de um jogo educacional em que sua progressão ocorre mediante a realização de tarefas, que podem incluir perguntas e respostas ou atividades práticas, como montagem e movimentação de formas e objetos.

Diferentemente do RePiX VR e do VisEdu-CG, que se concentram em conceitos específicos da computação gráfica, e do Edugraph, que adota uma abordagem lúdica baseada em tarefas e jogos, a plataforma CG.lab foca no núcleo matemático da disciplina de computação gráfica com exercícios de álgebra linear e permitindo *feedback* imediato.

Softwares educacionais como o LAVIMAT [de Araújo 2024] (uma plataforma que reúne diversos recursos externos sobre matemática, como materiais didáticos, atividades

interativas e jogos educativos) e o GeoGebra [Hohenwarter and Fuchs 2004] (uma ferramenta de geometria interativa) apresentam os conceitos matemáticos de forma bastante ampla, permitindo que os usuários explorem livremente por meio da própria curiosidade, mas sem seguir uma estrutura organizacional definida. Em contraste, este trabalho propõe uma abordagem mais estruturada, com progressão gradual de dificuldade nos conteúdos, visando apoiar o ensino da matemática de maneira mais orientada e sequencial.

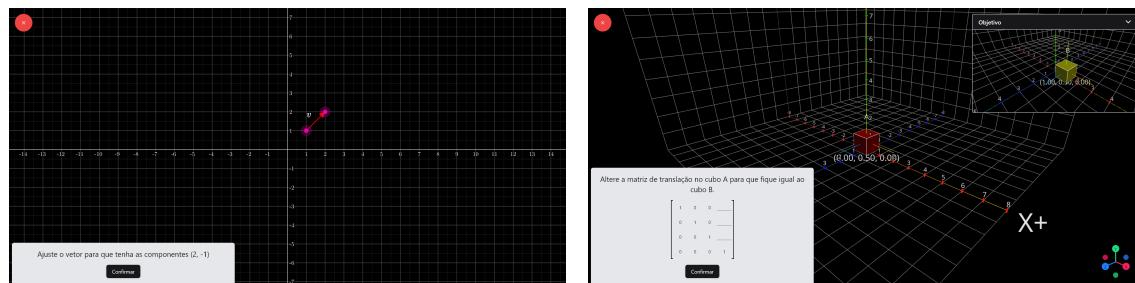
Em comparação com os demais trabalhos, que se encaixam principalmente em somente uma das categorias de software educacional, este trabalho se enquadra em mais de uma categoria ao mesmo tempo, sendo elas: exercício e prática, e simulação e modelagem.

3. Desenvolvimento

A principal motivação para o desenvolvimento da plataforma CG.lab¹ é a dificuldade enfrentada por graduandos na disciplina de Computação Gráfica, conforme relatado pelo professor responsável. Dada a ampla gama de conceitos matemáticos envolvidos, este trabalho foca nos fundamentos de álgebra linear aplicados a sistemas gráficos, visando tanto à consolidação dos conteúdos abordados em sala de aula quanto ao aumento da motivação dos alunos, ao perceberem a aplicação prática dos conceitos teóricos.

Desenvolvida pelos autores, a CG.lab é uma aplicação web com exercícios interativos baseados em conceitos essenciais de álgebra linear presentes em livros clássicos da área, como os livros de [Shirley and Marschner 2016], [Hughes et al. 2013] e [Lengyel 2012].

Os exercícios cobrem os conteúdos de pontos, vetores, soma de vetores, produto escalar, módulo de vetores, matrizes e transformações geométricas (translação, rotação e escala), destacando o impacto da ordem de multiplicação. Os conceitos são apresentados de forma interativa e visual, com foco na resolução de problemas. A Figura 1 apresenta exemplos de exercícios 2D e 3D da plataforma.



(a) Exercício 2D sobre vetores

(b) Exercício 3D sobre matrizes

Figura 1. Exemplos de exercícios da plataforma CG.lab

A plataforma possui 210 exercícios fixos com o objetivo de ajudar na compreensão do conteúdo seguindo uma progressão de dificuldade. Além destes exercícios, o usuário tem a possibilidade de realizar exercícios com valores aleatórios de entrada e saída, visando fornecer uma maior variedade de práticas. Nos exercícios fixos, os valores

¹<https://cg-lab.vercel.app>

são previamente definidos (ex.: ajustar o ponto para a posição definida). Já nos exercícios aleatórios, os valores são gerados de forma automática e aleatória a cada novo exercício criado (ex.: vetores com diferentes coordenadas em cada geração), permitindo ao aluno aplicar o mesmo conceito em situações variadas.

Os exercícios da plataforma foram organizados em quatro tipos, com diferentes formas de interação. O primeiro tipo, desafios em cenários interativos, permite que o usuário manipule diretamente objetos na cena (Figura 1a). O segundo tipo, completar espaços vazios, apresenta questões com lacunas em matrizes ou coordenadas, a serem preenchidas com alternativas corretas. O terceiro tipo de exercício propõe reordenar operações de multiplicação de matrizes, auxiliando na compreensão da influência da ordem das transformações. Por fim, o tipo de exercício de manipulação de parâmetros exige que o usuário ajuste valores de vetores ou matrizes para alcançar um objetivo, como ilustrado na Figura 1b.

Os requisitos funcionais da plataforma foram levantados inicialmente com a técnica de brainstorming, em conjunto com o professor da disciplina. A seguir, aplicou-se a técnica de benchmarking para comparar boas práticas de plataformas semelhantes. Foram analisadas as abordagens do Duolingo [Duolingo 2012], conhecido pela gamificação no ensino de línguas, e do Brilliant [Brilliant 2012], que utiliza métodos interativos no ensino de matemática. A comparação permitiu priorizar os requisitos mais relevantes para o contexto da CG.lab.

Com o objetivo de proporcionar uma experiência de usuário fluida e intuitiva, a plataforma foi desenvolvida utilizando tecnologias web modernas. Essa abordagem permite o acesso à aplicação a partir de qualquer dispositivo com navegador, eliminando a necessidade de instalação de softwares.

A aplicação foi desenvolvida com o *framework* Next.js e a linguagem TypeScript, priorizando desempenho, escalabilidade e segurança. Para visualizações 2D e 3D interativas, foram utilizadas as bibliotecas Mafs e React Three Fiber, respectivamente. O gerenciamento de estado é feito com Zustand, enquanto a interface gráfica utiliza componentes da shadcn-ui. O backend é fornecido pela plataforma Convex, e a aplicação está hospedada gratuitamente na Vercel.

4. Metodologia

O trabalho consiste de um estudo de caso realizado na turma da disciplina de computação gráfica, possuindo uma abordagem mista de coleta e análise de dados, no qual foram coletados dados qualitativos e quantitativos.

4.1. Estudo de caso

O estudo de caso foi realizado com a turma do semestre 2025.1 da disciplina de Computação Gráfica da Universidade Federal do Ceará - Campus Russas. Todos os participantes já haviam cursado a disciplina de Álgebra Linear, uma vez que ela é pré-requisito para cursar a disciplina de Computação Gráfica. Ao todo, 32 alunos participaram de forma voluntária, seguindo instruções previamente definidas pelos autores durante uma das aulas da disciplina.

Com o objetivo de garantir o uso completo das funcionalidades da plataforma, os participantes foram orientados a:

1. Resolver o maior número possível de exercícios fixos de cada conteúdo por 5 minutos, totalizando 40 minutos;
2. Em seguida, dedicar 2 minutos a exercícios aleatórios do mesmo conteúdo (16 minutos no total), permitindo avaliar a experiência diante de variações em relação aos exercícios fixos.

4.2. Coleta e análise dos dados

A avaliação da plataforma foi realizada com um formulário *on-line* via plataforma *Google Forms*. O formulário tem o objetivo de coletar dados qualitativos e quantitativos, utilizando questões abertas e afirmações avaliadas com a escala Likert.

A estrutura da avaliação da plataforma é adaptada das metodologias propostas por [Gladcheff 2001] e [de Oliveira 2001], que busca analisar aspectos de usabilidade e pedagógicos de softwares educacionais. Dessa forma, os formulários e *checklists* elaborados pelos autores foram adaptados para o formato de 12 afirmações aplicadas à uma escala Likert estruturada de 1 a 5 e agrupadas em duas categorias: usabilidade (U1-U6) e critérios pedagógicos (P1-P6). Analisaram-se os dados de forma descritiva por um gráfico de barras elaborado com apoio da plataforma Flourish², para cada grupo de afirmações.

Além disso, foram coletados dados qualitativos com questões abertas sobre a experiência e *feedbacks* dos participantes em relação à plataforma. Essas questões também buscam sugestões de melhorias, possibilitando avaliar a viabilidade de implementá-las em trabalhos futuros. As perguntas estão apresentadas na Tabela 1.

| Nº | Questão |
|----|---|
| Q1 | Como você descreveria sua experiência geral com a plataforma? Quais aspectos se destacaram positivamente e quais poderiam ser aprimorados? |
| Q2 | Há algum aspecto da ferramenta que você acredita que poderia melhorar para abordar melhor os conteúdos? |
| Q3 | Você encontrou alguma dificuldade ao utilizar a plataforma? Se sim, descreva quais foram e como você acha que eles poderiam ser resolvidos. |
| Q4 | Quais funcionalidades da ferramenta você considera essenciais para o seu aprendizado? Explique o motivo. |

Tabela 1. Questões abertas para análise qualitativa

Para analisar os dados qualitativos, aplicou-se uma análise de conteúdo [Bardin 2016] sobre as questões abertas do formulário, com apoio do software ATLAS.ti³. O procedimento incluiu a leitura e organização das respostas (pré-análise), a codificação temática do material e, por fim, o agrupamento em categorias interpretativas. A análise foi conduzida por um dos autores, sem etapa de revisão dos agrupamentos, o que constitui uma limitação a ser considerada.

4.3. Cuidados éticos

Os participantes foram informados da natureza voluntária do estudo, podendo recusar ou desistir a qualquer momento, sem prejuízos. O estudo não apresentou riscos à integridade

²<https://flourish.studio/>

³<https://atlasti.com>

dos participantes e destacaram-se como benefícios o reforço dos conteúdos da disciplina e a contribuição para aprimoramento da plataforma. Antes de responderem ao formulário, todos concordaram com um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, que abordava a anonimização dos dados, os objetivos do estudo e a voluntariedade da participação.

5. Resultados

O formulário obteve 13 respostas submetidas. Na Figura 2 é possível observar um gráfico de barras para as respostas quantitativas sobre a usabilidade da plataforma. Identificou-se que os participantes tiveram uma experiência positiva em geral (U1-U4), com alguns pontos de atenção para correções, que foram identificados nos resultados da análise qualitativa. Na afirmação U5, destaca-se uma pequena discordância, o que pode indicar uma experiência negativa durante o uso.

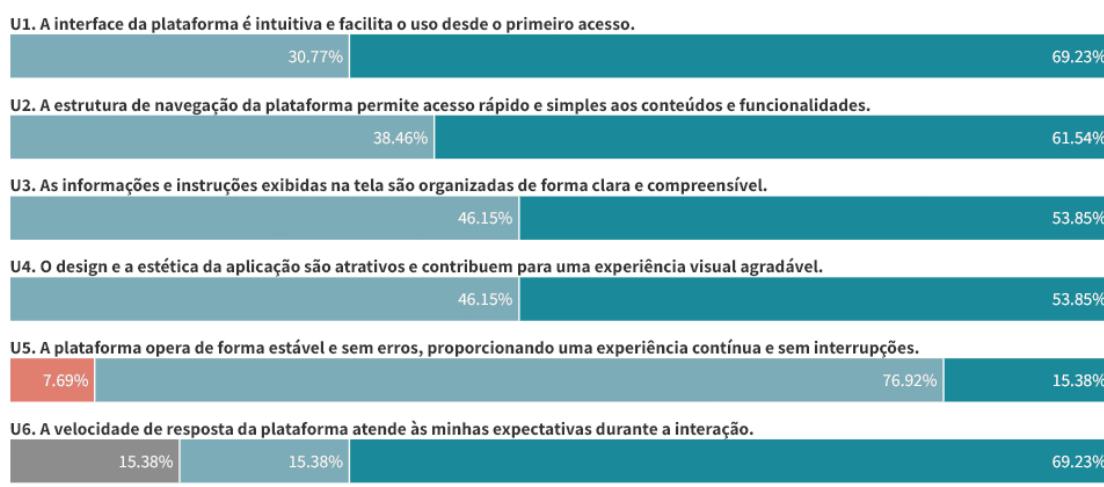


Figura 2. Resultados sobre a usabilidade da plataforma

A Figura 3 apresenta os dados quantitativos sobre as afirmações dos critérios pedagógicos da plataforma. Os resultados se mostraram bastante positivos, com destaque para as afirmações P3 e P6, sobre a eficácia da plataforma em demonstrar os conceitos de álgebra linear aplicados à computação gráfica e utilizar recursos visuais para representar tais conceitos, que obtiveram alta concordância.

A análise de conteúdo das respostas revelou percepções bastante positivas dos participantes em relação à plataforma. Três categorias principais emergiram dos dados: pontos positivos da plataforma, sugestões de melhorias e dificuldades encontradas.

Analizando as respostas das questões Q1 e Q4, destacou-se como ponto positivo o *feedback* em tempo real, citado por diversos participantes como um elemento central para a compreensão dos conceitos abordados. Outro ponto positivo mencionado por alguns participantes foi a organização dos exercícios, elogiada por permitir uma navegação eficiente entre os conteúdos.

Destacou-se também como ponto positivo a visualização prática dos conceitos matemáticos, como no trecho “Ter uma visualização gráfica sobre vetores, pontos, matrizes, e principalmente as transformações geométricas, é muito intuitivo e ajuda a assimilar

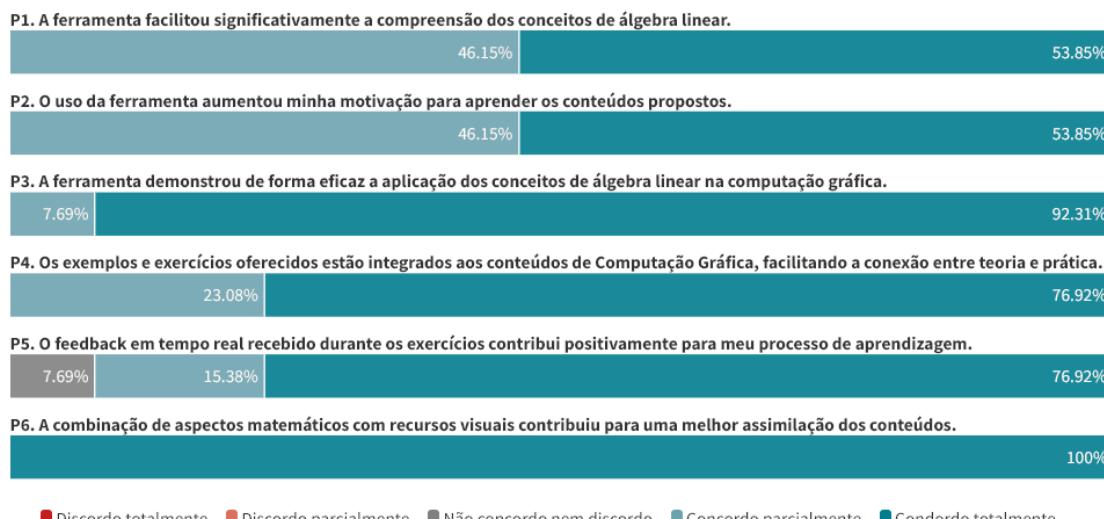


Figura 3. Resultados sobre critérios pedagógicos da plataforma

bastante o conteúdo.”. Esse relato corrobora com o resultado positivo das afirmações P3 e P6.

As respostas das questões Q1 e Q2 levantaram sugestões relevantes para o aprimoramento da plataforma. A sugestão mais frequente foi a de possibilitar pular exercícios, especialmente em situações de dificuldade, como nas respostas: “acho que deveria ter a opção de passar uma questão” e “não há a opção de pular um exercício que eu estiver com dificuldade”.

Outra sugestão de melhoria frequente foi a de incluir apoios conceituais integrados à interface, como fórmulas ou explicações básicas antes ou durante os exercícios. Um participante sugeriu “apresentar conceitos de cada conteúdo”, enquanto outro recomendou “colocar as fórmulas ou bizus nos exercícios”. Além disso, houve sugestões para aumentar a variedade de exercícios, incorporando atividades oriundas de listas propostas pelo professor.

Em relação à questão aberta Q3, que pergunta sobre dificuldades encontradas durante o uso da plataforma, todas as respostas indicaram nenhuma dificuldade enfrentada. Porém, um dos participantes relatou na questão aberta Q1 um problema de usabilidade relacionado à sobreposição visual dos elementos, dificultando a interação com um ponto na cena: “a pergunta ficou por cima do ponto que gostaria de explorar, em determinado momento”. O problema enfrentado se alinha com a pequena discordância na afirmação U5, sobre a plataforma operar sem interrupções.

Além dos dados provenientes do formulário de validação, durante o estudo de caso, os autores observaram pontos de melhorias e dificuldades que não foram relatadas pelos participantes. Um dos pontos observados foi nos exercícios de aplicação manual de transformações nos vértices dos objetos das cenas, onde alguns participantes esqueciam a posição inicial do ponto após moverem a primeira vez, o que dificultava determinar a posição correta, sendo necessário reiniciar o exercício.

6. Conclusão e Trabalhos futuros

Este trabalho apresentou o desenvolvimento e a avaliação da plataforma CG.lab como recurso educacional digital para apoiar o ensino de álgebra linear aplicada à computação gráfica, diante das dificuldades relatadas por alunos e professores na visualização e aplicação prática dos conceitos.

Os resultados apontaram uma boa recepção da plataforma em termos de usabilidade e critérios pedagógicos. Entre os pontos positivos, destacaram-se o *feedback* em tempo real, a visualização dos conceitos matemáticos e a organização dos conteúdos.

Foram também registradas sugestões de melhorias. Entre elas: a inclusão de apoios conceituais antes e durante os exercícios, a possibilidade de pular questões e a ampliação da base de exercícios. Além disso, identificaram-se problemas de interface, como a sobreposição de elementos visuais, que exigem ajustes técnicos.

Apesar dos resultados promissores, algumas limitações devem ser consideradas. A participação reduzida na pesquisa pode ter restringido a representatividade dos resultados, uma vez que possivelmente refletiu mais a visão de alunos engajados do que do grupo como um todo. Além disso, algumas questões do instrumento apresentaram sobreposição, o que limitou a clareza das análises qualitativas.

Outro ponto é que a categorização das respostas foi conduzida por apenas um dos autores, o que pode ter introduzido certa subjetividade. Esses fatores não comprometem o valor do estudo, mas indicam a necessidade de ajustes metodológicos e validações adicionais em pesquisas futuras.

Como trabalhos futuros, planeja-se implementar as melhorias sugeridas, reestruturar a interface e desenvolver um tutorial interativo. Pretende-se também ampliar o conjunto de exercícios, incorporar gamificação (missões, pontuação e recompensas) e utilizar *learning analytics* para apoiar docentes no diagnóstico das principais dificuldades dos alunos.

Está prevista ainda uma nova etapa de avaliação com turmas de computação gráfica e álgebra linear, de modo a comparar percepções em diferentes contextos de uso. Também será fundamental revisar e validar previamente o instrumento de pesquisa, garantindo maior consistência na coleta de dados.

Em síntese, a plataforma CG.lab demonstrou potencial significativo como ferramenta de apoio ao ensino de álgebra linear aplicada, reforçando sua relevância e justificando a continuidade de seu desenvolvimento.

Referências

- Andres, D. P. and de Abreu Cybis, W. (2000). Um estudo teórico sobre as técnicas de avaliação de software educacional. In *VI Congreso Argentino de Ciencias de la Computación*.
- Bardin, L. (2016). *Análise de conteúdo*. Almedina Brasil.
- Battaiola, A. L., Elias, N. C., and de Godoy Domingues, R. (2002). Um software para ensino de conceitos de computação gráfica. *Revista Brasileira de Aprendizagem Aberta e a Distância*, 1. Acesso em: 13 nov. 2024.

- Brilliant (2012). Brilliant | Learn by doing. Disponível em: <https://brilliant.org/>. Acesso em 07 mai. 2025.
- de Araújo, J. P. (2024). Laboratório virtual de matemática: possibilidades para uma prática docente mediada por recursos digitais. Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN.
- de Oliveira, N. (2001). Uma proposta para a avaliação de software educacional. Master's thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC.
- Duolingo (2012). Duolingo - a melhor maneira do mundo de aprender um idioma. Disponível em: <https://pt.duolingo.com/>. Acesso em 07 mai. 2025.
- Gladcheff, A. P. (2001). Um instrumento de avaliação da qualidade para software educacional de matemática. Master's thesis, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Heinemann, B., Görzen, S., and Schroeder, U. (2023). Teaching the basics of computer graphics in virtual reality. *Computers Graphics*, 112:1–12.
- Hohenwarter, M. and Fuchs, K. J. (2004). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system geogebra. In *Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching, Proceedings of Sprout-Slecting Conference (Sarvari, Cs. Hrsg.)*, pages 128–133. Bornus Nyomda. Acesso em: 19 nov. 2024.
- Hughes, J. F., Dam, A. V., McGuire, M., Sklar, D. F., Foley, J. D., Feiner, S. K., and Akeley, K. (2013). *Computer Graphics: Principles and Practice, Third Edition*. Addison-Wesley Professional.
- Lengyel, E. (2012). *Mathematics for 3D Game Programming and Computer Graphics, Third Edition*. Stacy L. Hiquet.
- Montibeler, J. P. (2014). Visedu-cg: aplicação didática para visualizar material educacional. Master's thesis, Blumenau, SC.
- Moro, G., Viseu, F. A. V., and Siple, I. Z. (2016). Ensino de Álgebra linear: Traços de uma pesquisa. In *Anais do II COLBEDUCA – Colóquio Luso-Brasileiro de Educação*, pages 243–256, Joinville, Santa Catarina, Brasil. Colbeduca.
- Shirley, P. and Marschner, S. (2016). *Fundamentals of Computer Graphics, Fourth Edition*. A. K. Peters.
- Singh, G., Tuli, N., and Mantri, A. (2021). Issues and challenges in learning foundation linear algebra course with technology: A literature review. *2021 International Conference on Advance Computing and Innovative Technologies in Engineering, ICACITE 2021*, pages 860–865.