

# Explorando o Potencial Educativo da Torre de Hanoi: Promovendo o Pensamento Computacional nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Lia Martins<sup>1,2</sup>, Meng Huey Hsu<sup>1,3</sup>, Rosiane de Freitas<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Programa de Pós-Graduação em Informática  
Instituto de Computação – Universidade Federal do Amazonas (UFAM)

<sup>2</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFAM) – CMZL

<sup>3</sup>Secretaria Municipal de Educação (SEMED)

Manaus – AM – Brazil

{lia.martins, meng.hsu, rosiane}@icomp.ufam.edu.br

**Abstract.** *This article aimed to analyze how the Tower of Hanoi game can contribute to the development of Computational Thinking from the early stages of education. To achieve this, a participatory research with a qualitative approach was conducted to assess students' ability to assimilate more advanced computational concepts, exploring the pillars of computational thinking, with an emphasis on recursive and iterative algorithmic strategies. The results demonstrated that students were able to assimilate the proposed computational concepts and solve the game with 3, 4, or more discs using appropriate algorithms. This provided students with the opportunity to explore complex concepts in a practical and engaging manner.*

**Resumo.** *Este artigo teve como objetivo analisar como o jogo da Torre de Hanoi pode contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Computacional desde as etapas iniciais da educação. Para isso, conduziu-se uma pesquisa participante, com abordagem qualitativa, com intuito de avaliar a capacidade dos estudantes em assimilar conceitos computacionais mais avançados, explorando os pilares do pensamento computacional, com ênfase em estratégias algorítmica recursiva e iterativa. Os resultados demonstraram que os estudantes conseguiram assimilar os conceitos computacionais propostos e resolver o jogo com 3, 4 ou mais discos, utilizando algoritmos apropriados. Isso proporcionou aos estudantes a oportunidade de explorar conceitos complexos de forma prática e envolvente.*

## 1. Introdução

A Torre de Hanoi (ToH) é um dos jogos lúdicos de lógica matemática mais conhecidos, abrangendo diversos conceitos matemáticos e computacionais através de duas regras simples: mover um disco por vez e um disco maior não pode ser colocado em cima de um menor. Como um artefato tangível é utilizado geralmente nos anos finais do ensino fundamental (EF) e no ensino médio, em que são explorados os processos de ensino-aprendizagem de objeto de conhecimento da matemática [Ferreira 2018] como por exemplo, função exponencial [Oliveira and Calejon 2016], potenciação [Oliveira et al. 2019],

progressão geométrica, geometria plana e descritiva. Em computação, é usado para trabalhar de forma desplugada os algoritmos recursivos [Santiago and Kronbauer 2016] e iterativos [Andrade et al. 2016], com suas estruturas de dados em vetores, pilhas e listas circulares.

Acredita-se que este estudo também pode ser desenvolvido nos anos iniciais do EF. Portanto, esta pesquisa visa analisar o processo de aprendizagem do jogo da ToH, como forma de desenvolver o Pensamento Computacional (PC) desde os primeiros anos escolares, centrado no algoritmo recursivo e iterativo do jogo. Assim, surge as seguintes questões: Será que os estudantes dos primeiros anos escolares serão capazes de entender as regras do jogo? Eles conseguirão jogar de forma autônoma, entendendo a mecânica do jogo e resolvendo problemas com diferentes números de discos? O algoritmo recursivo ou iterativo do jogo da ToH facilitará o processo de aprendizado?

Para esta investigação tem-se como objetivo geral analisar como o jogo da ToH pode ser utilizado para promover o desenvolvimento do PC desde os primeiros anos escolares. Articulados aos objetivos específicos de apresentar e demonstrar os algoritmos iterativo e recursivo para resolver o jogo da ToH de forma acessível e compreensível, promovendo a capacidade de aplicar esses métodos na resolução do problema de maneira autônoma; comparar o uso dos algoritmos recursivo e iterativo do jogo da ToH, investigando qual abordagem simplifica o processo de aprendizagem para os participantes e promover melhor compreensão do problema; avaliar o impacto dos algoritmos no processo de aprendizado do jogo da ToH, especialmente para aqueles estudantes com menos experiência prévia no jogo.

Desse modo, pretende-se mostrar nesta pesquisa participante, com abordagem qualitativa, a importância do jogo da ToH integrado a demonstração dos algoritmos recursivo e iterativo com repetições simples e alinhadas desde os estágios iniciais. No qual, espera-se que o estudante possa criar e simular algoritmos representados em linguagem oral, escrita ou pictográfica de forma independente e, não apenas simplificar o aprendizado do jogo, mas também promover um pensamento analítico e computacional desde cedo. Assim, além da introdução, a estrutura deste artigo compõe na Seção 2, a abordagem dos conceitos fundamentais da pesquisa, como construcionismo, Pensamento Computacional, e Aprendizagem Baseada em Jogos e o jogo da ToH como um objeto de aprendizagem. A Seção 3, descreve a pesquisa contextualizada, e na Seção 4, detalha a pesquisa participante. Por fim, na Seção 5, são discutidos os resultados e as considerações finais.

## 2. Fundamentos Teóricos

A abordagem teórica do **Construcionismo**, proposta por Seymour Papert [1994 e 1986], permite que o aprendiz desenvolva o conhecimento a partir de uma ferramenta tecnológica [Resnick 2017]. A criança é um ser pensante e criadora de suas próprias estruturas cognitivas, mesmo sem ser ensinada. O construcionismo se baseia na hipótese de que as crianças farão melhor descobrindo por si mesma o conhecimento específico de que precisam [Silva et al. 2016]. Papert [1986] foi um pioneiro na defesa da computação como forma de criar condições para mudanças significativas no desenvolvimento intelectual dos sujeitos [Papert 2004]. Com isso, muitas mudanças vem ocorrendo no processo educacional em todo o mundo, tais mudanças e a ideia de autonomia do educando levaram ao

desenvolvimento da aprendizagem ativa, onde o estudante assume uma postura na qual ele resolve problemas, desenvolve projetos e, com isto, cria oportunidades para a construção de conhecimento mais autônoma [Farias et al. 2015].

Nesse contexto, o que vem sendo bastante difundido é o desenvolvimento do **pensamento computacional (PC)**, o qual é visto como uma habilidade vital equivalente à de leitura, escrita, e aritmética básica [Wing 2006]. Nesse aspecto visando desenvolver o raciocínio lógico, à medida que fornece subsídios para resolver um problema, dividindo-o em subproblemas, que tendem a inovar e facilitar sua resolução. Contudo, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta que o PC envolve as capacidades e habilidades de raciocínio lógico para resolver os problemas e propor soluções por meios de algoritmos e compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos [BNCC 2017], conforme apresentado na Tabela 1.

**Tabela 1. Habilidades trabalhadas. Fonte: [BNCC 2022].**

Ano	PC	Objeto de conhecimento	Habilidade
1º	Abstração	Organização de objetos	(EF01CO01) Organizar objetos físicos ou digitais considerando diferentes características para esta organização, explicitando semelhanças (padrões) e diferenças.
	Algoritmo	Conceitos de algoritmos	(EF01CO02) Identificar e seguir sequências de passos aplicados no dia a dia para resolver problemas. (EF01CO03) Reorganizar e criar sequências de passos em meios físicos ou digitais, relacionando essas sequências à palavra 'Algoritmos'.
2º	Reconhecimento de padrão	Modelagem de objetos	(EF02CO01) Criar e comparar modelos (representações) de objetos, identificando padrões e atributos essenciais, preestabelecidas ou criadas, analisando como a precisão da instrução impacta na execução do algoritmo.
	Algoritmo	Algoritmos com repetição	(EF02CO02) Criar e simular algoritmos representados em linguagem oral, escrita ou pictográfica, construídos como sequências com repetições simples (iterações definidas) com base em instruções .
3º	Algoritmo	Algoritmos com repetições condicionais	(EF03CO02) Criar e simular algoritmos representados em linguagem oral, escrita ou pictográfica, que incluam sequências e repetições simples com condição (iterações indefinidas), para resolver problemas de forma independente e em colaboração.
	Decomposição	Decomposição	(EF03CO03) Aplicar a estratégia de decomposição para resolver problemas complexos, dividindo esse problema em partes menores, resolvendo-as e combinando suas soluções.
4º	Algoritmo	Algoritmos com repetições	(EF04CO03) Criar e simular algoritmos representados em linguagem oral, escrita ou pictográfica, que incluam sequências e repetições simples e aninhadas (iterações definidas e indefinidas), para resolver problemas de forma independente e em colaboração.
5º	Algoritmo	Algoritmos com seleção condicional	(EF05CO04) Criar e simular algoritmos representados em linguagem oral, escrita ou pictográfica, que incluam sequências, repetições e seleções condicionais para resolver problemas de forma independente e em colaboração.

Desse modo, é de suma importância desenvolver as etapas descritas no PC por meio de quatro pilares: (1) decomposição - é a capacidade de decompor um problema grande em problemas menores, resolvendo individualmente cada subproblema e posteriormente, realiza-se a combinação das soluções para alcançar a resolução final; (2) reconhecimento de padrões - é a habilidade de perceber similaridades entre diversas situações; abstração - é a habilidade de filtrar apenas as partes importantes do processo; e, algoritmo - é a capacidade de juntar os três pilares anteriores e desenvolver um conjunto de passos para a resolução do problema [Brackmann 2018].

Uma forma encontrada para desenvolver o PC é a **Computação Desplugada** [Bell et al. 2015], a qual refere-se ao ensino de forma lúdica, através de modelagens, jogos e brincadeiras, como ferramentas para habilitar o raciocínio do estudante aos elementos relevantes para o estudo de computação, trabalhando justamente as habilidades do PC para a resolução de problemas, e permitindo-o interagir com este ambiente por meio de analogias com o mundo real, tornando-os motivados a ampliar e incorporar esses conhecimentos de forma natural, uma vez que, não é priorizada a necessidade de um computador para aprender os princípios lógicos. Em vez disso, faz-se uso da representação

tangível que se aproxima com sua realidade.

Nesse aspecto, a computação desplugada, foi por intermédio do jogo, o que atualmente, não é mais considerado pelos professores como algo que gera vícios e/ou alienação. Pelo contrário, vem como um recurso para proporcionar ludicidade, entretenimento e raciocínio [dos Santos et al. 2016]. Assim, como benefícios da **aprendizagem baseada em jogos**, podem ser citados: efeito motivador, facilitação do aprendizado, desenvolvimento de habilidades cognitivas, aprendizagem por descobertas e novas identidades e socialização [Paiva and Tori 2017].

### 3. Trabalhos Relacionados

Na literatura, há várias propostas de trabalhos cujo foco é a ToH, sendo a maioria voltada para o ensino dos objetos de conhecimento matemático e atividades lúdicas relacionadas ao ensino do jogo e suas regras. Pontuando alguns destes trabalhos encontra-se [Sung 2022] que avaliou o PC em crianças coreanas, validando duas técnicas de medidas: cartões Bebras e TicTac- Kibo. [Kakavas and Ugolini 2019] apresentam uma revisão sistemática da literatura de 13 anos (2006-2018) relacionada ao PC. [Lopes et al. 2020] exploram o jogo da ToH como ferramenta para o ensino de Probabilidade e Estatística no 4º ano do EF. O objetivo foi promover habilidades propostas pela BNCC, como comunicação, raciocínio lógico, pensamento científico e trabalho em equipe.

Passando para os anos finais do EF [Oliveira et al. 2019] realizaram uma intervenção pedagógica cujo o resultado foi despertar interesse dos estudantes pela Matemática por meio do jogo ToH. [Indriyono and Pratama 2020] utilizaram o jogo da ToH para desenvolver inteligência artificial aplicando o método de divisão e conquista para diminuir o tempo de resolução do jogo. Por último, o trabalho de [Kafai and Proctor 2022], que discutiram como desenvolver uma melhor compreensão e habilidades do PC nos professores de EF e médio.

Observa-se na Tabela 2 que o jogo permeia em todas as etapas escolares e podem ser trabalhadas inclusive com crianças da Educação Infantil, pois possibilita trabalhar, por exemplo, a classificação de cores e de tamanhos, além de auxiliar em questões de coordenação motora ampla e fina, identificação de formas, ordem crescente e decrescente. Além de estratégias de transferência das peças, como a contagem dos movimentos e raciocínio, bem como resolução de problemas.

**Tabela 2. Trabalhos relacionados à proposta apresentada neste artigo.**

Referência	Nível Escolar	Objetos do conhecimento	Faixa etária	PC
[Sung 2022]	Educação Infantil	Pensamento Computacional	5-6	SIM
[Kakavas and Ugolini 2019]	Anos Iniciais do EF	Pensamento Computacional	6-10	SIM
[Lopes et al. 2020]	Anos Iniciais do EF	Probabilidade e Estatística	09-11	NÃO
[Oliveira et al. 2019]	Anos Finais do EF	Potenciação	12-14	NÃO
[Indriyono and Pratama 2020]	Ensino Superior	Algoritmo de Divisão e Conquista	+18	SIM
[Kafai and Proctor 2022]	Professores (EF e Médio)	Pensamento Computacional	+18	SIM

Nas pesquisas mencionadas, há uma clara preocupação por parte dos autores em promover o ensino da matemática em um ambiente lúdico desde a educação infantil. No entanto, é notável que existem poucos estudos direcionados especificamente para ensinar

conceitos computacionais nos anos iniciais. Nesse contexto, este trabalho visa preencher essa lacuna ao ampliar a pesquisa sobre o PC nessa faixa etária. Buscando despertar o interesse dos estudantes pela computação e utilizar o jogo ToH como uma ferramenta eficaz para o desenvolvimento do raciocínio lógico. Dessa forma, almeja-se contribuir para a criação de um ambiente educacional mais inclusivo, acessível e estimulante para o aprendizado da computação desde as etapas iniciais da escolarização.

#### 4. A Torre de Hanoi como objeto de aprendizagem

A Torre de Hanoi foi inventada pelo matemático francês Edouard Lucas em 1883 [Allardice and Fraser 1883]. A estrutura do jogo é um objeto tangível que incorpora também conceitos computacionais. Ao interagir com o jogo, trabalha-se o PC, apesar de não ser tão evidente. A Torre de Hanoi possui uma base contendo três hastes, como na Figura 1(a). Em uma das hastes são dispostos discos uns sobre os outros, do maior para o menor. Possui duas regras simples: só pode mover um disco de cada vez, como na Figura 1(b) e um disco maior não pode ser colocado em cima de outro menor, como exposto na Figura 1(c).

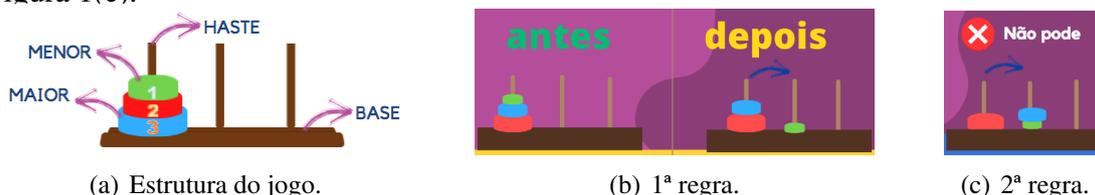


Figura 1. Apresentação do jogo da ToH.

Uma forma simples e fácil de solucionar o jogo com o número mínimo de movimentos é por meio de um algoritmo, tal como o **Algoritmo recursivo**, apresentado no Algoritmo 1, ou o **Algoritmo iterativo** demonstrado no Algoritmo 2.

---

#### Algoritmo 1: ToH - Recursivo

---

**Entrada:** Todos os discos empilhados na haste origem.

**Saída:** Todos os discos empilhados na haste de destino.

Hanoi( $n$ , hasteOrigem, hasteAux, hasteDestino)

**se**  $n = 1$  **então**

    MoveDisco(1, hasteOrigem, hasteDestino)

**senão**

Hanoi( $n-1$ , hasteOrigem, hasteDestino, hasteAux)

    MoveDisco( $n$ , hasteOrigem, hasteDestino)

Hanoi( $n-1$ , hasteAux, hasteOrigem, hasteDestino)

**fim**

---

Para o algoritmo iterativo precisa-se definir o sentido ao qual o algoritmo irá seguir. [Er 1986] demonstrou que se o número de discos  $n$  é ímpar a haste destino é a seguinte a haste de origem no sentido dos ponteiros do relógio, caso contrário a haste destino é a seguinte a haste de origem no sentido contrário aos ponteiros do relógio.

Matematicamente, é possível provar que seguindo os algoritmos descritos anteriormente, o número mínimo de passos para mover todos os discos da haste de origem para a de destino é  $2^n - 1$ , onde  $n$  é o número de discos. Ou seja, o número mínimo de passos necessários para mover 3 discos é 7, enquanto que para 6 discos é 63.

---

**Algoritmo 2: ToH - Iterativo**

---

**Entrada:** Todos os discos empilhados na haste origem.

**Saída:** Todos os discos empilhados na haste de destino.

**repita**

    mover o disco menor na posição à frente

    realizar o único movimento possível

**até todos os discos estejam na haste de destino;**

**retorna** Discos empilhados na haste de destino

---

## 5. Metodologia

Neste trabalho, realizou-se uma pesquisa participante com 48 estudantes, sendo 23 meninos e 25 meninas, de duas turmas do 5º ano do EF de uma escola pública em Manaus, com o objetivo de desenvolver o PC explicando os algoritmos recursivo e iterativo do jogo da Torre de Hanoi. O 5º ano foi escolhido devido à faixa etária dos alunos, entre 10 e 12 anos, que ainda não tiveram aulas de Lógica de Programação. O plano de ação foi realizado por meio de uma oficina dividida em seis etapas, conforme apresentado na Tabela 3.

**Tabela 3. Roteiro da Oficina para a implantação da pesquisa.**

Etapa	Ação	Material	Interação
1	Apresentação dos monitores, das torre mais famosas no mundo, das torres famosas na cidade, da Lenda da ToH e do jogo.	Slide e ToH	-
2	Montagem da Torre de Hanoi, explanação da estrutura e das regras do jogo.	Slide Objeto tangível	Colaborativa
3	Resolução com 1, 2 e 3 discos. Conceito e exemplificação de algoritmo. Explicação do algoritmo recursivo. Resolução com 3, 4, 5 e 6 discos. Explicação do algoritmo iterativo. Resolução com 3, 4, 5 e 6 discos. Representação pictográfica. Representação escrita.		
4	Jogo virtual de 3 a 6 discos.		
4	Competição com 4 e 6 discos.	Tablet Objeto tangível	Individual
5	Formulário virtual.	Tablet	
6	Entrega dos <i>folders</i> e fotos.	Folder	-

A oficina iniciou, etapa 1, com uma apresentação da lenda da ToH por meio de *slides* (Figura 2(a)), composta de imagens para facilitar a compreensão dos estudantes. Na etapa 2, apresentou-se a montagem da ToH com 3 pinos e 6 discos de tamanhos variados. Mostramos a configuração inicial, detalhando a estrutura dos pinos (da esquerda para a direita: origem, auxiliar e destino) e a disposição inicial dos discos. Explicamos as regras do jogo, que permitem mover apenas 1 disco por vez e proíbem colocar um disco maior sobre um menor. Em seguida, realizaram-se as demonstrações práticas para assegurar que os participantes compreendessem esses conceitos antes de avançarmos para a resolução do problema.

Na etapa 3, nomeou-se os pinos como origem, auxiliar e destino. Trabalhou-se a jogabilidade com 1, 2 e 3 discos, tendo como base somente o conhecimento das regras. Na sequência os estudantes jogaram contando o número de movimentos que realizaram com os discos. Perceberam-se diferentes resultados. Em seguida foi questionado se existe o número mínimo de movimentos necessários para diferentes quantidades de discos. Continuando, foi apresentado o **algoritmo recursivo**, de forma oral e demonstrado por meio do objeto tangível do jogo a resolução para 3, 4, 5 e 6 discos. Utilizou-se uma representação pictográfica, Figura 3, simulando a quantidade de movimentos dos discos, mostrando como resolver o problema dividindo-o em subproblemas menores. Enfatiza-



(a) Slides da apresentação.



(b) Folder entregue aos estudantes.

Figura 2. Materiais utilizados na oficina.

mos a eficiência da abordagem recursiva para minimizar o número de movimentos.

Reconhecimento de Padrão			Representação Pictográfica de Número de Movimentos																																		
Nº de Disco	Aritmética	Nº mínimo de movimentos	Número de movimentos																																		
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	...	n		
1	1	1	1																																		
2	$2 \times 1 + 1$	3	1	1																																	
3	$2 \times 3 + 1$	7	1	1	1																																
4	$2 \times 7 + 1$	15	1	1	1	1																															
5	$2 \times 15 + 1$	31	1	1	1	1	1																														
..	...	...																																			
n																																					

Figura 3. Representação pictográfica do número de movimentos.

Na sequência foi apresentado o **algoritmo iterativo**, também de forma oral e demonstrado por meio do objeto tangível do jogo a resolução para 3, 4, 5 e 6 discos. Explicou-se que, se o número de discos for ímpar, o menor disco é movido para o pino destino na primeira jogada; se for par, o menor disco é movido para o pino auxiliar na primeira jogada. Após definir o primeiro movimento, alterna-se entre mover o menor disco e realizar o próximo movimento possível, até que todos os discos estejam no pino destino. Assim observou-se a regularidade dos mínimos movimentos necessários para solucionar o jogo conforme o número de discos.

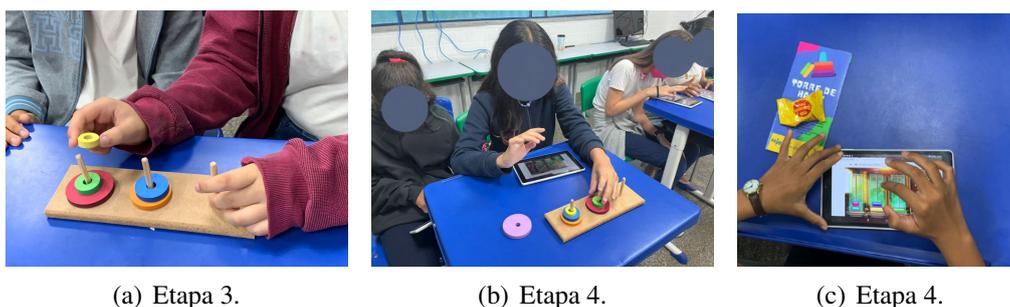
Na etapa 4, foi entregue aos alunos o *tablet* com o jogo da ToH, para que os mesmos pudessem testar os conhecimentos aprendidos durante a oficina e ainda se prepararem para a competição que iria ocorrer posteriormente. Passados 30min, foi escolhido de cada equipe 1 aluno para representar seu grupo na competição, que foi chamada por eles de desafio. A competição foi realizada com o jogo da ToH tangível com 4 discos. Os alunos tiveram que solucionar o jogo utilizando o algoritmo de sua preferência, no menor tempo possível e obedecendo as regras. Ganhou o aluno que resolveu o jogo mais rápido, tendo como prêmio uma caixa de chocolate. No final, os estudantes responderam um formulário referente a oficina e receberam um *folder* detalhado das regras, com imagens demonstrando como jogar com os algoritmos recursivo e iterativo para 3 discos. Isso permitiu que compartilhassem o que aprenderam com amigos e familiares.

Estas abordagens visaram desenvolver habilidades de criar e simular algoritmos de forma independente e utilizar fórmulas matemáticas. Promoveu-se não apenas a compreensão do jogo, mas também o desenvolvimento do PC e também os estudantes foram estimulados a generalizar a sequência recursiva, promovendo o pensamento algébrico desde o 1º e 2º anos no eixo de álgebra da Matemática conforme BNCC.

## 6. Análise dos resultados

A pesquisa foi realizada em dois dias, com duas turmas de 24 estudantes do 5º ano, denominadas A e B seguindo a ordem das atividades descritas no Roteiro exibido na Tabela 3. Todos dos estudantes conseguiram montar a ToH com 6 discos rapidamente com ajuda de duas monitoras na sala. Na etapa de jogabilidade com 1 e 2 discos, todos resolveram o jogo rapidamente, enquanto com 3 discos alguns enfrentaram dificuldades, mas conseguiram. Durante a explicação do conceito dos algoritmos todos alunos participaram ativamente.

Na turma A, os estudantes conseguiram compreender naturalmente o algoritmo recursivo, resolvendo juntamente com a monitora, depois continuaram brincando sozinhos e foram adicionando discos, como exposto na Figura 4(a). Já na turma B, tiveram um pouco de dificuldade para entender este algoritmo com 3 discos, pois quando tentaram fazer sozinhos se atrapalharam e não estavam conseguindo. Então a monitora precisou interferir e voltou para nova explanação, inicialmente tirou todos os discos da torre e retomou a explicação usando a ToH tangível com apenas 1 disco, depois 2 discos e por fim, 3 discos. Assim, todos entenderam tranquilamente. Consequentemente, tiveram grupos, que autonomamente foram adicionando mais discos e solucionando com 4, 5 e 6 discos.



**Figura 4. Registros da oficina.**

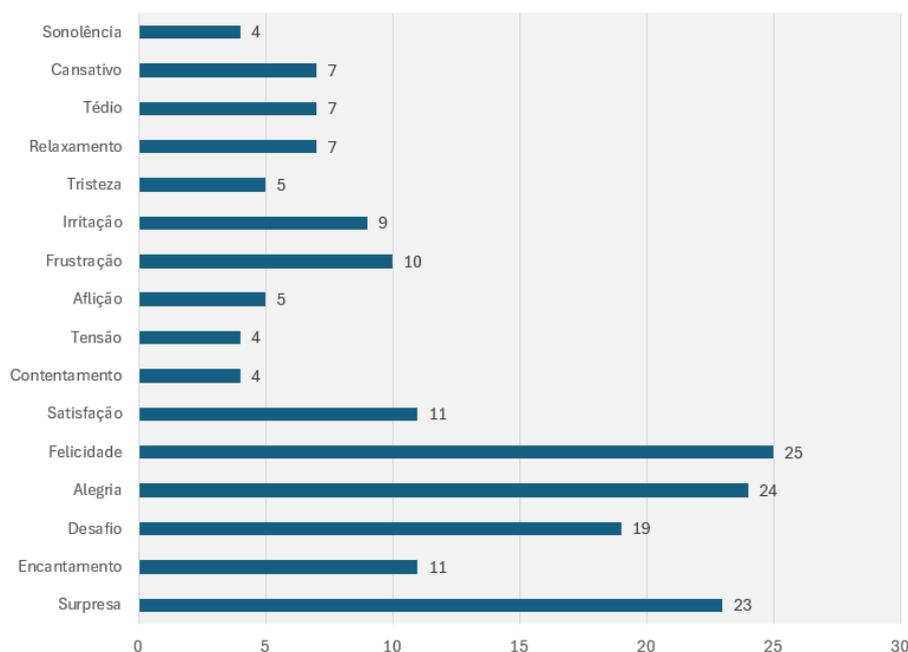
Avançando na oficina, foi explicado o algoritmo iterativo usando 3 discos. Na turma A, os educandos compreenderam e gostaram bastante, somente 2 grupos precisaram de apoio pontual para realizar com 5 e 6 discos, os demais resolveram sozinhos até 6 discos. Na turma B, os aprendizes gostaram e acompanharam a solução, depois fizeram sozinhos, porém, quando foi inserido mais 1 disco na torre, 9 equipes se atrapalharam, com a questão do sentido a seguir, durante a resolução do jogo acabavam com dúvida em qual movimento realizar e algumas vezes não conseguiam chegar ao término do jogo. Foi preciso a monitora interferir e realizar a demonstração do jogo com 2, 4 e 6 discos e depois com 1, 3 e 5 discos para fixar. Desta forma, compreenderam melhor e aplicaram em seus treinamentos o algoritmo iterativo sozinhos.

Na sequência, os participantes brincaram com o jogo virtual individualmente, demonstrando concentração e empenho, tanto na turma A, quanto na turma B, agora de forma individual, como mostra a Figura 4(c), ficavam concentrados para concluir mais rápido que os colegas. Um caso interessante, foi registrado na Figura 4(b), onde a estudante “X” da turma “A”, pegou a ToH tangível para realizar o algoritmo iterativo e concluir o jogo virtual. Os estudantes demonstraram habilidade e destreza durante a competição individual com a ToH tangível, executando o algoritmo com rapidez e respeitando as

**Tabela 4. Análise dos pilares do PC.**

Pilares do PC	Etapas da metodologia	Como os pilares foram trabalhados
<b>Abstração</b>	Apresentação Jogabilidade- Regras	Imagem da torre da lenda, imagens de diferentes tipos de torres e associação com a torre disponível na sala para manipulação. Ao se explicar as regras, as crianças entenderam que apesar de ser possível mover mais de um disco ou colocar um disco maior sobre um menor (fisicamente possível), não era permitido logicamente, devido as regras do jogo.
<b>Decomposição</b>	Montagem	Manipulação da torre de Hanoi: após ser montada, foram destacados os problemas com muitos discos e retirando-se disco a disco, até o caso mais básico, do problema mais simples, com apenas 1 disco.
<b>Reconhecimento de Padrão</b>	Jogabilidade- Regras	Para cada tamanho de problema, as regras eram as mesmas, mudando-se a posição e número de movimentos, o que fez com que eles reconhecessem um padrão.
<b>Algoritmo (Recursivo)</b>	Jogabilidade- Algoritmo Recursivo	O passo-a-passo da resolução foi aplicado e o ato de liberar 1º o disco maior, movimentando os $n - 1$ discos para a haste auxiliar, foi utilizado.
<b>Algoritmo (Iterativo)</b>	Jogabilidade- Algoritmo Iterativo	O passo-a-passo da resolução foi aplicado, e o movimento do disco menor seguido do outro possível, iterativamente até colocarem todos os discos no pino destino, foi aplicado.

regras. Utilizaram ambas as mãos para manipular os discos, realizando os passos do algoritmo de forma ágil para vencer o desafio. Essa oficina foi pontual, mas demonstrou que as crianças assimilaram os algoritmos e que tal atividade é totalmente viável para explorar as habilidades do PC. A Tabela 4 resume de que forma as etapas foram conduzidas em conjunto com a aplicação e refinamento do PC.



**Figura 5. Sentimentos dos estudantes durante a pesquisa.**

Após a oficina, a análise dos dados coletados revelou que a maioria dos estudantes joga em dispositivos móveis, com alguns dedicando mais de 10 horas por dia a essa atividade. Os jogos digitais que os estudantes citaram como os mais jogados por eles foram *Free Fire* e *Roblox*. Outro dado coletado foi que a maioria dos alunos não conhecia previamente o jogo da ToH, mas o considerou interessante. Embora muitos tenham enfrentado dificuldades durante o jogo, a maioria não o achou chato mesmo com o aumento do número de discos. A preferência pelo algoritmo iterativo foi predominante entre os participantes, e apesar dos alunos investirem bastante tempo em jogos digitais, a maioria dos aprendizes expressou interesse em brincar novamente com o jogo da ToH tangível.

Além disso, quase metade afirmou ser capaz de ensinar o jogo para familiares ou amigos, evidenciando o potencial de compartilhamento e aprendizado além do ambiente escolar.

Com base nos resultados da pesquisa de satisfação na Figura 5, onde cada estudante podia marcar 4 sentimentos, podemos observar que a maioria dos participantes mostrou sentimentos positivos, como Alegria, Felicidade, Satisfação e Contentamento. Isso sugere que a atividade foi bem recebida e causou impacto positivo nos participantes. No entanto, também há uma presença significativa de sentimentos relacionados a Desafio e Tensão, o que pode indicar que a atividade apresentou alguns aspectos desafiadores ou estressantes para alguns participantes. Além disso, é interessante notar a presença de sentimentos negativos, como Frustração, Irritação e Tristeza, embora em menor proporção. Isso sugere que, apesar da predominância de emoções positivas, alguns participantes podem ter enfrentado dificuldades ou experienciado sentimentos negativos durante a atividade.

## **7. Considerações Finais**

No decorrer da pesquisa foi possível perceber que o PC pode ser desenvolvido por meio de atividades práticas, incluindo jogos. Os estudantes foram desafiados a resolver problemas computacionais não triviais usando estratégias algorítmicas, demonstrando eficiência e reflexão durante o processo. A dinâmica da proposta proporcionou uma dinâmica rica em possibilidades, concentrando-se nas estratégias algorítmicas recursiva e iterativa para resolver o problema da ToH. Mostrando que os estudantes foram capazes de assimilar os algoritmos em um ambiente de aprendizado colaborativo e imersivo. Além disso, o contexto histórico e narrativa envolvendo a lenda do jogo contribuiu para o engajamento dos estudantes desde o início.

Os participantes da pesquisa demonstraram capacidade para compreender as regras do jogo da ToH com uma orientação adequada e prática. A apresentação clara das regras, acompanhada de exemplos visuais, facilitou a compreensão do jogo. Com orientação e prática contínua, os alunos podem se tornar autônomos na resolução de problemas com diferentes números de discos. A introdução dos algoritmos recursivo e iterativo do jogo da ToH pode facilitar ainda mais o processo de aprendizagem, fornecendo estruturas lógicas para resolver o jogo de maneira eficiente e sistemática. Ao compreender e aplicar esses algoritmos, os estudantes aprimoraram suas habilidades de pensamento computacional.

## **8. Agradecimentos**

As autoras fazem parte do grupo de pesquisa do ALGOX do CNPq (Algoritmos, Otimização e Complexidade Computacional) e do Programa de Pós-Graduação em Informática (PPGI) do IComp/UFAM. E recebeu apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES-PROEX) - Código de Financiamento 001, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas - FAPEAM - por meio do projeto POSGRAD 2024-2025.

## **Referências**

Allardice, R. and Fraser, A. (1883). La tour d'hanoi. *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society*, 2:50–53.

- Andrade, T., Glay, R. R., Lopes, G. d. S., and da Costa, R. L. (2016). Implementação do jogo torre de hanói como estratégia de aprendizagem de pilha. In *Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE)*, volume 27, page 1311.
- Bell, T., Witten, I. H., and Fellows, M. (2015). *CS Unplugged: Computational. An enrichment and extension programme for primary-aged students*. Springer.
- BNCC (2017). Base nacional comum curricular. [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf).
- BNCC (2022). Computação na educação básica – complemento a bncc. parecer cneceb nº 2-2022 - bncc. <https://x.gd/RzT41>.
- Brackmann, C. P. (2018). *Desenvolvimento do Pensamento Computacional Através de Atividades Desplugadas na Educação Básica*. PhD thesis, Universidade de São Paulo.
- dos Santos, M. S., Castro, É. A., Schmitt, M. A. R., Peres, A., Santos, K. G., Pinheiro, R. N., and Vasconcelos, R. (2016). A combinação de jogos de tabuleiro com jogos digitais no processo de aprendizagem. *Simpósio Brasileiro de Jogos e Entretenimento Digital (SBGames)*.
- Er, M. (1986). Performance evaluations of recursive and iterative algorithms for the towers of hanoi problem. *Computing*, 37(2):93–102.
- Farias, P. A. M. d., Martin, A. L. d. A. R., and Cristo, C. S. (2015). Aprendizagem Ativa na Educação: Percurso Histórico Aplicado. *Revista Brasileira de Educação*, 39:143 – 150.
- Ferreira, V. V. M. (2018). A importância da torre de hanoi para o ensino e aprendizagem matemática em sala de aula. Monografia (Graduação em Matemática), Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande - PB, Brasil.
- Indriyono, B. V. and Pratama, Z. (2020). Implementation of divide and conquer in the hanoi tower game. *Journal of Applied Intelligent System*, 5(2):69–79.
- Kafai, Y. B. and Proctor, C. (2022). A reevaluation of computational thinking in k–12 education: Moving toward computational literacies. *Educational Researcher*, 51(2):146–151.
- Kakavas, P. and Ugolini, F. C. (2019). Computational thinking in primary education: A systematic literature review. *Research on Education and Media*, 11(2):64–94.
- Lopes, D. A., Poffal, C. A., and Meneghetti, C. M. S. (2020). Torre de hanói e resultados prováveis: estudando probabilidade e estatística através do lúdico com alunos da educação básica. *Educação Matemática em Revista-RS*, 1(21):15–22.
- Oliveira, B., Brim, J., and Pinheiro, N. (2019). O jogo torre de hanói como ferramenta mediadora no ensino de potências: um estudo com os alunos do 6o ano do ensino fundamental. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 12(01):160–175.
- Oliveira, S. and Calejon, L. (2016). O jogo torre de hanói para o ensino de conceitos matemáticos. *Rencima. Edição Especial: Educação Matemática*, 7(4):149 – 158.
- Paiva, C. A. and Tori, R. (2017). Jogos digitais no ensino: processos cognitivos, benefícios e desafios. *SBGames, Paraná*.

- Papert, S. I. (2004). Interviews with seymour papert. *Computers in Entertainment (CIE)*, 2(1):9–9.
- Resnick, M. (2017). Fulfilling papert’s dream: Computational fluency for all. pages 5–5.
- Santiago, A. D. and Kronbauer, A. (2016). Um modelo lúdico para o ensino de conceitos de programação de computadores. In *Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE)*, volume 27, page 420.
- Silva, V., Souza, A., and Morais, D. (2016). Pensamento computacional no ensino de computação em escolas: Um relato de experiência de estágio em licenciatura em computação em escolas públicas. volume 16, pages 324 – 325.
- Sung, J. (2022). Assessing young korean children’s computational thinking: A validation study of two measurements. *Education and Information Technologies*, pages 1–29.
- Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3):33–35.