Contração Seletiva: um modelo hiperintensional para mudança de crenças

Marlo Souza[1]

[1]Instituto de Computação – Universidade Federal da Bahia (UFBA)
Avenida Milton Santos, s/n - PAF II – 40.170-110 – Salvador – BA

msouza1@ufba.br

Abstract. *AGM belief revision theory has proven to be a fruitful approach to the study of belief change, but with little flexibility for investigating important epistemic phenomena. In particular, while beliefs are commonly accepted as hyperintensional attitudes, the AGM-influenced literature has mainly focused on intensional treatments of beliefs. In this work, we investigate hyperintensional belief change operations based on an impossible worlds semantics, showing a strong connection with well-established operations in the literature.*

Resumo. *A teoria de revisão de crença AGM provou ser uma abordagem frutífera para o estudo da mudança de crenças, mas com pouca flexibilidade para investigar fenômenos epistêmicos importantes. Em particular, enquanto as crenças são comumente aceitas como atitudes hiperintensionais, a literatura influenciada por AGM tem se concentrado principalmente em tratamentos intensionais de crenças. Neste trabalho, investigamos operações de mudança de crença hiperintensionais baseadas em uma semântica de mundos impossíveis e mostrando uma forte conexão com operações bem estabelecidas na literatura.*

1. Introdução

Mudança de Crenças (ou Revisão de Crenças) é a área que estuda como os agentes epistêmicos mudam suas crenças sobre o mundo após adquirirem novas informações. Uma das abordagens mais influentes na literatura, chamada de abordagem ou teoria AGM [Alchourrón et al. 1985], estuda postulados que caracterizam formas racionais de mudar crenças.

Desde seu trabalho seminal, a literatura inspirada em AGM tradicionalmente se baseou em uma noção altamente idealizada do agente e seu poder de raciocínio. Particularmente, é reconhecido na literatura [Özgün and Berto 2020] que crenças e outras atitudes mentais são sensíveis a distinções hiperintensionais, i.e. que podem traçar distinções entre conteúdos necessariamente equivalentes. Por exemplo, embora as sentenças "*Clark Kent trabalha no Planeta Diário*" e "*Superman trabalha no Planeta Diário*" tenham a mesma intensão, uma vez que "Clark Kent" e "Superman" se referem à mesma entidade, elas certamente não podem ser substituídas entre si de forma transparente na frase "Lois lane acredita que *Clark Kent trabalha no Planeta Diário*." Assim, operadores de mudanças de crenças hiperintensionais podem nos ajudar a explicar como o conteúdo de uma informação (ou sua apresentação) pode influenciar na formação e mudança de, crenças de um agente.

Com o objetivo de obter um compromisso entre o poder lógico da lógica epistêmica padrão e a falta de expressividade para codificar posições atuais no debate filosófico [Berto and Hawke 2021], alguns trabalhos recentes sobre mudança de crença hiperintensional surgiram na literatura para lidar com essa limitação. Mais proeminente entre eles, Berto [Berto 2019] propõe uma lógica hiperintensional de crenças condicionais e investiga operações de revisão de crenças hiperintensionais interpretadas como crenças condicionais.

Por outro lado, Souza e Wassermann [Souza and Wassermann 2021, Souza and Wassermann 2022b] investigam operações de mudança de crenças hiperintensionais usando ferramentas semelhantes às da teoria AGM, baseadas em lógicas abstratas. Enquanto o uso da lógica abstrata permite uma conexão clara entre seus resultados e os da literatura inspirada em AGM, por outro lado, obscurece as conexões dessas operações com a literatura sobre lógicas hiperintensionais - geralmente dependentes de abordagens modelo-teóricas.

Tentando aprofundar essas conexões, Souza e Wassermann [Souza and Wassermann 2022a] propõem operações hiperintensionais de mudança de crenças baseadas numa semântica de mundos impossíveis, um *framework* semântico com fortes conexões com o estudo de fenômenos hiperintensionais [Cresswell 1972, Rantala 1982, Jago 2014], mostrando que tais operações generalizam outras noções largamente estudadas na área. Nesse trabalho, continuamos tal estudo, mostrando como tais operações semanticamente definidas possuem propriedades desejáveis, provando-se superiores à abordagem sintática estudada anteriormente por Souza e Wassermann [Souza and Wassermann 2022b].

O presente trabalho está estruturado da seguinte forma: na Seção 2, apresentamos a literatura relacionada com uma breve discussão do diferencial de nosso trabalho; na Seção 3, apresentamos os conceitos e ferramentas fundamentais a serem utilizados nesse trabalho; na Seção 4, apresentamos nossa proposta de framework semântico para o estudo de mudança hiperintensional de crenças, assim como operadores definidos com ele. Por fim, apresentamos algumas considerações finais sobre o nosso trabalho.

2. Trabalhos Relacionados

Trabalhos sobre fenômenos hiperintensionais em representações de crenças e outras atitudes mentais têm uma longa tradição em lógica epistêmica, pelo menos desde o trabalho de Cresswell [Cresswell 1972, Cresswell 1975]. Em relação aos fenômenos hiperintensionais em Mudança de Crença, os trabalhos tem se concentrado principalmente na representação de compromissos doxásticos explícitos de um agente e representações sintáticas de seu estado de crença [Hansson 1991, Williams 1995].

Trabalhos em modelos genuinamente hiperintensionais para mudança de crença, entretanto, são muito mais recentes na literatura. Pelo que sabemos, Berto [Berto 2019] foi o primeiro a propor uma noção hiperintensional de mudança de crença, aplicando sua teoria mereológica de conteúdos proposicionais para estudar crenças condicionais, que podem ser entendidas como mudança de crença em seu trabalho. Esse trabalho foi posteriormente ampliado por Özgün e Berto [Özgün and Berto 2020], que propõem uma lógica dinâmica de mudança de crença hiperintensional. Ao contrário do trabalho deles, no entanto, o nosso investiga como uma noção geral de mudança de crença hiperintensional pode ser definida, com base na abordagem AGM, que pode ser conectada a diferentes entendimentos da natureza do conteúdo proposicional e dos fenômenos hiperintensionais.

Da mesma forma, Bozdag [Bozdag 2021] propõe uma lógica doxástica hiperintensional, baseada na estrutura HYPE [Leitgeb 2019], na qual a revisão da base de crenças também pode ser pensada como uma forma de condicionalização. Como antes, não está completamente claro como podemos comparar sua proposta com noções concorrentes de mudança de crença na literatura inspirada na AGM, pois, conforme observado por Lindström e Rabinowicz [Lindström and Rabinowicz 1999], as abordagens semânticas baseadas em estruturas modais muitas vezes superam o poder expressivo do framework original.

Nosso trabalho segue a linha delineada em [Souza and Wassermann 2022a], propondo uma estrutura semântica com a qual podemos entender, definir e estudar a conexão entre diferentes noções de mudança de crença hiperintensional.

3. Preliminares

Neste trabalho, empregamos as ferramentas da Lógica Abstrata e da Teoria dos Modelos para estudar classes de operações de mudança de crença. Chamamos uma lógica de qualquer par $\mathcal{L} = \langle L, Cn \rangle$, em que L é um conjunto não vazio, chamado de linguagem lógica, e $Cn : 2^L \to 2^L$ é uma função, chamada operador de consequência, que satisfaz as seguintes propriedades:

- **inclusão**: $\Gamma \subseteq Cn(\Gamma)$.
- **idempotência**: $Cn(\Gamma) = Cn(Cn(\Gamma))$.
- **monotonicidade**: Se $\Gamma \subseteq \Gamma'$, então $Cn(\Gamma) \subseteq Cn(\Gamma')$.

Além das três propriedades tarskianas básicas apresentadas acima, comumente exigiremos a propriedade de compacidade.

- **Compacidade**: Para qualquer $\varphi \in Cn(\Gamma)$, existe um conjunto finito $\Gamma' \subseteq \Gamma$ t.q. $\varphi \in Cn(\Gamma')$.

Ademais, chamamos de lógica hiperintensional qualquer tripla $\mathcal{L} = \langle L, Cn, C \rangle$ em que L é um conjunto não-vazio, a linguagem da lógica, e $Cn, C : 2^L \to 2^L$ são dois operadores de consequência sobre L, tais que $C(\Gamma) \subseteq Cn(\Gamma)$ para qualquer $\Gamma \subseteq L$. Chamamos, nesse caso, C do operador de consequência hiperintensional de $\mathcal{L}$ e Cn de seu operador intensional. A seguir assumiremos que toda lógica hiperintensional possui um operador intensional compacto. Chamaremos também simplesmente por lógica as lógicas hiperintensionais.

Dada uma lógica $\mathcal{L}$ como acima, chamamos uma *operação de mudança de crença* uma função $\star : 2^L \times L \to 2^L$, que mapeia um par de um conjunto de sentenças e uma sentença, chamada de conjunto de crenças e um informação de entrada, para um conjunto de sentenças, as crenças resultantes.

AGM investigam três operações básicas de mudança de crenças: expansões, contrações e revisões. A expansão da crenças integra cegamente uma nova informação no estado de crenças do agente. A contração de crença remove uma crença atualmente mantida do conjunto de crenças do agente, com alterações mínimas. Finalmente, a revisão de crenças é a operação de integração de novas informações nas crenças de um agente, mantendo a consistência de suas crenças.

Dentre essas operações básicas, apenas a expansão pode ser definida de forma unívoca. As outras duas são definidas por um conjunto de restrições ou postulados racionais, geralmente chamados de postulados AGM.

Para caracterizar suas contrações racionais, AGM propõem a noção de contração de crenças por interseção parcial, uma operação que preserva uma quantidade máxima de informações "seguras" das crenças do agente, ou seja, informações que não podem ser usadas para derivar o que o agente deixou de acreditar.

Definição 1. *Sejam $B \subseteq L$ um conjunto de fórmulas e $\varphi \in L$ uma fórmula de L, o conjunto de restos $B \perp \varphi$ é a família de conjuntos B' satisfazendo:*

- $B' \subseteq B$
- $\varphi \notin Cn(B')$
- $B' \subset B'' \subseteq B$ *implica* $\varphi \in Cn(B'')$.

Uma contração por interseção parcial $\dot{-}$ é uma operação para a qual existe uma função de seleção γ, que caracteriza esta operação. Por função de seleção, entendemos uma função γ que satisfaz (i) $\emptyset \neq \gamma(B \perp \varphi) \subseteq B \perp \varphi$, se $B \perp \varphi \neq \emptyset$, e (ii) $\gamma(B \perp \varphi) = \{B\}$, caso contrário.

Definição 2. *Dizemos que um operador de mudança de crenças $\dot{-}$ é uma contração por interseção parcial no conjunto $B \subseteq L$ se existe função de seleção γ, t.q. para qualquer φ vale $B \dot{-} \varphi = \bigcap \gamma(B \perp \varphi)$.*

Os autores mostram que para qualquer lógica booleana e compacta satisfazendo o teorema da dedução, uma contração satisfaz os postulados AGM em um conjunto fechado K se, e somente se, é uma contração por interseção parcial em K. Além disso, Hansson e Wassermann [Hansson and Wassermann 2002] mostram que, para qualquer lógica compacta, uma operação $\dot{-}$ é uma contração por interseção parcial em um conjunto de crenças B se, e somente se, satisfaz os seguintes postulados:

(sucesso) Se $\varphi \notin Cn(\emptyset)$, então $\varphi \notin Cn(B \dot{-} \varphi)$;
(inclusão) $B \dot{-} \varphi \subseteq B$;
(uniformidade) Se para qualquer $B' \subseteq B$ vale que $\varphi \in Cn(B')$ sse $\psi \in Cn(B')$, então $B \dot{-} \varphi = B \dot{-} \psi$;
(relevância) Se $\psi \in B \setminus B \dot{-} \varphi$, então existe um $B' \subseteq B$ t.q. $B \dot{-} \varphi \subseteq B'$, $\psi \notin B'$, $\varphi \notin Cn(B')$, e $\varphi \in Cn(B' \cup \{\psi\})$.

Hansson [Hansson 1991] mostra ainda que toda contração por interseção satisfaz o postulado de fechamento relativo.

(fechamento relativo) $Cn(B - \varphi) \cap B \subseteq B - \varphi$

Tal postulado expressa uma noção de minimalidade de mudança, ao garantir que toda informação compatível e implicitamente codificada na base não é removida. Tal resultado, entretanto, não pode ser estendido de forma geral para lógicas não-tarskianas, i.e. que não satisfazem algum dos requerimentos de monotonicidade, inclusão e iteração. De fato, satisfação do postulado de fechamento relativo parece ser resultado da propriedade de suavidade das funções de seleção.

Definição 3. *Uma função de seleção γ é dita suave em B se para qualquer φ, se $B' \in \gamma(B \perp \varphi)$, então $Cn(B') \cap B \subseteq B'$. Adicionalmente, uma operação de contração em B é dita suave se existe função de seleção suave em B tal que $B - \varphi = \bigcap \gamma(B \perp \varphi)$.*

A diferenciação das noções de contração e contração suave torna-se importante ao examinar a definição de operadores de contração hiperintensionais, nas quais elas não se igualam em geral. Nesse trabalho, examinaremos as noções propostas por Souza e Wassermann [Souza and Wassermann 2022b] de operações hiperintensionais de mudança de crença. Esses autores propõem uma generalização da noção de Hansson de contração por interseção parcial para lógicas hiperintensionais, através da generalização a noção de conjunto de restos definido como se segue.

Definição 4. *[Souza and Wassermann 2022b] Seja $B \subseteq L$ um conjunto de fórmulas e $\varphi \in L$ uma fórmula de L. O conjunto hiperintensional de restos de B por φ é o conjunto $B \perp^C \varphi = \{B' \subseteq B | \varphi \notin C(B')$ e $\exists B'' \in B \perp \varphi$ t.q. $B'' \subseteq B'\}$*

Com essa noção, os autores definem suas contrações hiperintensionais de crenças parciais.

Definição 5. *[Souza and Wassermann 2022b] Seja $B \subseteq L$ um conjunto de fórmulas, dizemos que um operador de mudança de crença $\dot{-} : 2^L \times L \to 2^L$ é uma contração hiperintensional de crenças por intersecção parcial em B se houver uma função de seleção γ t.q. para qualquer $\varphi \in L$, vale $B \dot{-} \varphi = \bigcap \gamma(B \perp^C \varphi)$.*

Ademais, dizemos que uma função de seleção γ é hiperintensionalmente suave em B se para todo $B' \in B \perp^C \varphi$, vale que $C(B') \cap B \subseteq B'$. Diferente de contrações intensionais, que sempre satisfazem suavidade em lógicas tarskianas, é fácil construir exemplos de contrações hiperintensionais não suaves.

Exemplo 6. *Tome $L = \{a, b, c, d\}$, e Cn e C, operadores de consequência tarskianos tais que $Cn(\{a\}) = \{a\}$ e $C(\{x\}) = L$ para $x \in L$, se $x \neq a$. Ademais, $C(\{a, b\}) == C(\{a, c\}) = C(\{b, c\}) = C(\{a, b, c\}) = \{a, b, c\}$, e $C(\{x, d\}) = L$ se $x \in L$ e $x \neq d$. Tome $B = \{a, b, c\}$, então $B \perp c = \{\{a\}\}$ e $B \perp^C c = \{\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}\}$. Ora, podemos tomar uma função de seleção γ tal que $\gamma(B \perp^C c) = \{\{a, b, \}\}$ que não é suave.*

Estudaremos, a seguir, um framework semântico para definir operações de mudança de crença hiperintensionais e suas relações com as contrações hiperintensionais por intersecção parcial definidas por Souza e Wassermann.

4. Contração Hiperintensional por Seleção

Voltamos nossa atenção para a busca de uma caracterização semântica adequada das operações hiperintensionais de mudança de crenças. Como afirmado anteriormente, as lógicas hiperintensionais têm, tradicionalmente, uma conexão profunda com abordagens semânticas. Assim, fornecer uma interpretação semântica da mudança de crença hiperintensional nos permite estabelecer uma ponte entre as questões e os resultados de ambas as áreas. Neste trabalho, focamos em uma semântica de mundos impossíveis, pois este é um arcabouço rico com uma vasta tradição filosófica [Cresswell 1972, Jago 2014, Nolan 2014].

O estudo da mudança de crença tem fortes conexões com o estudo de crenças condicionais, condicionais contrafactuais e raciocínio não-monotônico [Alchourrón et al. 1985, Stalnaker 1968, Gärdenfors 1991]. Empregaremos, então, nesse trabalho, estruturas modais como as usadas em lógicas condicionais como arcabouço semântico para definir nossas operações.

Definição 7. *[Souza and Wassermann 2022a] Seja L uma linguagem lógica, chamamos de modelo de mundos impossíveis de seleção (MMIS) em L qualquer tupla $M = \langle W, N, f, v \rangle$, em que:*

- *W é um conjunto não-vazio, chamado de conjunto de mundos não-normais ou impossíveis;*
- *$N \subseteq W$ é um conjunto, chamado de conjunto de mundos normais ou possíveis;*
- *$v : L \to 2^W$ é função de valoração;*
- *$f : 2^W \times 2^W \to 2^W$ é uma função de seleção em mundos possíveis, ou seja, uma função que satisfaz as seguintes condições para todo $X, Y, Z \subseteq W$:*
    1. *$X \subseteq f(X, Y) \subseteq X \cup Y$*
    2. *Se $Y \neq \emptyset$, então $f(X, Y) \cap Y \neq \emptyset$*
    3. *Se $f(X, Y) \cap Z \neq \emptyset$ e $f(X, Z) \cap Y \neq \emptyset$, então $f(X, Y) = f(X, Z)$*

As condições 1-3 na função de seleção f, na Definição 7, são restrições padrão para garantir o comportamento apropriado de f. A condição 1 afirma que a seleção no conjunto Y, com base no conjunto X, deve conter todos os mundos X e, possivelmente, alguns mundos Y e nada mais. A condição 2 garante que, se Y não estiver vazio, alguns mundos Y serão selecionados. Finalmente, a condição 3 codifica a noção de 'minimalidade' imbuída em lógicas condicionais *a la* Stalnaker [Stalnaker 1968]. Podemos, assim, definir nossas operações de contração semântica com base na interpretação de condicionais em tais modelos, como de costume.

Definição 8. *[Souza and Wassermann 2022a] Seja L uma linguagem lógica e $M = \langle W, N, f, v\rangle$ um MMIS em L. Para qualquer $\varphi \in L$ e $\Gamma \subseteq L$, definimos:*

$$[\![\varphi]\!]_N = \{w \in N \mid w \in v(\varphi)\} \qquad [\![\Gamma]\!]_N = \bigcap_{\varphi \in \Gamma} [\![\varphi]\!]_N$$

$$[\![\varphi]\!] = \{w \in W \mid w \in v(\varphi)\} \qquad [\![\Gamma]\!] = \bigcap_{\varphi \in \Gamma} [\![\varphi]\!]$$

Além disso, seja $X \subseteq W$ um conjunto de mundos possíveis, definimos $Th(X) = \{\varphi \in L \mid \forall w \in X : w \in v(\varphi)\}$.

Com isso, fica fácil construir a lógica induzida por um modelo de mundos impossíveis M.

Definição 9. *[Souza and Wassermann 2022a] Seja L uma linguagem lógica e $M = \langle W, N, f, v\rangle$ um MMIS em L. Definimos a lógica induzida por M, a lógica hiperintensional $\mathcal{L}_M = \langle L, Cn, C\rangle$ t.q. para qualquer $\Gamma \subseteq L$: $Cn(\Gamma) = Th([\![\Gamma]\!]_N)$ e $C(\Gamma) = Th([\![\Gamma]\!])$.*

Mais ainda, como mostrado por Souza e Wassermann [Souza and Wassermann 2022a], qualquer lógica hiperintensional é induzida por algum modelo de mundos impossíveis. Podemos então introduzir nossos operadores de mudança de crença, construídos a partir desses modelos.

Definição 10. *[Souza and Wassermann 2022a] Dizemos que $\dot{-} : 2^L \times L \to 2^L$ é um operador de contração de seleção normal em $\mathcal{L}$ em um conjunto $B \subseteq L$, se houver $M = \langle W, N, f, v\rangle$ que induz $\mathcal{L}$ e para qualquer $\varphi \in L$, vale que $B \dot{-} \varphi = (Th(f([\![B]\!]_N, N \setminus [\![\varphi]\!]))) \cap B$. Ademais, dizemos que $\dot{-}$ é um operador de contração de seleção não-normal em B se $B \dot{-} \varphi = (Th(f([\![B]\!], W \setminus [\![\varphi]\!]))) \cap B$.*

Para estabelecer a conexão entre contrações por interseção parcial e contrações de seleção, vejamos que os conjuntos de restos podem ser definidos por meio de nossa semântica.

Proposição 11. *Seja $M = \langle W, N, v\rangle$ um MMIS em L. Seja ainda $B \subseteq L$ um conjunto de fórmulas e $\varphi \in L$ t.q. $B\bot\varphi \neq \emptyset$, então vale o seguinte:*

> *(i) Se $B' \in B\bot\varphi$, então existe algum $w \in N \setminus [\![\varphi]\!]$ t.q. $B' = Th([\![B]\!]_N \cup \{w\}) \cap B$.*
> *(ii) Se $B' \in B\bot^C\varphi$, então existe algum $X \subseteq W \setminus [\![\varphi]\!]$ t.q. $B' \subseteq Th([\![B]\!] \cup X) \cap B$.*
> *(iii) Se $B' \in B\bot^C\varphi$ tal que $C(B') \cap B \subseteq B'$, então existe algum $X \subseteq W \setminus [\![\varphi]\!]$ t.q. $B' = Th([\![B]\!] \cup X) \cap B$.*

Esboço da prova. Para provar (iii), tome $X = [\![B']\!] \setminus [\![B]\!]$, que não será vazio pois $\varphi \notin C(\emptyset)$ (caso contrário $B\bot\varphi = \emptyset$). Então $B' = C(B') \cap B = Th([\![B']\!]) \cap B = Th([\![B]\!] \cup X) \cap B$. □

Da Proposição 11, é fácil ver que qualquer contração (hiperintensional) por interseção parcial em um conjunto B é também uma contração de seleção (não-)normal em B.

Corolário 12. *Seja $\mathcal{L}$ uma lógica compacta, $B \subseteq 2^L$ um conjunto de fórmulas, $\varphi \in L$ uma fórmula lógica e $\dot{-}$ um operador de mudança de crença. O seguinte vale:*

- *se $\dot{-}$ é uma contração por interseção parcial em B então é um operador de contração de seleção normal em B.*
- *se $\dot{-}$ é uma contração hiperintensional por interseção parcial suave em B então existe um operador de contração de seleção não-normal $-$ em B, t.q. para qualquer $\varphi \in L$, $B \dot{-} \varphi = B - \varphi$.*

Observe que Corolário 12 estabelece apenas uma conexão unidirecional entre contrações por interseção parcial e contrações de seleção. De fato, as contrações de seleção são mais gerais e podem ser usadas para unificar diferentes noções concorrentes de 'minimalidade' ou 'racionalidade de escolha' na área. Para perceber isso, basta verificar que se o operador de consequência Cn definido por um modelo não for compacto, contrações por interseção parcial não são, em geral, bem definidas nessa lógica, entretanto contrações por seleção o são.

5. Considerações Finais

Neste trabalho, propomos operações hiperintensionais de contração de crenças com base em uma generalização de operações anteriores na literatura e fornecemos uma estrutura semântica para raciocinar sobre essas operações. Ao fazer isso, fornecemos a base para aprofundar a conexão entre a literatura de mudança de crença inspirada em AGM e as discussões atuais sobre epistemologia formal e metafísica [Cresswell 1972, Jago 2014, Berto and Hawke 2021].

Ademais, mostramos que contrações or seleção satisfazem propriedades desejáveis, como suavidade, que não são garantidas por abordagens sintáticas, como a proposta anteriormente por Souza e Wassermann [Souza and Wassermann 2022a].

Referências

Alchourrón, C. E., Gärdenfors, P., and Makinson, D. (1985). On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *Journal of Symbolic Logic*, 50(2):510–530.

Berto, F. (2019). Simple hyperintensional belief revision. *Erkenntnis*, 84(3):559–575.

Berto, F. and Hawke, P. (2021). Knowability relative to information. *Mind*, 130(517):1–33.

Bozdag, S. (2021). A semantics for hyperintensional belief revision based on information bases. *Studia Logica*, pages 1–38.

Cresswell, M. J. (1972). Intensional logics and logical truth. *Journal of Philosophical Logic*, 1(1):2–15.

Cresswell, M. J. (1975). Hyperintensional logic. *Studia Logica: An International Journal for Symbolic Logic*, 34(1):25–38.

Gärdenfors, P. (1991). Belief revision and nonmonotonic logic: two sides of the same coin? *Logics in AI*, pages 52–54.

Hansson, S. O. (1991). Belief contraction without recovery. *Studia logica*, 50(2):251–260.

Hansson, S. O. and Wassermann, R. (2002). Local change. *Studia Logica*, 70(1):49–76.

Jago, M. (2014). *The impossible: An essay on hyperintensionality*. OUP Oxford.

Leitgeb, H. (2019). HYPE: A system of hyperintensional logic (with an application to semantic paradoxes). *Journal of Philosophical Logic*, 48(2):305–405.

Lindström, S. and Rabinowicz, W. (1999). DDL unlimited: Dynamic doxastic logic for introspective agents. *Erkenntnis*, 50(2):353–385.

Nolan, D. (2014). Hyperintensional metaphysics. *Philosophical Studies*, 171(1):149–160.

Rantala, V. (1982). Impossible worlds semantics and logical omniscience. *Acta Philosophica Fennica*, 35:106–115.

Souza, M. and Wassermann, R. (2021). Belief contraction in non-classical logics as hyperintensional belief change. In *Proceedings of the International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning*, volume 18, pages 588–598.

Souza, M. and Wassermann, R. (2022a). Hyperintensional models and belief change. In *Intelligent Systems: 11th Brazilian Conference, BRACIS 2022, Campinas, Brazil, November 28–December 1, 2022, Proceedings, Part I*, pages 429–443. Springer.

Souza, M. and Wassermann, R. (2022b). Hyperintensional partial meet contractions. In *Proceedings of the International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning*.

Stalnaker, R. C. (1968). A theory of conditionals. In *Ifs*, pages 41–55. Springer.

Williams, M.-A. (1995). Iterated theory base change: A computational model. In *Proceedings of the 14th International Joint Conference on Artificial intelligence*, pages 1541–1547.

Özgün, A. and Berto, F. (2020). Dynamic hyperintensional belief revision. *The Review of Symbolic Logic*, page 1–46.