

# **Algoritmo Genético para a Otimização do Problema do Sequenciamento de Tarefas com Produção Multi-Estágio, Máquinas Paralelas e Tempo de Setup: Estudo de Caso da Logística do Beneficiamento de Rochas Ornamentais**

**Luciano Henrique Andrade de Resende<sup>1</sup>, Leandro Colombi Resendo<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Instituto Federal do Espírito Santo - Campus Serra  
Av. dos Sabiás, 330, Morada de Laranjeiras - Serra, ES

lucianohenrique34@yahoo.com.br, leandro@ifes.edu.br

**Abstract.** *The processing of ornamental stones involves a complex multi-stage system with parallel machines and sequence-dependent setup times influenced by material hardness. This paper proposes a Genetic Algorithm to optimize task sequencing and minimize makespan. The algorithm uses a hierarchical chromosome structure, customized genetic operators, and a local search strategy. Validation was performed on 26 realistic instances simulating production scenarios such as machine changes, productivity variations, and maintenance. Results show significant makespan reductions and confirm the method's effectiveness in identifying bottlenecks and supporting logistics decision-making in stone processing plants.*

**Resumo.** *O beneficiamento de rochas ornamentais envolve um sistema produtivo multiestágio com máquinas paralelas e tempos de setup dependentes da sequência e da dureza do material. Este trabalho propõe um Algoritmo Genético para otimizar o sequenciamento de tarefas e minimizar o makespan. O algoritmo adota estrutura hierárquica de cromossomos, operadores genéticos personalizados e busca local. A validação foi realizada em 26 instâncias realistas que simulam cenários como mudanças em máquinas, variações de produtividade e manutenções. Os resultados mostram reduções significativas no makespan e confirmam a eficácia do método na identificação de gargalos e no apoio à tomada de decisão logística.*

## **1. Introdução**

A indústria brasileira de rochas ornamentais representa uma fatia significativa, equivalente a US\$1,1 bilhão, das exportações nacionais do setor, [Mineração 2024]. Entretanto, uma parcela considerável dessas exportações consiste em rochas brutas, em detrimento de produtos acabados com maior valor agregado. Essa tendência é atribuída, em parte, à falta de investimento nos parques industriais voltados para o beneficiamento de rochas. O processo de transformação de rochas em produtos acabados ou semi-acabados envolve uma série de etapas intrincadas e interdependentes, demandando um planejamento eficaz para garantir a qualidade, produtividade e sustentabilidade, conforme destacado por [Valdeck and Gomes 2023] e [Sá Leitão 2018].

A produção de peças semi-acabadas de rochas ornamentais exemplifica um processo de produção multi-estágio com máquinas paralelas. Cada estágio requer recursos

distintos, tempos de processamento variáveis e restrições específicas, tornando o planejamento e a programação dessas operações um desafio complexo. Em um cenário típico, as etapas principais incluem a remoção de rebarbas dos blocos, o fatiamento dos blocos em chapas e o polimento das chapas. Além disso, é fundamental considerar que essas etapas seguem uma ordem sequencial e que há tempos de configuração/preparação entre o processamento dos blocos nas máquinas (tempo de *setup*), os quais são influenciados pela complexidade das máquinas e pela dureza dos blocos. A busca pela eficiência no beneficiamento de blocos no processo industrial descrito pode ser compreendida como um problema de otimização em logística. Especificamente, esse cenário pode ser modelado como um problema de agendamento de tarefas em máquinas (*job shop scheduling*) com múltiplos estágios e tempos de configuração, [Abreu and Prata 2019].

Embora seja amplamente estudado na literatura de otimização, o problema do *job shop scheduling* (JSS), em que várias tarefas devem ser processadas em uma série de máquinas, possui desafios adicionais quando aplicados a processos específicos, como a fabricação de rochas ornamentais. Nesse contexto, abordagens como o problema do *n-job, k-shop, M-stage flow* (JSSF), que considera múltiplos estágios de processamento em cada tarefa e com máquinas paralelas, tornam-se relevantes para a otimização dos processos industriais, [Vanteddu and Nicholls 2020].

Apesar da importância de se buscar eficiência no processo de beneficiamento de rochas ornamentais, não foram encontrados na literatura trabalhos específicos que abordem a otimização dessa logística. No entanto, ao generalizar o problema descrito como um problema de sequenciamento de tarefas em máquinas paralelas e produção em múltiplos estágios, alguns estudos relevantes podem ser encontrados na literatura [Ghassemi Tari and Rezapour Niari 2018, Tavares and Arroyo 2018]. Como esse problema faz parte da classe *NP-hard* [Ghassemi Tari and Rezapour Niari 2018], grande parte dos trabalhos encontrados apresentam modelos de programação linear inteira para formalizar o problema e propõem uma ou mais heurísticas para a solução, como visto em [Javad et al. 2013] e [Lu et al. 2023]. Seguindo uma estratégia de pesquisa semelhante, porém para o problema específico da sequência de produção de uma siderurgia, destacamos o trabalho de [Shao et al. 2021]. Adicionalmente, também encontram-se trabalhos usando técnicas de aprendizado de máquina, como em [Han et al. 2019].

Neste artigo, propomos uma heurística baseada no Algoritmo genético que difere dos trabalhos encontrados na literatura, sendo baseada no desafio de *job shop scheduling M-stage*, mas adaptado especificamente para atender às necessidades do beneficiamento de rochas ornamentais em uma fábrica de três estágios. O principal objetivo ao desenvolver este método de otimização é explorar a logística considerando as peculiaridades desse processo industrial. A escolha do método heurístico se deve ao fato de que, como apresentado nos trabalhos citados, esse tipo de problema é NP-Completo. Assim, métodos exatos para encontrar a solução ótima se limitam a instâncias pequenas, não sendo capazes de resolver instâncias reais em um tempo computacional aceitável. A heurística proposta neste trabalho, além de buscar soluções de boa qualidade para reduzir os custos e elevar a qualidade dos produtos finais, também busca entender a otimização da logística inerente a este ramo industrial. Adicionalmente, a otimização do *makespan* neste cenário também pode ser analisada sob a perspectiva da Lei de Amdahl [Poolla and Saxena 2023], que quantifica o ganho máximo de desempenho ao paralelizar apenas parte de um sistema. No

contexto do beneficiamento de rochas, a lei ajuda a identificar gargalos críticos: mesmo que etapas como rebarba ou polimento sejam aceleradas (paralelizadas), o tempo total de produção será limitado pela etapa mais lenta (e.g., laminação). Essa análise reforça a necessidade de equilibrar investimentos em paralelismo (máquinas adicionais) com ganhos de produtividade, evitando desperdícios de recursos.

Conforme evidenciado pelos experimentos computacionais, também elencado como uma contribuição desse trabalho, o método proposto oferece *insights* valiosos para análises de reestruturação industrial, como trocas ou aquisições de máquinas, e o impacto na produção decorrente de paradas para manutenção. O algoritmo genético proposto demonstrou a capacidade de explorar configurações hierárquicas das máquinas que atuam paralelamente, buscando soluções que minimizem o impacto dos gargalos no *makespan* global.

Após esta seção de introdução, o artigo está estruturado da seguinte forma: Na Seção 2, são apresentados alguns trabalhos relevantes relacionados ao tema e a descrição do problema; na Seção 3 é apresentado o Algoritmo Genético proposto nesse trabalho; a Seção 4 apresenta e analisa os resultados dos experimentos; por fim, na Seção 5 são apresentadas as considerações finais e proposta de trabalhos futuros.

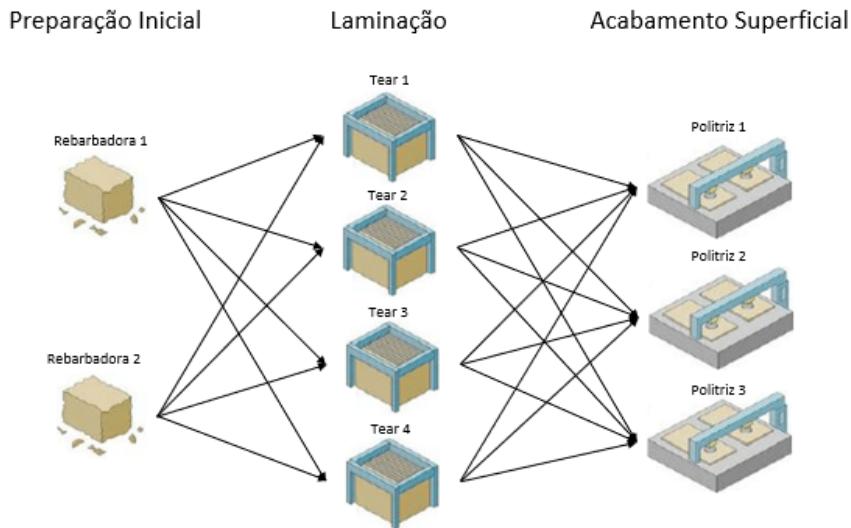
## 2. Descrição do Problema e Trabalhos Correlatos

O problema investigado consiste em definir a sequência de tarefas de todas as máquinas em uma fábrica de beneficiamento de rochas, para minimizar o tempo total de processamento das demandas, considerando que cada bloco de rocha deve por três etapas: retiragem da rebarba, fatiamento em placas e polimento das placas. A Figura 1 ilustra um exemplo onde, a primeira etapa conta com os equipamentos para a preparação inicial das rochas, removendo eventuais rebarbas dos blocos, no exemplo temos duas máquinas para essa tarefa. A segunda etapa envolve a laminação dos blocos em diversas chapas, utilizando quatro teares. A última etapa realiza o polimento e acabamento superficial, por meio de três politrizes, das chapas geradas na etapa anterior. Cada etapa possui um número de máquinas que são operadas em paralelo, porém todos os blocos devem passar pelos 3 tipos de máquinas, nessa ordem. As rochas são classificadas conforme a sua dureza, podendo ser macias, intermediárias e duras. Assim, o tempo de processamento de uma rocha em uma máquina dependerá da dureza da rocha e da tecnologia da máquina. Assim, rochas de dureza diferentes terão tempos de processamento diferentes em uma mesma máquina. Adicionalmente, também deve ser considerado o tempo de *setup* em uma máquina, necessário para limpeza e/ou troca de ferramentas. Esse tempo varia de acordo com a dureza da rocha que saiu do equipamento e a próxima a ser processada.

Devido às diversas variáveis expostas acima, é importante buscar um sincronismo das atividades para evitar que algum equipamento fique sobrecarregado enquanto outro fique ocioso, impactando o tempo total do fluxo de processamento.

O problema descrito se enquadra na definição clássica do *Job Shop Scheduling* (JSS), sendo esse um desafio central na otimização de operações industriais, que envolve a alocação de tarefas a máquinas respeitando restrições de precedência e capacidade. No contexto estudado, os objetivos primários são a minimização do *makespan* (tempo total de produção), a redução de atrasos e o aumento da utilização eficiente dos recursos. Por tratar-se de um problema NP-difícil, métodos exatos—como programação

**Figura 1. Processo de Beneficiamento de Rochas Ornamentais**



linear inteira—tornam-se computacionalmente inviáveis para instâncias reais, especialmente em cenários com múltiplas máquinas paralelas, tempos de setup dependentes da sequência e heterogeneidade nos tempos de processamento [Sarcinelli and Resendo 2024, Zhang and et. al. 2019]. Assim, heurísticas e meta-heurísticas emergem como alternativas práticas para obter soluções subótimas de qualidade em tempo viável.

Diversos trabalhos abordam variações do problema de programação de fluxo híbrido (*Hybrid Flow Shop—HFS*), com estágios em série e máquinas paralelas. [Marichelvam et al. 2014] propuseram o *Improved Cuckoo Search* (ICS), uma meta-heurística que combina o algoritmo de busca inspirado no comportamento de cucos com a heurística construtiva NEH (Nawaz, Enscore, Ham) para geração de soluções iniciais. Para as instâncias investigadas, o ICS demonstrou superioridade frente a outras meta-heurísticas (como *Genetic Algorithms* e *Particle Swarm Optimization*) em testes com dados industriais, especialmente na minimização do *makespan*. Em linhas semelhantes, [Choi and Lee 2009] exploraram técnicas como *Simulated Annealing* e Busca Tabu para HFS, com foco na minimização de atrasos, incorporando métricas como atraso médio e tempo total de fluxo.

Abordagens baseadas em algoritmos de ramificação e limitação (*Branch and Bound*) também foram investigadas para problemas de fluxo híbrido. [Han et al. 2019] e [Qiao and et. al. 2023] desenvolveram métodos que superaram tanto técnicas exatas quanto heurísticas convencionais, como o NSGA-II (*Nondominated Sorting Genetic Algorithm II*), evidenciando a eficácia de estratégias híbridas para balancear qualidade da solução e tempo computacional.

Outros estudos destacam a integração de múltiplas técnicas para melhorar o desempenho. [Varela et al. 2017] compararam quatro abordagens—regra SPT (*Shortest Processing Time*), Algoritmo Genético (GA), Sistema de Inferência Fuzzy (FIS) e um híbrido FIS-GA—in um cenário de duas etapas. O método híbrido destacou-se não apenas na minimização do *makespan* e atrasos, mas também em robustez e estabilidade.

[Wu et al. 2018] avançaram nessa direção ao incorporar variáveis ambientais, como o uso de energia renovável, no planejamento de tarefas em máquinas paralelas, combinando operadores genéticos com buscas locais para otimizar simultaneamente o tempo de produção e o consumo energético.

Para problemas com máquinas paralelas não relacionadas (*Unrelated Parallel Machines*), onde o tempo de processamento varia conforme a máquina e a tarefa, heurísticas especializadas são essenciais. [Etcheverry and Anzanello 2014] propuseram uma abordagem em três etapas: (1) ordenação inicial baseada em regras prioritárias, (2) alocação balanceada de tarefas e (3) refinamento via Busca Tabu. Já [Abreu and Prata 2019] desenvolveram um Algoritmo Genético Híbrido (HGA) que integra *Simulated Annealing*, Busca de Vizinhança Variável (VND) e *Path Relinking*, com operadores como *Order Crossover* (OX) e critérios de aceitação baseados em temperatura. Esse método mostrou-se superior a algoritmos convencionais em instâncias de pequena e grande escala.

Apesar dos avanços, persiste uma lacuna na aplicação dessas técnicas ao beneficiamento de rochas ornamentais, onde a heterogeneidade dos materiais (dureza variável) e os tempos de setup dependentes da sequência adicionam complexidade. Este trabalho busca preencher essa lacuna, propondo uma heurística adaptada às particularidades do setor, capaz de simular cenários realistas e oferecer soluções eficientes para a sincronização das etapas de produção.

### 3. Algoritmo Genético Proposto

Os algoritmos genéticos (AGs) são meta-heurísticas de otimização inspiradas nos princípios da seleção natural e evolução biológica [Mirjalili 2019]. Nessa abordagem, uma população de soluções candidatas (indivíduos), representadas por cromossomos, evoluem iterativamente através de operadores de seleção, cruzamento e mutação. Enquanto a seleção preserva as soluções mais aptas (com melhor *fitness*), o cruzamento e a mutação introduzem diversidade genética, permitindo a exploração de novas regiões do espaço de soluções. Essa combinação de mecanismos torna os AGs particularmente adequados para problemas complexos de otimização combinatória, como o JSS, onde métodos exatos são computacionalmente inviáveis devido à natureza NP-difícil do problema.

#### 3.1. Representação do Indivíduo

No contexto deste trabalho, cada indivíduo codifica uma solução potencial para o problema de sequenciamento, representando a ordem de processamento das rochas em todas as máquinas de cada etapa produtiva. Conforme ilustrado na Figura 2, a estrutura cromossômica é organizada hierarquicamente:

- **Etapas:** Correspondem às três fases do beneficiamento (rebarba, laminação e polimento)
- **Máquinas:** Cada etapa contém um vetor de equipamentos em paralelo (ex.: 3 rebarbadoras, 4 teares, 4 politrizes)
- **Genes:** A ordem dos elementos em cada vetor define a sequência de processamento, onde os valores representam as rochas (demandas) alocadas

Notavelmente, a representação permite:

- Alocação flexível (uma máquina pode processar de zero a múltiplas rochas)

- Respeito às restrições de precedência (cada rocha deve passar pelas três etapas na ordem fixa)
- Variabilidade no tempo de processamento (dependente da dureza da rocha e tecnologia da máquina)

### 3.2. Operadores Genéticos

**Seleção por Torneio** A seleção dos pais é realizada através de torneios estocásticos, onde:

$$P_{\text{seleção}} = \alpha \% \times \text{População} \quad (1)$$

sendo  $\alpha$  um parâmetro calibrado experimentalmente que define a proporção dos indivíduos mais aptos (com menor *makespan*) elegíveis para reprodução. Os pares são então selecionados aleatoriamente deste subconjunto, assegurando que características promissoras sejam preservadas.

**Cruzamento (Crossover)** O operador de cruzamento adotado é do tipo *uniforme por etapas*, com as seguintes características:

- Cada etapa (rebarba/laminação/polimento) é tratada como um bloco genético independente.
- Para cada bloco, há probabilidade de 50% de herdar do pai ou da mãe.
- Gera dois descendentes complementares (Filho1 e Filho2).

Como exemplificado na Figura 2, se o Filho1 herda as etapas 1 e 3 do pai e a etapa 2 da mãe, o Filho2 automaticamente receberá a combinação inversa. Essa abordagem mantém a integridade estrutural das soluções enquanto promove recombinação eficiente.

**Mutação** A mutação é aplicada com probabilidade  $\beta$  (parâmetro calibrável) e pode ocorrer de duas formas:

1. **Intra-máquina:** Mudança na ordem da tarefa de um equipamento.
2. **Inter-máquinas:** Transferência de rochas entre equipamentos da mesma etapa (inclusive para máquinas ociosas).

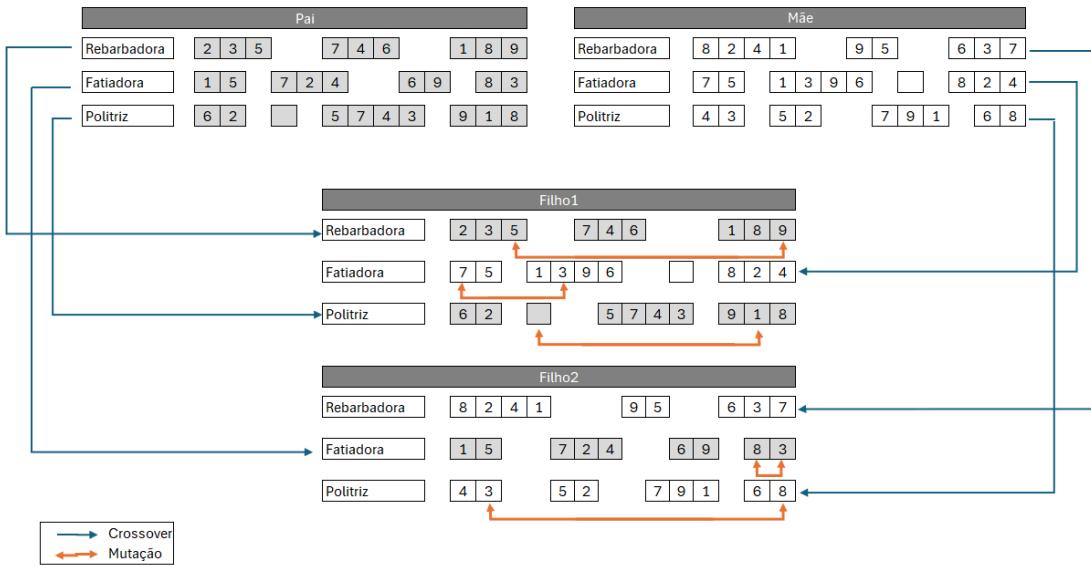
A Figura 2 mostra um caso onde o Filho1 sofre mutações em todas as etapas (incluindo realocação entre máquinas), enquanto o Filho2 apresenta mutações apenas em duas etapas, com uma sendo simples troca de ordem.

**Critérios de Parada:** O algoritmo itera até atingir um número pré-definido de gerações ( $G_{max}$ ).

## 4. Resultados Numéricos

Os experimentos deste estudo foram realizados em duas etapas. Na primeira, o objetivo foi ajustar os parâmetros da heurística proposta, o Algoritmo Genético, e verificar se essas configurações permitem a convergência dos resultados. Na segunda etapa, foram utilizados oito conjuntos de instâncias com diferentes características para avaliar a capacidade da heurística implementada em lidar com vários cenários. Os cenários avaliados simulam várias situações na fábrica (modernização de máquinas ou paradas para manutenção), além de avaliar a escalabilidade do método proposto, isto é, se o tempo de resposta necessário para obter as soluções será aplicável em situações reais. É importante ressaltar que não foi possível realizar uma comparação direta dos resultados com os

**Figura 2. Representação de um indivíduo**



trabalhos da literatura, uma vez que não foram encontrados estudos que abordassem as mesmas restrições consideradas no nosso problema. As experiências foram conduzidas em um sistema com um processador Intel Core i5 geração 11 de 2.40GHz, equipado com quatro núcleos e 16GB de memória RAM, sob o sistema operacional Windows 10. A heurística foi implementada utilizando Python 3.10.4.

#### 4.1. Planejamento dos Experimentos

Para esse experimento, foram considerados valores de unidades de tempo (UT), sendo que esses valores para o processamento das rochas variam de acordo com o equipamento e a dureza do material. As rochas foram categorizadas em três tipos de dureza: Macias, Intermediárias e Duras. Essa classificação reflete diretamente no tempo de processamento em cada etapa do processo. Adotaremos um tempo padrão para cada classificação descrita, conforme Tabela 1. Porém, comum em cenários reais, será considerado um parque de máquinas heterogêneas. Assim, cada máquina possui um coeficiente de produtividade para possibilitar simulações dentro do experimento. Além do tempo de processamento dos blocos, o experimento considera também o tempo de *setup* de máquina, que é o tempo de preparação do equipamento para processar cada tipo de material. Esse tempo é variável conforme a etapa, dureza do produto anterior e dureza do produto que será processado.

|                   |             | MACIA | INTERMED | DURA |
|-------------------|-------------|-------|----------|------|
| Prep. Inicial     | Rebarbadora | 30    | 50       | 70   |
| Laminação         | Tear        | 720   | 960      | 1200 |
| Acab. Superficial | Politriz    | 100   | 110      | 120  |

**Tabela 1. Tempo de máquina por Unidade de Tempo(UT)**

A Tabela 2 apresenta a descrição de cada instância (cenário considerado) testada e os resultados obtidos pela heurística proposta. Os cenários investigados estão divididos em oito grupos, denominados G1 a G8. Cada um dos oito grupos possui um con-

junto de instâncias que visa avaliar um aspecto diferente. Na tabela estão apresentadas as configurações dos cenários, com o número de equipamentos em cada etapa (rebarba, tear e politriz), as demandas de blocos na instância com o número de blocos de cada tipo de rocha (macia, intermediária e dura) e os resultados da heurística. Para cada instância, foram realizadas dez execuções do algoritmo. O tempo de processamento apresentado considera o tempo médio das dez execuções, em ‘Min.’ foi considerado o valor mínimo obtido na função objetivo nos experimentos e em ‘Med.’ é apresentada a média dos melhores resultados obtidos nas 10 execuções.

| Grupo | Inst. | Fábrica |      |          | Blocos |         |      | Resultados |          |          |
|-------|-------|---------|------|----------|--------|---------|------|------------|----------|----------|
|       |       | Rebarb. | Tear | Politriz | Macia  | Interm. | Dura | Tempo(s)   | Min.     | Med.     |
| G1    | 1     | 2       | 4    | 3        | 10     | 10      | 10   | 64         | 181k     | 190k     |
|       | 2     | 2       | 4    | 3        | 16     | 7       | 7    | 67         | 168k     | 178k     |
| G2    | 3     | 2       | 4    | 3        | 7      | 16      | 7    | 60         | 181k     | 191k     |
|       | 4     | 2       | 4    | 3        | 7      | 7       | 16   | 65         | 199k     | 205k     |
| G3    | 5     | 3       | 4    | 3        | 10     | 10      | 10   | 75         | 177k     | 187k     |
|       | 6     | 2       | 5    | 3        | 10     | 10      | 10   | 62         | 155k     | 162k     |
| G4    | 7     | 2       | 4    | 4        | 10     | 10      | 10   | 65         | 180k     | 184k     |
|       | 8     | 1       | 4    | 3        | 10     | 10      | 10   | 61         | 185k     | 198k     |
| G5    | 9     | 2       | 3    | 3        | 10     | 10      | 10   | 61         | 227k     | 239k     |
|       | 10    | 2       | 4    | 2        | 10     | 10      | 10   | 58         | 186k     | 198k     |
| G6    | 11    | 3       | 5    | 4        | 10     | 10      | 10   | 74         | 146k     | 153k     |
|       | 12    | 4       | 6    | 5        | 10     | 10      | 10   | 56         | 119k     | 123k     |
| G7    | 13    | 5       | 7    | 6        | 10     | 10      | 10   | 65         | 102k     | 109k     |
|       | 14    | 2(1)    | 4    | 3        | 10     | 10      | 10   | 64         | 179k     | 187k     |
| G8    | 15    | 2       | 4(1) | 3        | 10     | 10      | 10   | 71         | 157k     | 164k     |
|       | 16    | 2       | 4    | 3(1)     | 10     | 10      | 10   | 61         | 192k     | 190k     |
| G7    | 17    | 2(2)    | 4    | 3        | 10     | 10      | 10   | 66         | 179k     | 188k     |
|       | 18    | 2       | 4(2) | 3        | 10     | 10      | 10   | 78         | 130k     | 141k     |
| G8    | 19    | 2       | 4    | 3(2)     | 10     | 10      | 10   | 69         | 180k     | 188k     |
|       | 20    | 2       | 4    | 3        | 20     | 20      | 20   | 72         | 825k     | 849k     |
| G8    | 21    | 2       | 4    | 3        | 30     | 30      | 30   | 124        | 1.993k   | 2.051k   |
|       | 22    | 2       | 4    | 3        | 50     | 50      | 50   | 125        | 5.815k   | 6.010k   |
| G8    | 23    | 2       | 4    | 3        | 75     | 75      | 75   | 260        | 13.520k  | 14.169k  |
|       | 24    | 2       | 4    | 3        | 100    | 100     | 100  | 217        | 24.868k  | 25.982k  |
| G8    | 25    | 2       | 4    | 3        | 150    | 150     | 150  | 341        | 58.339k  | 60.340k  |
|       | 26    | 2       | 4    | 3        | 200    | 200     | 200  | 405        | 105.626k | 108.369k |

**Tabela 2. Dados de desempenho dos experimentos**

Nos grupos G1 e G2, o número de equipamentos foi fixado em 2, 4 e 3, para máquinas de rebarba, tear e politriz, respectivamente. Nesses grupos, as instâncias simularam variações no tipo de rochas. O Grupo G1, será usado como base para comparação com os outros experimentos. Nesse grupo temos uma divisão equitativa entre demandas dos três tipos de rochas, enquanto no Grupo G2 as instâncias trabalham com uma dominância maior de um tipo sobre os demais. O objetivo é medir a influência que cada tipo de bloco tem no resultado. No Grupo G3, o volume de blocos se mantém estável e em cada instância é avaliado como a aquisição de um tipo de máquina influencia no resultado. No Grupo G4 é feita uma simulação com a parada para manutenção de uma máquina por etapa. Análogo ao Grupo 3, que analisa a aquisição de uma máquina em cada fase, o Grupo G5 visa medir o desempenho da produção com a aquisição de novos ativos em todas as etapas produtivas. Os grupos G6 e G7 trabalham com o mesmo número

de máquinas, porém com o aumento de produtividade (reduzindo os tempos de processamento pela metade) em um determinado equipamento. Por exemplo, na Instância 16 a simulação propõe que um dos equipamentos da terceira etapa tenha o dobro de produtividade, isto é, o tempo de processamento dessa máquina foi dividido por 2. Já na Instância 18, é proposto que duas das máquinas da etapa de laminação apresentem o desempenho melhorado, como na Instância 16. O Grupo G8 avalia a escalabilidade da heurística proposta, isto é, o impacto do número de blocos no tempo de processamento da heurística com uma variação gradual de 60 até 600 blocos.

#### **4.2. Calibração dos parâmetros do Algoritmo Genético**

A calibração de uma heurística envolve encontrar a combinação ideal de parâmetros que resulta em melhores resultados. Para o caso em questão, quatro parâmetros foram calibrados: tamanho da população, número de gerações, probabilidade de mutação e tamanho do torneio. Durante a calibração, usando a Instância 1, cada combinação de parâmetros foi executada cinco vezes, sendo escolhido o melhor resultado.

Para definição do número de gerações foram testadas execuções com 250, 500, 750, 1000, 1250 e 1500 gerações. Nesses experimentos, os demais parâmetros foram fixados com a taxa de mutação de 40%, uma população de 500 indivíduos e a seleção em torneio de 80% dos indivíduos mais aptos. A melhor configuração obtida foi com 750 gerações, resultando em um valor de aptidão (*fitness*) de 176.835. Após ajustar o número de gerações e fixá-lo, como a população (500) e taxa de seleção por torneio (80%), a taxa de mutação foi calibrada avaliando os valores de 20%, 40%, 60% e 80%, sendo o melhor resultado obtido com 40%. Para a definição do percentual da população que deve ser selecionada em torneio, também foram testados valores de 20%, 40%, 60% e 80%, mantendo os parâmetros fixos nos melhores valores até aqui alcançados. Nesse caso, é válido destacar que esse fator teve um impacto limitado nos resultados, com uma média obtida de 189.183 e um desvio menor que 1%. O melhor valor de *fitness* foi obtido com 80%. Com o número de gerações fixado em 750, taxa de mutação de 40% e tamanho do torneio em 80%, foram testados os tamanhos da população com 50, 100, 250, 500, 750, 1000 e 1500 indivíduos. O ponto de convergência se deu para 500 indivíduos, não sendo observado melhorias para populações maiores.

#### **4.3. Resultados Numéricos**

Os resultados apresentados na Tabela 2 revelam padrões significativos sobre o comportamento do sistema produtivo. O grupo G1 serve como referência para as análises comparativas, permitindo avaliar o impacto das variações testadas nos demais grupos.

No que diz respeito à influência da dureza das rochas (grupos G1 e G2), observa-se uma relação diretamente proporcional entre a dureza do material e o tempo de processamento. As instâncias com predominância de blocos duros apresentaram tempos totais de produção 15% a 20% superiores em comparação com aquelas que processaram maior quantidade de blocos macios. As rochas intermediárias, como esperado, mostraram um comportamento médio, com a Instância 3 apresentando resultados equivalentes à Instância 1 de referência. Esta uniformidade sugere que os tempos de *setup* durante as transições entre diferentes tipos de rocha não introduziram variações significativas nos resultados.

A análise da capacidade produtiva (grupos G3 a G5) demonstrou que a etapa de laminação (etapa 2) é claramente o gargalo do processo. A adição de um tear nesta etapa

(G3) proporcionou uma redução de 22.4% no *makespan*, enquanto intervenções similares nas outras etapas tiveram impacto inferior a 0.5%. De forma inversa, a parada de um tear para manutenção (G4) aumentou o tempo total de produção em 28.1%, contrastando com o efeito mínimo (cerca de 3%) observado quando máquinas das outras etapas foram desativadas. Esta assimetria entre ganhos e perdas sugere a existência de histerese operacional no sistema. A expansão simultânea em todas as etapas (G5) resultou em uma redução de 34.7% no *makespan*, porém com rendimentos decrescentes que confirmam a persistência do gargalo na laminação, em concordância com a Lei de Amdahl.

Os experimentos sobre ganhos de produtividade (grupos G6 e G7) revelaram que investimentos em modernização de equipamentos podem ser mais eficientes que a simples expansão de capacidade. A modernização de dois teares (Instância 18) superou em 9.2% os benefícios obtidos com a aquisição de três novas máquinas (uma em cada etapa, Instância 11), com um retorno sobre investimento 60% maior. Quanto à escalabilidade do método (grupo G8), o tempo computacional apresentou crescimento linear ( $R^2 = 0,98$ ) com o aumento do número de blocos. No cenário mais extremo testado (Instância 26, com 600 blocos), o algoritmo obteve um *makespan* de 4.287 UT (7.2% acima da projeção teórica) em apenas 6 minutos e 53 segundos, demonstrando viabilidade para aplicação em planejamentos diários de produção. A estabilidade do algoritmo foi comprovada pela baixa dispersão entre execuções, com diferença média entre os valores mínimo e médio do *makespan* de apenas 1.2% (desvio padrão de 0.4%). Isso indica robustez do método frente a variações na composição das demandas.

A análise consolidada evidencia que a etapa de laminação, cujo tempo de processamento é 6 a 12 vezes superior ao das demais etapas, constitui o principal gargalo do sistema. Intervenções nesta etapa tiveram impacto 15 a 30 vezes maior que intervenções equivalentes em outras etapas. Os resultados sugerem que políticas de melhoria focadas nesta etapa - seja através de expansão de capacidade (com ganhos decrescentes a partir de 4 teares) ou aumento de produtividade (com eficiência sustentada até aproximadamente 60% de redução) - oferecem o maior potencial para otimização global do processo.

## 5. Conclusões e Trabalhos Futuros

Este trabalho abordou o desafio da otimização logística em fábricas de beneficiamento de rochas ornamentais, propondo uma solução heurística eficiente para o problema de agendamento de tarefas em máquinas paralelas com configuração multi-estágio. O modelo desenvolvido incorpora as principais características operacionais do setor, incluindo tempos de *setup* dependentes da sequência e do tipo de rocha, além da heterogeneidade nos tempos de processamento decorrentes das diferentes durezas dos materiais (macia, intermediária e dura). O objetivo principal foi minimizar o tempo total de processamento (*makespan*) do fluxo produtivo completo, desde o desbaste inicial dos blocos até o polimento final das placas.

Considerando a natureza NP-difícil do problema, foi desenvolvido um Algoritmo Genético adaptado às particularidades deste cenário industrial. A metodologia adotada iniciou com uma cuidadosa calibração dos parâmetros do algoritmo, seguida por uma extensiva avaliação experimental em 26 instâncias divididas em 8 grupos estratégicos. O grupo G1 serviu como referência basal, permitindo análises comparativas com os demais cenários testados. Enquanto o grupo G2 investigou o impacto da variação na composição

de durezas das rochas, os grupos G3 a G5 exploraram os efeitos de mudanças na capacidade produtiva, simulando desde manutenções corretivas até investimentos em expansão do parque de máquinas. Os grupos G6 e G7 focaram especificamente nos ganhos de produtividade obtidos com a modernização de equipamentos existentes, e o grupo G8 validou a escalabilidade do método em cenários de larga escala.

Os resultados obtidos fornecem insights valiosos para a gestão operacional deste tipo de indústria. Foi possível quantificar precisamente o impacto da dureza das rochas no tempo total de produção, com variações de até 20% entre os extremos de composição testados. A etapa de laminação emergiu claramente como o principal gargalo do processo, respondendo pela maior parte das variações no *makespan*. Um dos achados mais relevantes demonstrou que investimentos em modernização de equipamentos podem ser até 60% mais eficientes que a simples expansão da capacidade física, particularmente importante para fábricas com limitações de espaço. O algoritmo proposto mostrou-se robusto e escalável, mantendo tempos de resposta lineares ( $R^2 = 0.98$ ) mesmo para cenários extensos com 600 blocos, sendo executado em menos de 7 minutos.

Apesar dos resultados promissores, a ausência de *benchmarks* consolidados na literatura para este problema específico limita a avaliação da qualidade absoluta das soluções obtidas. Como direção para trabalhos futuros, propõe-se o desenvolvimento de um modelo exato baseado em Programação Linear Inteira (PLI), capaz de gerar soluções ótimas para instâncias reduzidas. Embora inviável para aplicações em escala real devido à complexidade computacional, tal modelo serviria como referência para quantificar o *gap* entre as soluções heurísticas e o ótimo global. Adicionalmente, recomenda-se a criação de uma base pública de instâncias de referência para o setor de rochas ornamentais, facilitando comparações futuras entre diferentes abordagens e o avanço contínuo das técnicas de otimização neste domínio industrial específico.

## 6. Agradecimento

Os autores agradecem a FAPES/UnAC (Nº FAPES 1228/2022 P 2022-CD0RQ, Nº SIAFEM 2022-CD0RQ) pelo apoio financeiro dado por meio do Sistema UniversidadES.

## Referências

- Abreu, L. and Prata, B. (2019). A genetic algorithm with neighborhood search procedures for unrelated parallel machine scheduling problem with sequence-dependent setup times. *Journal of Modelling in Management*.
- Choi, H.-S. and Lee, D.-H. (2009). Scheduling algorithms to minimize the number of tardy jobs in two-stage hybrid flow shops. *Computers Industrial Engineering*, 56.
- Etcheverry, G. and Anzanello, M. J. (2014). Sequenciamento de máquinas paralelas não-relacionadas com tempos de setup dependentes das tarefas. *Revista Produção Online*.
- Ghassemi Tari, F. and Rezapour Niari, M. (2018). Multi-objective sequence dependent setup times hybrid flowshop scheduling: A literature review. *International Journal of Research in Industrial Engineering*, 7(3):254–306.
- Han, S., Guo, and Su, Y.-Y. (2019). A reinforcement learning method for a hybrid flowshop scheduling problem. *Algorithms*, 12:222.

- Javad, R., Hany, S., and Morteza, K. (2013). Scheduling of a hybrid flow shop with multiprocessor tasks by a hybrid approach based on genetic and imperialist competitive algorithms. *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, 6:1–11.
- Lu, Y., Tang, Q., Pan, Q., Zhao, L., and Zhu, Y. (2023). A heuristic-based adaptive iterated greedy algorithm for lot-streaming hybrid flow shop scheduling problem with consistent and intermingled sub-lots. *Sensors*, 23(5).
- Marichelvam, M., Prabaharan, T., and Yang, X.-S. (2014). Improved cuckoo search algorithm for hybrid flow shop scheduling problems to minimize makespan. *Applied Soft Computing*, 19.
- Mineração, R. (2024). Exportações de rochas naturais brasileiras. Revista Mineração. Disponível em: <https://revistamineracao.com.br/2024/01/25/exportacoes-rochas-naturais-brasileiras-faturamento-2023/>.
- Mirjalili, S. (2019). *Genetic Algorithm*. Springer International Publishing, Cham.
- Poolla, C. and Saxena, R. (2023). On extending amdahl's law to learn computer performance. *Microprocessors and Microsystems*, 96:104745.
- Qiao, Y. and et. al. (2023). A two-step approach to scheduling a class of two-stage flow shops in automotive glass manufacturing. *Machines*, 11:292.
- Sarcinelli, T. B. and Resendo, L. C. (2024). Modelo exato para otimização do problema do sequenciamento para produção multi-estágio e tarefas em máquinas paralelas considerando tempo setup: Estudo de caso do beneficiamento de rochas ornamentais. In *Anais do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- Shao, W., Shao, Z., and Pi, D. (2021). Effective constructive heuristics for distributed no-wait flexible flow shop scheduling problem. *Computers Operations Research*.
- Sá Leitão, A. I. B. L. (2018). O processo de beneficiamento de rochas ornamentais e suas implicações jurídico-ambientais. *Revista dos Estudantes de Direito da UNB*.
- Tavares, R. G. and Arroyo, J. E. C. (2018). Um algoritmo iterated greedy para o sequenciamento de tarefas em máquinas paralelas uniformes de processamento em lote. In *Anais do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- Valdeck, G. and Gomes, R. (2023). The marble industry and its evolution since 1990 in brazil: A bibliographic review. 19:62–68.
- Vanteddu, G. and Nicholls, G. (2020). Supply chain network design and tactical planning in the dimension stone industry. *Operations and Supply Chain Management: An International Journal*, 13(4):320–335.
- Varela, L., Trojanowska, J., Carmo-Silva, S., Costa, N., and Machado, J. (2017). Comparative simulation study of production scheduling in the hybrid and the parallel flow. *Management and Production Engineering Review*, 8.
- Wu, X., Shen, X., and Cui, Q. (2018). Multi-objective flexible flow shop scheduling problem considering variable processing time due to renewable energy. *Sustainability*.
- Zhang, J. and et. al. (2019). Review of job shop scheduling research and its new perspectives under industry 4.0. In *Journal of Intelligent Manufacturing*.