

Modelagem Exteroceptiva Via Álgebra de Clifford Para Trajetória em Ambiente Confinado do Robô Movemaster RV-M2

Jonathan Cerbaro¹, André Schneider de Oliveira¹, João Alberto Fabro¹

¹Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Avenida 7 de Setembro, 3165 – 80230-901
Curitiba – PR – Brasil

jonathancerbaro@alunos.utfpr.edu.br, {fabro, andreoliveira}@utfpr.edu.br

Abstract. *Several topics involving algebra that models and solves kinematics equations in serial manipulators have problems that are still open, although they are already well understood. Increasingly, the industry demands innovation in control and sensing techniques for robots capable of interacting with the environment safely. In this work, the Clifford algebra approach is applied to kinematics and the description of a confinement environment for the Movemaster RV-M2 manipulator is carried out, with elements that allow generalization to other manipulators. These techniques are related to points, lines, and planes that project collision-free trajectories. The experiments are carried out with the robot after it goes through the retrofit process, where color, depth, and odometry sensors were installed in addition to a new open-source controller compatible with ROS. It contributes with an algorithm for maximizing secondary objectives and an unprecedented methodology for modeling obstacles. It concludes with the validity of the proposed methods through examples carried out with the real and simulated robot, with the possibility of applying the techniques discussed in several future contributions.*

Resumo. *Diversos tópicos envolvendo a álgebra que modela e soluciona equações de cinemática na área de manipuladores seriais possuem problemáticas ainda em aberto, apesar de já bem compreendidas. Cada vez mais a indústria exige a inovação nas técnicas de controle e sensoriamento de robôs capazes de interagir com o ambiente de maneira segura. Realiza-se neste trabalho a abordagem da álgebra de Clifford aplicada à cinemática e à descrição de um ambiente de confinamento para o manipulador Movemaster RV-M2, com elementos que permitem a generalização a outros manipuladores. É feita a relação destas técnicas com pontos, linhas e planos que permitem projetar trajetórias livres de colisão. Os experimentos são realizados com o robô após este passar pelo processo de retrofit, onde sensores de cor, profundidade e odometria foram instalados além de um novo controlador de código aberto compatível com ROS. Contribui-se com um algoritmo de maximização de objetivos secundários e com uma metodologia inédita de modelagem de obstáculos. Conclui-se com a validade dos métodos propostos através de exemplos realizados com o robô real e simulado, tendo a possibilidade de aplicar as técnicas discutidas em diversas contribuições futuras.*

Este trabalho é o resumo da dissertação de mestrado intitulada de “Modelagem Exteroceptiva Via Álgebra de Clifford Para Trajetória em Ambiente Confinado do Robô Movemaster RV-M2”, orientado pelo professor André Schneider de Oliveira e coorientado pelo professor João Alberto Fabro defendida no Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Esse documento tem por finalidade apresentar a dissertação de mestrado ao Concurso de Teses e Dissertações em Robótica (CTDR-2022), para concorrer na categoria de melhor dissertação de mestrado. O documento de dissertação não possui *link* público no momento de escrita deste documento, uma vez que a data de defesa é 12/08/2022, posterior à submissão. Os resultados desta dissertação serão submetidos a duas revistas de alto grau de impacto internacional, Qualis A1, e um congresso internacional de robótica.

1. Introdução

Em linhas de montagem industriais, os manipuladores desempenham um papel importante na automação de tarefas de manuseio utilizando o sensoriamento do ambiente e de seu mecanismo para traçar trajetórias. As aplicações abrangem áreas de colaboração humano-robô [Wang et al. 2022], robôs colaborativos [Park and Park 2008] e linhas de montagem em geral [Ding et al. 2020]. É possível que não seja de interesse da aplicação permitir que o robô chegue a certas configurações dentro de sua área de trabalho. Seja qual for o caso, aplicam-se técnicas de adaptação de trajetórias que podem ser descritas com base em dados coletados por sensores do manipulador. Estas informações são expostas na pesquisa realizada por [Javaid et al. 2020].

De forma geral, é importante para um sistema robótico ser capaz de lidar com as adversidades encontradas no seu ambiente, adaptar-se e resolver ou contornar problemas de navegação e exploração [Yang et al. 2018]. Dada a característica que define um manipulador de que o mecanismo está fixo em sua plataforma de trabalho, sua mobilidade é limitada a uma área de alcance já conhecida. Torna-se necessário, então, o estudo de técnicas que permitam a construção de um sistema de sensoriamento próprio e exteroceptivo que permita ao robô planejar seu movimento em situações de confinamento.

No contexto matemático do tema, a cinemática de um manipulador pode atingir grande complexidade algorítmica para ser solucionada, envolvendo etapas de cálculo numérico e processamento de dados sensoriais para adaptação de trajetória. Os problemas em aberto na cinemática não são recentes em sua formulação, porém continuam sendo alvo de estudos para a obtenção de técnicas que possam tornar mais eficazes determinados pormenores dos sistemas. O problema da inversão de uma matriz Jacobiana, por exemplo, que por ser interpretado do ponto de vista puramente matemático sem associação com a robótica, é abordado em artigos do início do século XX como de [Dederick 1913] e [Clements 1913], porém continuam em evidência em contribuições de relevância no ano de publicação desta dissertação, como no proposto por [Jesus et al. 2022].

As ferramentas algébricas para descrição e computação das equações de cinemática também estão em constante evolução. A aplicação dos quatérnios duais, os quais são derivados da álgebra de Clifford, são uma técnica promissora em eficiência computacional, elegante matematicamente e com menos problemas de representação conhecida. Seus conceitos exigem um esforço de aprendizado maior devido à sua falta de familiaridade que, apesar de um parâmetro subjetivo, é tido como verdade [Kenwright 2012].

Há constante esforço em trabalhos voltados ao ensino das técnicas de representação dual-quaterniônica, com o intuito de tornar sua aplicação mais acessível, a exemplo de [Montgomery-Smith and Shy 2022]. Uma das contribuições pretendidas com a realização do projeto descrito nesta dissertação é o incentivo da aplicação abrangente de técnicas algébricas avançadas.

1.1. Objetivos

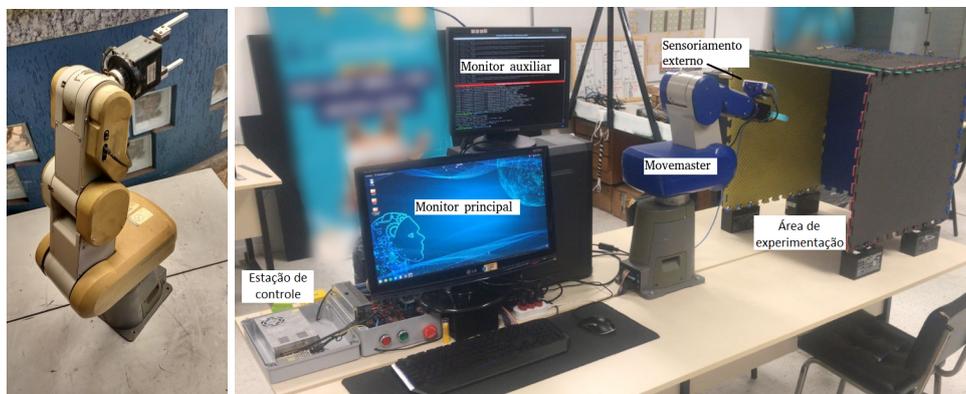
Esta dissertação tem como objetivo geral construir um sistema de geração e seguimento de trajetória para um manipulador industrial modernizado de 5 graus de liberdade, dotado de sistemas exteroceptivos, capaz de evitar colisões com os limites de sua área de trabalho, aplicando uma modelagem baseada nos conceitos da álgebra de Clifford.

2. Abordagem e Contribuições

O projeto dividiu-se em etapas intermediárias que, juntas, permitiram validar a hipótese principal. Ao longo da pesquisa, foram feitas três contribuições de maior relevância, destacadas como o *retrofit* de um manipulador Movemaster RV-M2, um novo algoritmo para a maximização de uma função de objetivo secundário, e uma maneira inédita de utilizar a álgebra de Clifford na representação da área de trabalho como planos.

2.1. Retrofit do Movemaster

O manipulador utilizado na etapa de validação do algoritmo proposto é o Movemaster RV-M2. O protótipo disponível no laboratório foi adaptado, assim sua estrutura foi modernizada e adaptada para uso acadêmico. O processo de modernização do protótipo visou a aplicação prática de projetos acadêmicos de forma a coletar dados reais ao invés de apenas simular as técnicas. Para outros projetos concomitantes a este, foram instalados sistemas de percepção exteroceptiva em cor e profundidade, um novo sistema de *drivers* para controle motor e comunicação serial com sistemas de mensagens ROS para etapas de cálculo cinemático e comunicação de dados. Tais funcionalidades não existiam no modelo original, cuja foto antes da reforma está na figura 1a. A nova estação de trabalho montada no laboratório, contemplando a área de experimentação e monitoramento, é mostrada na figura 1b.



(a) Original.

(b) Estação de trabalho modernizada.

Figura 1. O robô Movemaster RV-M2 em sua condição original (a) e após o *retrofit* e instalado em sua nova estação de trabalho (b).

Além de receber sensores de visão computacional e um novo controlador, houve um ajuste nos sensores de limite, que alterou os limites máximo e mínimo de cada junta, o que implica em uma alteração em seus parâmetros no experimento, diferente dos do manual. A figura 2 ilustra o manipulador Movemaster destacando seus comprimentos de link e limites de junta. Esses parâmetros são utilizados experimentalmente e sua exposição permite a reprodução dos resultados.

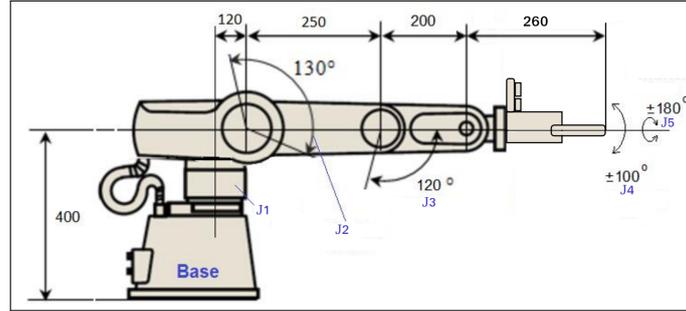


Figura 2. Esquema cinemático do Movemaster, adaptado de [Duong and Jaksic 2018].

2.2. Algoritmo de Maximização de Objetivo Secundário

A partir de limitações observadas experimentalmente no algoritmo clássico que realiza a maximização da distância angular de cada junta até seu limite, propõe-se um algoritmo que age individualmente em cada junta que violar tal limite. O algoritmo proposto deve ser executado após o cálculo dos novos valores de q na cinemática inversa. Trata-se de um laço para verificar o estado de cada junta em relação aos seus limites independentemente. Caso a junta esteja fora de seus limites, o ganho k_0 é aumentado *apenas para esta junta*. Em oposição a tratar o ganho secundário como um escalar, trata-se como um vetor de dimensão n onde cada elemento está associado a uma junta.

Algoritmo 1 Proposta para maximização do objetivo secundário.

```

for  $i = 1$  to  $n$  do
  if  $\theta_i > \theta_{max_i}$  then
     $\theta_i = \theta_{max_i}$ 
     $k_{0_i} = 1,01k_{0_i}$ 
  end if
  if  $\theta_i < \theta_{min_i}$  then
     $\theta_i = \theta_{min_i}$ 
     $k_{0_i} = 1,01k_{0_i}$ 
  end if
   $k_0 = \text{diag}(k_0)$ 
end for

```

Quando o algoritmo acusa que a junta i está fora de seu limite, k_{0_i} é aumentado em 1%. Tal variação é suficiente para gerar os resultados desejados, os quais são observados na figura 3, onde ao utilizar a técnica descrita, obtém-se o comportamento das juntas representados como linhas coloridas contínuas. As linhas coloridas tracejadas representam

o algoritmo clássico e as tracejadas em preto são os limites físicos das juntas. As demais juntas são omitidas uma vez que não são afetadas por esta técnica. O perfil de erro de posição permanece o mesmo, porém o comportamento das juntas agora é compatível com o desejado em um manipulador real, onde os limites não são violados.

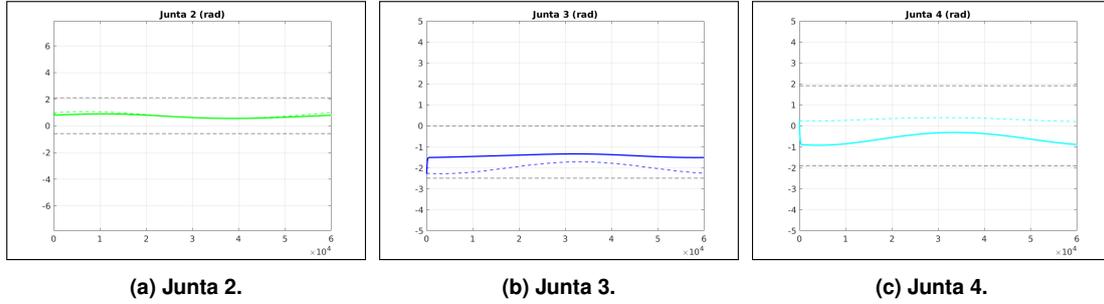


Figura 3. Trajetória das juntas corrigida pelo algoritmo proposto.

Tais resultados validam o sistema de geração de trajetória no espaço das juntas. O algoritmo proposto é, portanto, válido para a implementação dos experimentos.

2.3. Álgebra de Clifford na Descrição do Ambiente e Obstáculos

A aplicabilidade da álgebra de Clifford na cinemática não se limita apenas a rotações e translações com quatérnios duais. Elementos matemáticos como pontos, linhas e planos podem ser descritos e manipulados ao aplicar as propriedades de $Cl(0, 3, 1)$, o grupo dos movimentos de corpos rígidos do qual os quatérnios duais são caso especial. [Selig 2000] publicou o trabalho original que descreve tais relações.

Uma notação para um ponto tridimensional pode ser descrito na álgebra de Clifford conforme equação 1, onde os elementos e_i indicam cada uma das bases geradoras da álgebra e $[x, y, z]$ são as coordenadas cartesianas do ponto p .

$$p = e_1e_2e_3 + xe_2e_3e + ye_3e_1e + ze_1e_2e \quad (1)$$

Na álgebra de Clifford, um plano pode ser representado na forma descrita na equação 2, onde o vetor $n = [n_x, n_y, n_z]^T$ indica a norma do plano.

$$\pi = n_xe_1 + n_ye_2 + n_z e_3 + de \quad (2)$$

É possível estabelecer relações entre um ponto e um plano descritos na álgebra de Clifford conforme equações 1 e 2. Em termos de Clifford, para determinar a distância mínima l entre um ponto e um plano qualquer, tem-se a equação 3, onde nota-se que a relação retorna o dobro da distância como coeficiente de $e_1e_2e_3e$.

$$\pi p - p\pi = 2le_1e_2e_3e \quad (3)$$

Dado um conjunto de três pontos não co-lineares no espaço tridimensional, é possível traçar um plano unívoco que os englobe simultaneamente. Para definir o elemento que representa este plano, parte-se da relação descrita na equação 4, onde \star é o operador Hodge Star definido dentro da álgebra $Cl(0, 3, 1)$.

$$\begin{aligned}
\sigma = & (\star p_1)(\star p_2)(\star p_3) - (\star p_2)(\star p_1)(\star p_3) \\
& + (\star p_2)(\star p_3)(\star p_1) - (\star p_3)(\star p_2)(\star p_1) \\
& + (\star p_3)(\star p_1)(\star p_2) - (\star p_1)(\star p_3)(\star p_2)
\end{aligned} \tag{4}$$

O plano definido por três pontos na álgebra de Clifford é descrito conforme:

$$\pi = (\star \sigma) / \sqrt{(\star \sigma)(\star \sigma)^*} \tag{5}$$

Para implementar estas relações nos experimentos realizados, utilizou-se a biblioteca *Clifford Multivector Toolbox*¹ para Matlab [Sangwine and Hitzer 2022]. Esta *toolbox*, descrita em artigo e mantida pelos autores [Sangwine and Hitzer 2017], traz todas as operações de interesse em qualquer assinatura de álgebra $C\ell(p, q, r)$ e permite futuras explorações das suas aplicações em cinemática.

3. Experimentos e Resultados

O objetivo dos experimentos é obter uma trajetória no espaço das juntas do robô Move-master modernizado, a qual cumpra requisitos de posicionamento para a ferramenta do efetuador sem que as partes intermediárias da estrutura colidam com os limites do espaço operacional real. Os limites deste espaço devem ser menores que o espaço operacional fisicamente possível do robô, ou seja, com limitações dentro de seu alcance. Os limites são mensurados por uma câmera de profundidade e processados via Matlab. A descrição matemática dos planos que formam a área de atuação, bem como a cinemática do manipulador, são realizados via álgebra de Clifford.

Para validação das propostas, três cenários foram definidos. Por questão de concisão deste documento, o qual é um resumo, apenas um dos cenários é exposto, estando os demais no documento completo da dissertação. O cenário aqui demonstrado é uma trajetória em elipse cujo centro está em $c = [520, 0, 230]^T$ mm. Os raios ao longo dos eixos foram definidos como $r = [60, 280, 140]$ mm. O efetuador inicia a trajetória no ponto mais próximo da base e realiza uma volta completa no sentido horário. O efetuador deve manter um ângulo Pitch $\vartheta = -\pi/3$ rad e Yaw $\psi = 0$ rad. A matriz da equação 6 descreve a trajetória.

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ \vartheta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 520 + 60 \cos(2\pi t/30 + \pi) \\ 280 \sin(-2\pi t/30 + \pi) \\ 230 + 140 \sin(-2\pi t/30 + \pi) \\ -\pi/3 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Cada uma das três trajetórias foi executada em três casos distintos: trajetória com controle de orientação, onde a trajetória é executada respeitando a restrição de orientação proposta; trajetória sem controle de orientação e com maximização da distância aos limites físicos; trajetória sem controle de orientação com algoritmo proposto. Ao executar

¹Disponível em <https://clifford-multivector-toolbox.sourceforge.io/>

a rotina de posicionamento do manipulador nas configurações de leitura dos limites de operação, o Matlab pôde processar as nuvens de pontos em busca dos planos que puderam ser modelados pela álgebra de Clifford. O resultado dos planos de Clifford indicados pelo algoritmo foram:

- Limitação em $+z$, descrita pelo plano: $\pi = 0,0522e_1 + 0,0104e_2 + 0,9986e_3 + 663,1712e$
- Limitação em $+y$, descrita pelo plano: $\pi = -0,0479e_1 - 0,9968e_2 + 0,0634e_3 + 311,4408e$
- Limitação em $-y$, descrita pelo plano: $\pi = 0,0577e_1 + 0,9954e_2 + 0,0763e_3 + 356,2977e$

Ao finalizar a detecção dos planos, sua posição foi publicada no ROS onde é interpretada pelo nó *marker_publisher*. Os marcadores são então representados no Rviz gerando a imagem apresentada na figura 4, onde a área de trabalho medida é vista junto do modelo URDF do manipulador.

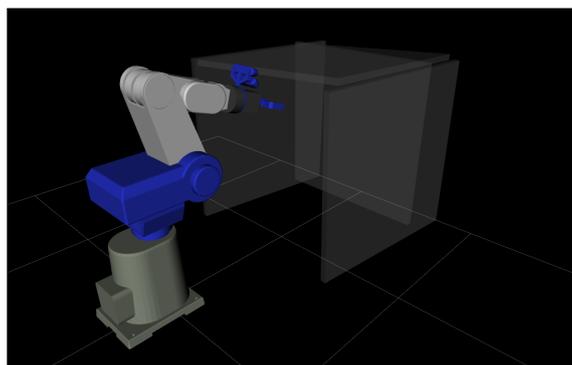
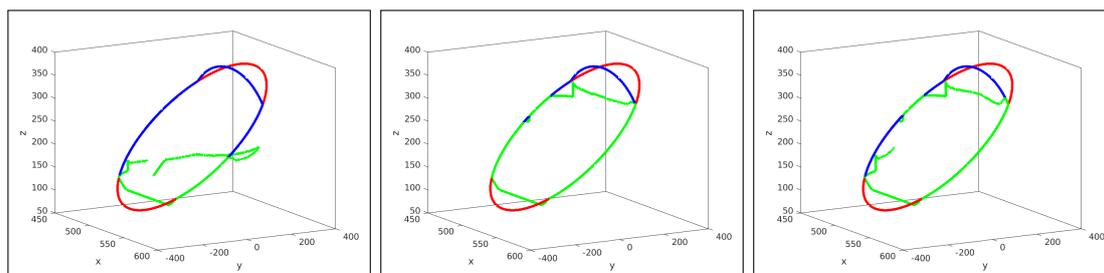


Figura 4. Modelo virtual do manipulador e da área de trabalho medida.

A visualização por marcadores através do Rviz permite o monitoramento das ações do manipulador enquanto executa os comandos recebidos. A área de trabalho virtual apresentada corresponde ao modelo real de modo que é possível prosseguir com a geração de trajetória dentro de seus limites. A figura 5 ilustra, em vermelho, a trajetória desejada sem considerar as limitações da área de trabalho. O processo de *trimming* gera a trajetória em azul. A trajetória final, destacada em verde, é gerada após o cálculo da cinemática inversa e das distâncias mínimas da junta crítica..



(a) Controle de orientação e posição. (b) Controle de posição e limite de juntas. (c) Controle de posição com algoritmo proposto.

Figura 5. Trajetória elíptica processada.

Na figura 6 observa-se a diferença dos valores computados no espaço das juntas. As sub figuras 6a a 6e contém regiões em vermelho que representam a área fora dos limites físicos das juntas 1 a 5, respectivamente. A sub figura 6f contém o erro de posição gerado pelo *drift* de integração, mantido abaixo de 10 *mm* pela etapa de convergência. Na sub figura 6g é mostrado o erro de orientação normalizado utilizando a representação via quatérnios, válido somente para a execução do primeiro experimento da trajetória.

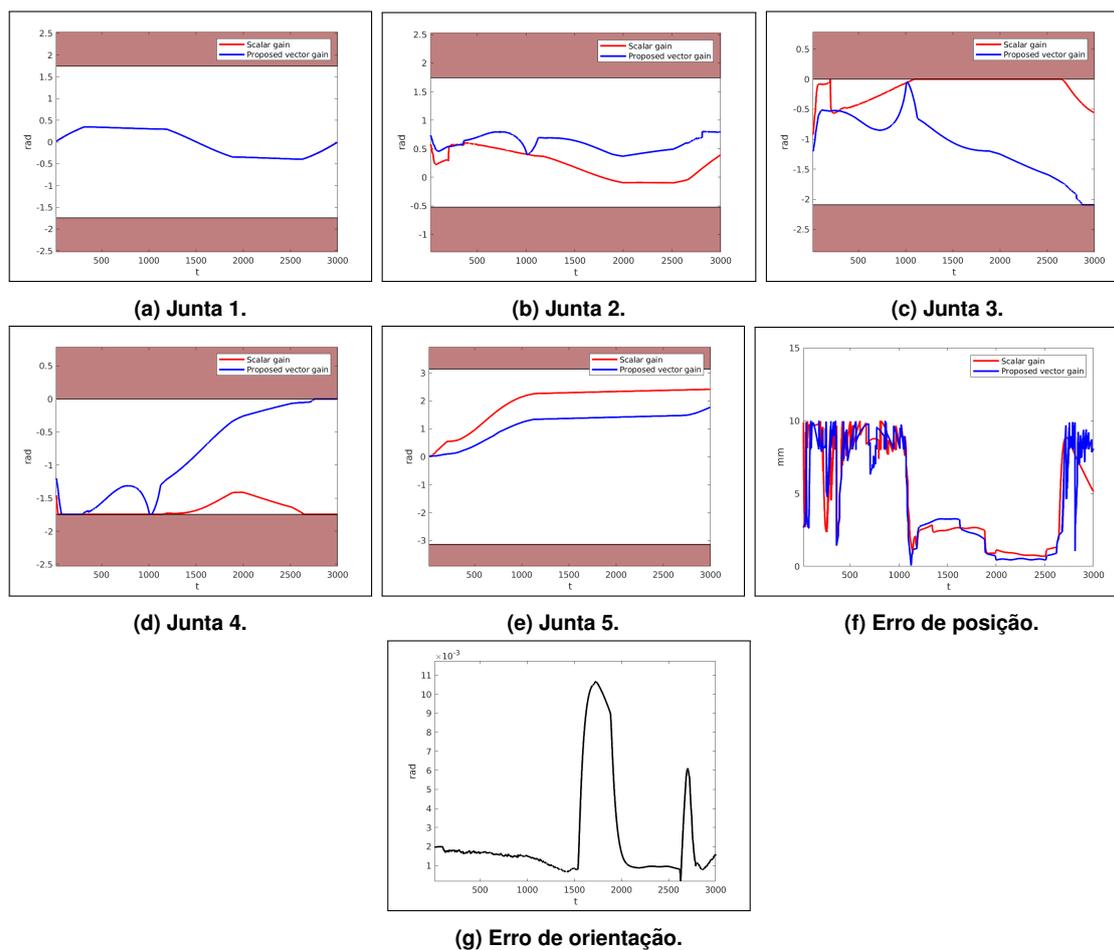


Figura 6. Variáveis de junta e erro durante a trajetória elíptica.

Ao executar a trajetória com o manipulador — o qual foi feito no modelo real apenas sem o controle de orientação — foi possível medir a distância mínima até as limitações da área de trabalho. Os valores são ilustrados na figura 7, onde é possível comparar o comportamento diferenciado ao utilizar um ganho secundário escalar ou um vetor variável conforme proposto, especialmente nos limites em $\pm z$. A região em vermelho denota a distância *critical* e em amarelo a região *warning*. Nestas imagens nota-se como o manipulador manteve-se a uma distância maior que a distância crítica independente do algoritmo usado. Com o algoritmo proposto, destacado em azul, houve momentos da trajetória em que partes do manipulador mantiveram-se na divisão entre as regiões *critical* e *warning*, devido ao comportamento de toda a estrutura para maximizar o objetivo secundário, não representando uma perda de desempenho uma vez que não há colisão nestas configurações.

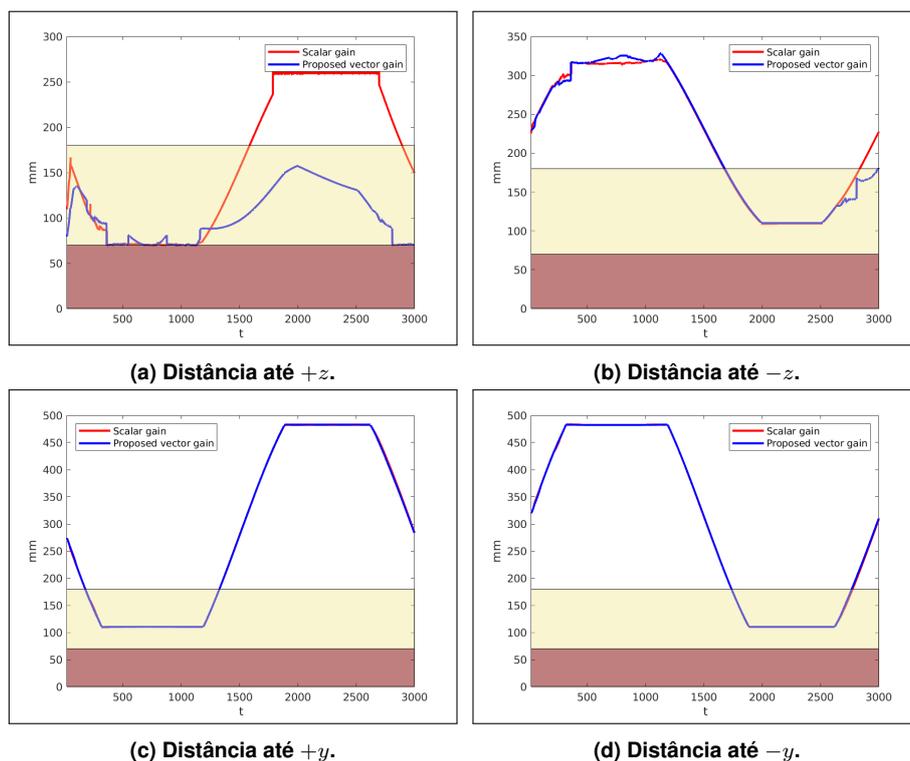


Figura 7. Distância mínima até os planos durante a trajetória elíptica.

A trajetória que contempla a maximização de distância angular proposta foi enviada ao manipulador, a qual foi registrada em vídeo e em arquivo *rosbag* para análise dos dados a qualquer momento. A visualização do Rviz após o experimento encontra-se na figura 8 onde é possível visualizar nos marcadores verdes a trajetória executada do ponto de vista dos *encoders*. A execução dos experimentos encontra-se no formato de vídeo no canal do projeto no YouTube², onde a execução pode ser melhor analisada em cenário prático.

Os demais resultados experimentais buscaram replicar as observações em trajetórias alternativas, o que permitiu validar as propostas em cenário prático e validar a hipótese de que a álgebra de Clifford é uma ferramenta promissora para a representação de área de trabalho que pode ser aplicada combinada a técnicas de processamento de imagem. Todos os resultados e comentários omitidos neste documento estão expostos em detalhes na versão completa da dissertação.

4. Conclusão

Ao concluir o projeto e processar os dados obtidos, é possível observar em retrospecto e concluir a relevância das etapas intermediárias que culminaram na realização do objetivo geral. O que iniciou como curiosidade em relação à elegância matemática existente na álgebra de Clifford, especialmente no que se refere aos quatérnios duais aplicados na robótica, levou ao estudo das contribuições acadêmicas existentes. A observação da presença literária concludente destas técnicas de modelagem motivou o desenvolvimento

²Disponível em: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLFoGgtKo3N-byzv8hi-Sk-ONfSaldZj7>.

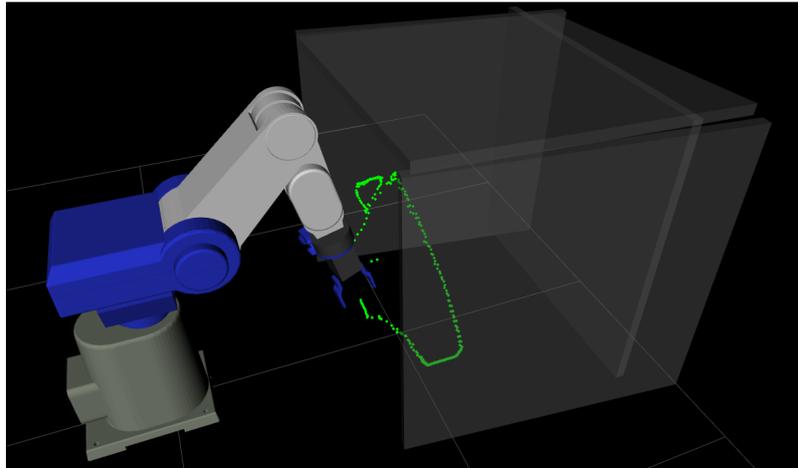


Figura 8. Visualização da execução da trajetória elíptica.

da aplicação inédita na representação de confinamento de manipuladores.

De modo a obter resultados práticos que contemplem todas as imperfeições e imprevisibilidades de um modelo real, além da motivação de possuir em laboratório um robô de código aberto, passível de adição de sensoriamento e compatível com o ROS, foi realizada a reforma de dois manipuladores seriais com a modernização de suas capacidades, processo chamado de *retrofit*. Ao Movemaster foram adicionados sistemas de exterocepção como odometria, cor e profundidade que, junto de seu sistema de propriocepção formado por *encoders* e controles fim-de-curso, foram conectados a um controlador ROS de código aberto.

A possibilidade de aplicação de objetivos secundários à cinemática inversa foi apresentado junto com o algoritmo de maximização das distâncias das juntas ao seu limite físico. Ao aplicar a cinemática inversa ao longo de trajetórias com o Movemaster, foi observada a possibilidade de realizar uma melhoria no algoritmo existente, tirando proveito da redundância na representação cinemática para propor um algoritmo de variação de ganhos discriminados por junta. O algoritmo proposto de fato torna a execução do objetivo secundário melhor do ponto de vista de aumentar a distância angular até os limites de junta, o que permite maior manipulabilidade do robô. Este algoritmo trabalha de forma diferente do clássico quando a cinemática inversa converge para soluções que violam os limites de junta físicos, alterando o ganho e levando o cálculo outras soluções para o corpo do manipulador sem afetar o perfil de erro do efetuador.

No estudo da álgebra de Clifford, observou-se como a álgebra $\mathcal{Cl}(0, 3, 1)$ pode ser utilizada para representar objetos como pontos e planos, além de ser compatível com os mesmos métodos de transformação utilizadas no corpo do robô. Seu uso foi comprovado através de exemplos práticos de forma a evidenciar que estas técnicas podem ser utilizadas na descrição de ambientes que tenham características semelhantes a planos, como um confinamento no formato de cuboide, por exemplo. Como os quatérnios duais permitem o cálculo parcial das transformações da cadeia cinemática, ou seja, obtendo as informações de posição e orientação de cada uma das juntas e não somente do efetuador, foi possível utilizar as relações cunhadas por [Selig 2000] para computar a distância mínima entre o corpo do robô e limites físicos do ambiente, desde que estes possam ser modelados dentro

da álgebra.

Para unificar os resultados parciais obtidos durante todas as etapas do trabalho e descritas ao longo dos capítulos da dissertação, um experimento prático foi projetado e analisado. O sistema de visão instalado no Movemaster permitiu a coleta de informações do ambiente através de dados tipo *point cloud*, ou nuvem de pontos. A área de confinamento montada para atuação do manipulador é formada por elementos aproximadamente planares, os quais puderam ser medidos pela câmera D-435 e enviados via ROS para processamento no Matlab. Estes dados foram filtrados e convertidos para a notação de planos de Clifford. As informações de posição e orientação dos planos foi publicada no ROS para ser visualizada no Rviz, onde conclui-se que a coleta de poucas informações sobre o ambiente permitiu a sua modelagem completa. Após a definição do ambiente de trabalho, foi possível seguir com o cálculo de uma trajetória livre de colisões.

Para demonstrar a aplicação das relações entre pontos e planos na álgebra de Clifford, três trajetórias foram definidas de forma que sua execução propositalmente causaria colisões com os limites do ambiente. Foram definidas regiões de distância dos planos que nenhuma parte do manipulador pode cruzar por motivos de segurança. Ao executar o algoritmo, a distância de todos os elementos do robô aos planos de Clifford foi computada ponto a ponto da trajetória e esta foi adaptada utilizando o vetor de norma dos planos para o maior distanciamento. Observou-se que a existência de redundância e multiplicidade na solução da cinemática inversa permite a melhoria do algoritmo clássico.

De forma alguma é feita a afirmação de que a exata configuração experimental tenha aplicação direta em um cenário industrial real. O intuito do projeto foi a unificação dos conceitos expostos de forma que seu uso foi comprovado. A contribuição principal desta dissertação é que a hipótese proposta é verdadeira: a álgebra de Clifford é uma ferramenta matemática eficiente para combinar a cinemática de robôs com a representação de ambientes de forma que é possível criar algoritmos claros para a computação de trajetórias e prevenção de colisões. O subproduto do presente projeto é a criação de uma bancada de trabalho com um manipulador serial de código aberto, o qual está disponível para experimentações com manipulação de objetos, visão computacional e qualquer que seja a aplicação compatível que futuros pesquisadores desejarem.

O manipulador está totalmente apto a realizar tarefas que combinam manuseio de objetos com visão computacional. Uma proposta futura é a utilização da álgebra de Clifford para modelar a intersecção do efetuador com objetos detectados via nuvem de pontos, validando uma nova aplicação desta álgebra. Além disso, o robô permite a troca da garra por qualquer outra ferramenta, onde trabalhos futuros envolvendo novas garras com sensoriamento e utilizando outras tecnologias podem ser realizados. De forma geral, a liberdade de projeto permitida com a estrutura atual e seu código aberto tem claro potencial de aplicabilidade acadêmica, tudo ao baixo custo de um manipulador modernizado.

Referências

- Clements, G. R. (1913). Implicit functions defined by equations with vanishing jacobian. *Transactions of the American Mathematical Society*, 14(3):325–342.
- Dederick, L. S. (1913). On the character of a transformation in the neighborhood of a point where its jacobian vanishes. *Transactions of the American Mathematical Society*, 14(1):143–148.

- Ding, Z., Li, Y., and Zhang, Z. (2020). Electric hybrid control method of assembly line robot based on plc. *Thermal Science*, 24(3 Part A):1505–1511.
- Duong, T. H. and Jaksic, N. I. (2018). Let's not throw away that big and bulky manipulator—revitalize it! In *2018 ASEE Annual Conference & Exposition*.
- Javaid, M., Haleem, A., Vaish, A., Vaishya, R., and Iyengar, K. P. (2020). Robotics applications in covid-19: A review. *Journal of Industrial Integration and Management*, 5(04):441–451.
- Jesus, R. C., Molina, L., Carvalho, E. A., and Freire, E. O. (2022). Singularity-free inverse kinematics with joint prioritization for manipulators. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, pages 1–10.
- Kenwright, B. (2012). A beginners guide to dual-quaternions: what they are, how they work, and how to use them for 3d character hierarchies.
- Montgomery-Smith, S. and Shy, C. (2022). An introduction to using dual quaternions to study kinematics. *arXiv preprint arXiv:2203.13653*.
- Park, C. and Park, K. (2008). Design and kinematics analysis of dual arm robot manipulator for precision assembly. In *2008 6th IEEE International Conference on Industrial Informatics*, pages 430–435. IEEE.
- Sangwine, S. J. and Hitzer, E. (2017). Clifford multivector toolbox (for matlab). *Advances in Applied Clifford Algebras*, 27(1):539–558.
- Sangwine, S. J. and Hitzer, E. (2022). Clifford multivector toolbox. Sourceforge.
- Selig, J. M. (2000). Clifford algebra of points, lines and planes. *Robotica*, 18:545 – 556.
- Wang, X., Wang, A., Wang, D., Liu, Z., and Qi, Y. (2022). A novel trajectory tracking control with modified supertwisting sliding mode for human-robot cooperation manipulator in assembly line. *Journal of Sensors*, 2022.
- Yang, G.-Z., Bellingham, J., Dupont, P. E., Fischer, P., Floridi, L., Full, R., Jacobstein, N., Kumar, V., McNutt, M., Merrifield, R., et al. (2018). The grand challenges of science robotics. *Science robotics*, 3(14):eaar7650.