

# Aplicação de Aprendizado de Máquina Quântico na Otimização de Portfólios

Nafis Francisco Peres Melo<sup>1</sup>, Regina Melo Silveira<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Escola Politécnica – Universidade de São Paulo(USP) – São Paulo, SP – Brazil

nafis.f.p.melo@gmail.com, regina.silveira@usp.br

**Abstract.** *With the increasing diversity of financial assets available in the market, the development of models that assist portfolio managers in the efficient allocation of assets becomes essential. Although classical approaches are still widely used, these methods rely on theoretical assumptions that are not always observed in practice. This work proposes an empirical approach based on quantum neural networks. Recently, quantum neural networks have emerged as promising tools for handling large volumes of data and complex models. The preliminary analysis showed that the proposed model delivered competitive performance, offering a more general and adaptive approach to investment management.*

**Resumo.** *Com a crescente diversidade de ativos financeiros disponíveis no mercado, torna-se fundamental o desenvolvimento de modelos que auxiliem os gestores na alocação eficiente de recursos. Embora abordagens clássicas ainda sejam amplamente utilizadas, esses métodos dependem de pressupostos teóricos que nem sempre são verificados na prática. Este trabalho propõe uma abordagem empírica, baseada em redes neurais quânticas. Recentemente, as redes neurais quânticas apresentam-se como ferramentas promissoras para lidar com grandes volumes de dados e modelos complexos. A análise preliminar revelou que o modelo proposto apresentou desempenho competitivo, oferecendo uma abordagem mais geral e adaptativa para a gestão de investimentos.*

## 1. Introdução

Com a grande expansão da indústria financeira no Brasil e no mundo [Bueno 2026], o problema de otimização de portfólios de investimentos torna-se cada vez mais relevante. O problema da otimização de portfólios consiste em maximizar o retorno de um determinado portfólio, controlando o risco de perda. Como há muitas medidas de risco e de retorno possíveis, há diversos métodos de otimização, e o problema prático que ocorre na indústria de investimentos é decidir qual método utilizar.

Uma das primeiras tentativas de tratar esse problema de forma analítica foi desenvolvida por [Markowitz 1952], onde, utilizando os retornos esperados dos ativos financeiros e o risco dos portfólios, foi possível encontrar uma fronteira eficiente, na qual, dado um nível de risco, o portfólio eficiente possui o maior retorno esperado. Após ele, houve muitas outras sofisticações visando tornar o processo mais robusto estatisticamente. No entanto, com o grande desenvolvimento de técnicas puramente empíricas,

como aprendizado de máquina (AM), surgiram outras formas de tratar este problema de otimização de portfólios [Mirete-Ferrer et al. 2022] [Ozbayoglu et al. 2020]. Os trabalhos de [Paiva et al. 2019], [Uysal et al. 2023], [Takeuchi 2013], [Park et al. 2020] e [Zhang et al. 2021] utilizam redes neurais e aprendizado por reforço como alternativas aos métodos tradicionais e apresentam melhores resultados em condições específicas. Outra abordagem é a utilização de modelos de AM de clusterização, como a clusterização hierárquica. Os trabalhos de [López de Prado 2016], [Jain and Jain 2019] e [Raffinot 2017] exploram essa utilização e também obtêm resultados melhores que os métodos tradicionais de otimização de portfólios.

Deve ser notado que os trabalhos que utilizam AM em otimização de portfólios apresentam, em geral, recortes pequenos do universo de ativos disponíveis e restrições temporais. Desta forma, os modelos estudados são sempre restritos a ativos de um mercado financeiro específico ou a um período específico da história. Com o intuito de desenvolver um modelo generalista, que independe do universo de ativos escolhidos ou do recorte temporal desejado, será necessário utilizar muitos mais dados para treinar o modelo. Como forma de tentar amenizar o impacto do aumento dos dados necessários para treinamento, será utilizada a computação quântica, uma vez que os computadores quânticos possuem uma grande capacidade de processamento em paralelo [Ciliberto et al. 2018]. Esse processamento paralelo pode permitir treinar modelos de forma mais eficiente do que em computadores clássicos, uma vez que, na computação quântica, é possível manipular estados exponencialmente grandes (um banco de dados inteiro, teoricamente) utilizando poucas operações. Os trabalhos de [Palmer et al. 2021] e [Sakuler et al. 2025] demonstram como utilizar a computação quântica para melhorar os métodos tradicionais de otimização, utilizando uma otimização QUBO (Otimização Binária Quadrática Irrestrita) [Glover and Kochenberger 2018] para modelar a função de otimização e empregam um computador quântico para otimizar os pesos do portfólio. Já com relação a AM em computadores quânticos, o tópico é bem mais recente e ainda sofre de pouca literatura. No entanto, o trabalho de [Alcazar et al. 2020] explora a utilização de redes neurais quânticas (RNQ) na otimização de portfólios e encontra que o modelo que utiliza AM quântico desempenha melhor do que os métodos clássicos.

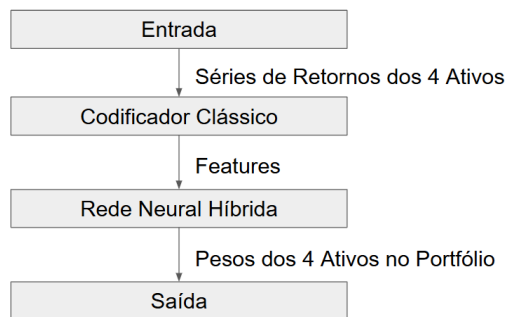
Utilizando redes neurais quânticas aplicadas à otimização de portfólios, este trabalho visa desenvolver um modelo generalista que apresente melhores métricas de retorno e risco em mercados financeiros de diversos países e em diferentes recortes de tempo quando comparado aos métodos tradicionais de otimização.

## **2. Metodologia**

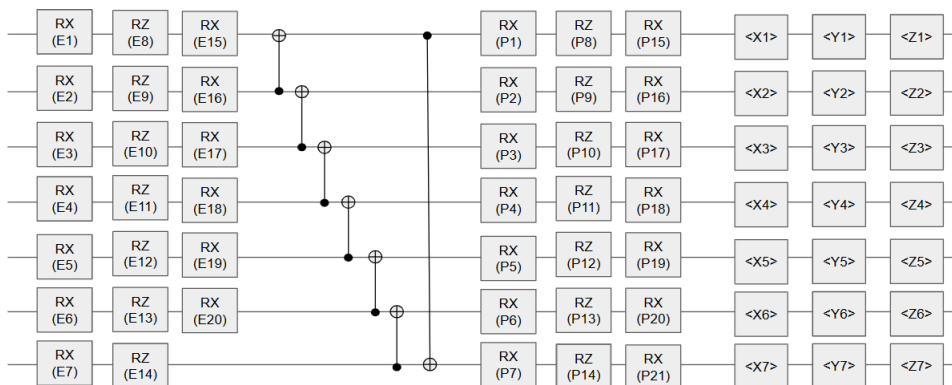
A metodologia empregada será uma combinação de análises qualitativas e quantitativas. A abordagem qualitativa ajudará a entender o modelo treinado, como ele aloca os pesos entre os ativos e quais características das séries fazem com que aloque mais em um determinado ativo em detrimento dos outros. Já a abordagem quantitativa ajudará a metrificar a performance do modelo em relação aos demais métodos clássicos. A metodologia foi dividida em etapas:

1. Primeiramente, será feita uma revisão bibliográfica sobre pesquisas científicas com foco em otimização de portfólio, utilizando tanto aprendizado de máquina clássico quanto quântico. O enfoque de dados será em séries históricas de retornos de ETFs (*Exchange Traded Funds*). Com o intuito de focar em classes de

- ativos em vez de ativos específicos, ETFs são uma boa escolha, pois já são fundos agregados de ações e outros ativos.
- Com o enfoque definido, serão obtidos os dados de séries de retornos de ETFs de vários países. Com as séries de retornos, serão filtrados os países que possuem mais de 100 ETFs para selecionar mercados financeiros consolidados, onde os dados serão mais confiáveis. Os dados até 2015 serão utilizados para treinar todos os modelos, e os dados de 2015 até 2025 serão utilizados para testar o modelo.
  - Em seguida, será treinado um modelo de autocodificador [Ozbyoglu et al. 2020] que será utilizado para diminuir a dimensão das séries de retornos analisadas, as quais serão utilizadas como entradas na rede neural híbrida (RNH) (inclui camadas clássicas e quânticas).
  - Tendo este modelo de codificação, será treinado o modelo de RNH que, para as entradas de 4 ativos diferentes, gera um vetor de pesos que otimiza o melhor retorno médio deste portfólio. O modelo completo, que inclui a parte do codificador clássico e a RNH, está representado na figura 1. Também está representado na figura 2 o circuito quântico de uma das camadas da RNH, sendo que os parâmetros E são as entradas, os parâmetros P são as variáveis a serem treinadas e ao final são realizadas medidas dos valores esperados em cada um dos eixos: X, Y e Z. Há vários destes layers quânticos e as entradas dos próximos são alimentadas com as medidas do anterior. A parte híbrida é a realização da medida e inserção do valor medido como parâmetro no próximo layer.



**Figura 1. Representação do modelo completo utilizado. Fonte: Própria**



**Figura 2. Representação do circuito quântico utilizado como layer quântico no modelo de RNQ. Fonte: Própria**

5. Com o modelo treinado, serão realizadas comparações com os métodos clássicos. Para realizar essas comparações, serão realizadas 10000 simulações, onde cada simulação consiste nos seguintes passos:
  - (a) Sorteiam-se 4 ativos de um mesmo país para manter a coerência entre os ativos.
  - (b) Seleciona-se aleatoriamente uma data inicial para os dados de treinamento e uma data final para o treinamento. Assim como a data final para o conjunto de teste, já que o período de teste se inicia na data seguinte ao término do período de treinamento.
  - (c) No período de treinamento, calcula-se vários portfólios utilizando diversos métodos de otimização baseado em diferentes métricas [Gelmini and Uberti 2024] [Markowitz 1952] [Maillard et al. 2010] [López de Prado 2016]: mínima variância, máximo retorno, paridade de risco, inverso da volatilidade, máximo Sharpe e paridade de risco hierárquica. Além de aplicar RNQ nos mesmos dados.
  - (d) No período de teste, mensura-se as métricas de performance: volatilidade, retorno e Sharpe realizados de cada portfólio.
6. Com os dados de todas as simulações agrupadas, serão analisados os dados puros da rede neural quântica com o intuito de descobrir padrões em seu comportamento.
7. Em seguida, será realizada a análise da probabilidade de cada método de otimização produzir o máximo retorno, mínima volatilidade e máximo Sharpe em cada país de análise. Com a análise baseada no conjunto de todas essas simulações, procurar-se-á tirar conclusões gerais tanto sobre a eficácia do método de RNQ em relação aos métodos clássicos quanto uma comparação entre os próprios métodos clássicos. Dada esta análise, espera-se que o modelo de RNQ apresente uma probabilidade alta de ser o portfólio com o melhor retorno futuro assim como o que apresenta o melhor Sharpe. A análise da volatilidade medirá se o modelo reduziu ou aumentou o risco do portfólio em relação aos outros métodos.
8. Além da execução desses testes no simulador *default.qubit* da biblioteca *pennylane*<sup>1</sup>, também serão realizados testes em computadores quânticos reais. Alguns testes já foram realizados e os resultados preliminares serão mostrados nas seções a seguir.

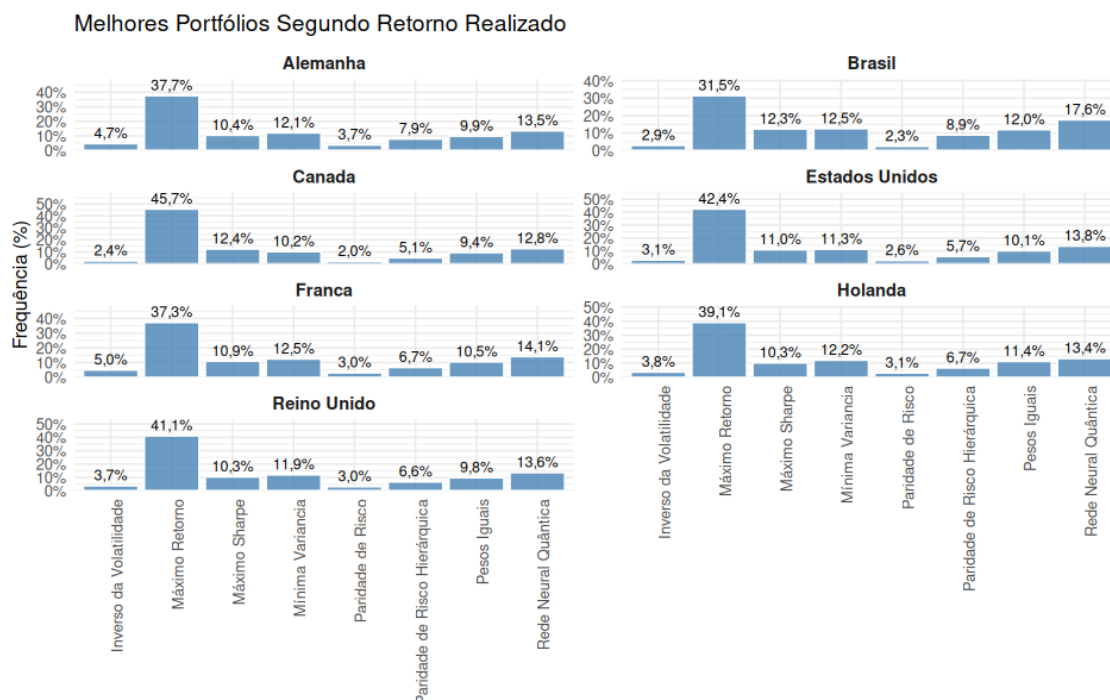
### 3. Resultados Preliminares e Discussão

Aplicando-se a metodologia referida, foram realizados testes preliminares da rede neural quântica proposta. O treinamento da RNQ se mostrou um desafio devido a existência de platôs, porém, foi possível utilizando uma otimização aleatória. Com base nos dados, foram encontrados 7 países com dados de ETFs confiáveis para a aplicação do modelo. Os testes iniciais mostraram que, sob a ótica do retorno realizado dos portfólios, o modelo de RNQ apresenta o segundo melhor desempenho em todos os países analisados, como mostrado na figura 3. Outro ponto a ser notado é que os modelos de paridade de risco e de inverso da volatilidade apresentaram as piores performances em relação aos modelos em todos os países. Os resultados positivos da utilização deste método empírico em relação aos métodos tradicionais concordam com várias análises feitas em outros

---

<sup>1</sup><https://www.xanadu.ai/products/pennylane/>

trabalhos, como por [López de Prado 2016], [Raffinot 2017] e amplamente exposto em [Mirete-Ferrer et al. 2022].



**Figura 3. Frequência que cada modelo representou o portfólio com melhor retorno realizado nos diferentes cenários por país. Fonte: Própria**

Esses resultados preliminares impulsionam a continuação e o aprofundamento das análises propostas na metodologia. A realização de testes em computadores quânticos reais apresenta um grande desafio, uma vez que muitos dados foram utilizados e, atualmente, os tempos de computação disponíveis em computadores quânticos são limitados. Outro ponto que pode ser abordado em futuros trabalhos é o estudo do comportamento do modelo em si, em outras palavras, se é possível identificar padrões nas séries de retornos que fazem o modelo alocar mais em um ativo advindo dessa série em detrimento do outro ativo. Um exemplo seria identificar um viés no modelo de alocar mais em ativos que possuíssem melhores retornos passados do que os demais, o que mostraria que o rendimento de um ativo no passado contém alguma informação útil para prever o rendimento futuro do ativo. Esses pontos são possíveis próximos passos para a pesquisa.

## Referências

- Alcazar, J., Leyton-Ortega, V., and Perdomo-Ortiz, A. (2020). Classical versus quantum models in machine learning: Insights from a finance application. *Machine Learning: Science and Technology*, 1(3).
- Bueno, D. (2026). Riqueza financeira global cresce 8,7% e brasil acelera acima da média mundial, aponta relatório da allianz.

- Ciliberto, C., Herbster, M., Ialongo, A. D., Pontil, M., Rocchetto, A., Severini, S., and Wossnig, L. (2018). Quantum machine learning: a classical perspective. *Proc. Math. Phys. Eng. Sci.*, 474(2209):20170551.
- Gelmini, M. and Uberti, P. (2024). The equally weighted portfolio still remains a challenging benchmark. *International Economics*, 179:100525.
- Glover, F. W. and Kochenberger, G. A. (2018). A tutorial on formulating qubo models. *ArXiv*, abs/1811.11538.
- Jain, P. and Jain, S. (2019). Can machine learning-based portfolios outperform traditional risk-based portfolios? the need to account for covariance misspecification. *Risks*, 7.
- López de Prado, M. (2016). Building diversified portfolios that outperform out of sample. *J. Portf. Manag.*, 42(4):59–69.
- Maillard, S., Roncalli, T., and Teïletche, J. (2010). The properties of equally weighted risk contribution portfolios. *J. Portf. Manag.*, 36(4):60–70.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection\*. *The Journal of Finance*, 7:77–91.
- Mirete-Ferrer, P. M., Garcia-Garcia, A., Baixauli-Soler, J. S., and Prats, M. A. (2022). A review on machine learning for asset management. *Risks*, 10.
- Ozbayoglu, A. M., Gudelek, M. U., and Sezer, O. B. (2020). Deep learning for financial applications : A survey. *Applied Soft Computing*, 93:106384.
- Paiva, F. D., Cardoso, R. T. N., Hanaoka, G. P., and Duarte, W. M. (2019). Decision-making for financial trading: A fusion approach of machine learning and portfolio selection. *Expert Systems with Applications*, 115:635–655.
- Palmer, S., Şahin, S., Hernandez, R. J., Mugel, S., and Orús, R. (2021). Quantum portfolio optimization with investment bands and target volatility.
- Park, H., Sim, M. K., and Choi, D. G. (2020). An intelligent financial portfolio trading strategy using deep q-learning. *Expert Systems with Applications*, 158:113573.
- Raffinot, T. (2017). Hierarchical clustering-based asset allocation. *The Journal of Portfolio Management*, 44(2):89–99.
- Sakuler, W., Oberreuter, J. M., Aiolfi, R., Asproni, L., Roman, B., and Schiefer, J. (2025). A real-world test of portfolio optimization with quantum annealing. *Quantum Machine Intelligence*, 7(1).
- Takeuchi, L. (2013). Applying deep learning to enhance momentum trading strategies in stocks.
- Uysal, A. S., Li, X., and Mulvey, J. M. (2023). End-to-end risk budgeting portfolio optimization with neural networks. *Annals of Operations Research*.
- Zhang, C., Zhang, Z., Cucuringu, M., and Zohren, S. (2021). A universal end-to-end approach to portfolio optimization via deep learning. Papers 2111.09170, arXiv.org.