

## Uma Abordagem de Transferência de Calor Utilizando Teoria Construtal e Modelagem Baseada em Agentes

Paola A. Avendaño<sup>1</sup>, Newton N. Marube<sup>2</sup>, Diana F. Adamatti<sup>1</sup>, Jeferson Ávila Souza<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional – Universidade Federal do Rio Grande (FURG) – Rio Grande – RS – Brasil

<sup>2</sup>Centro de Ciências Computacionais – Universidade Federal do Rio Grande (FURG) Rio Grande – RS – Brasil

pao.andrea9030@gmail.com, nyamasege@gmail.com, dianaada@gmail.com, jasouza@furg.br

**Abstract.** *Most of heat transfer problems are focused on understanding how the geometries inside the solid surfaces under influence the performance of heat transfer. The present study consists of a heat transfer plate built from two types of materials and aims to find the best geometry in the plate, such that the sum of the temperatures of its elements is the smallest possible. An agent-based model developed in NetLogo tool using the constructal theory is presented. The results obtained were compared with those obtained from randomly arranging the materials and it was found that using the constructal theory it is possible to obtain optimal geometries.*

**Resumo.** *A maioria dos problemas de transferência de calor estão focados em compreender como as geometrias dentro de superfícies sólidas influenciam o desempenho da transferência de calor. O problema abordado no presente trabalho consiste em uma placa com transferência de calor construída com dois tipos de materiais e o objetivo consiste em procurar a melhor geometria dentro da placa de forma que, a soma das temperaturas dos seus elementos seja a menor possível. É apresentado um algoritmo desenvolvido no ambiente NetLogo e com base na Teoria Construtal. Os resultados fornecidos foram comparados com os obtidos dispendo os materiais de maneira aleatória e se concluiu que ao usar a Teoria Construtal é possível obter geometrias ótimas.*

### 1. Introdução

Nos últimos anos, problemas de engenharia relacionados à área de transferência de calor receberam grande atenção. O objetivo de muitos desses trabalhos, centra-se em explicar como a geometria dentro de superfícies sólidas estudadas influencia no comportamento da transferência de calor e buscam, além de entender, melhorar seus desempenhos e buscar novas geometrias. O estudo da transferência de calor é de grande importância para diversas aplicações como por exemplo, para o aumento da eficiência de motores de turbina a gás e de trocadores de calor, para estudar a eficiência de motores de combustão interna, motores elétricos e condutores térmicos, para garantir o controle preciso de temperaturas em sistemas de microescala como as mídias de armazenamento

e a redução das temperaturas de operação de peças no interior de computadores pessoais.

Por outro lado, a Teoria Construtal está se tornando uma metodologia poderosa por ser entendida como uma geração da tendência de todos os objetos da natureza em fluir através de caminhos que ofereçam menor “resistência”. Sendo um princípio físico que une o animado com o inanimado [Bejan 2000]. Por ser uma Teoria geral, esta pode ser aplicada em todos os domínios, onde existe algum tipo de evolução. Assim, a mesma vem sendo utilizada na solução de problemas de biologia, física, organizações sociais, evolução tecnológica, sustentabilidade e engenharia, entre outros [Bejan e Zane 2012].

Apesar de que existem inúmeros trabalhos que abordam à otimização em placas submetidas a alguma fonte de calor, não foram encontrados trabalhos relacionados ao assunto que tenham utilização modelagem e simulação baseada em agentes. Assim, o objetivo desse trabalho é apresentar uma modelagem e simulação deste problema no escopo de agentes.

No capítulo 2 é feita uma revisão sobre a transferência de calor e a teoria construtal, apresentando alguns trabalhos relacionados. No capítulo 3 é descrito o algoritmo desenvolvido usando modelagem baseada em agentes em conjunto com a teoria construtal. No capítulo 4 encontram-se resultados obtidos após simulações feitas utilizando o algoritmo implementado. Finalmente, no capítulo 5 são discutidos os resultados, feitas as conclusões e apresentadas propostas para trabalhos futuros.

## 2. Referencial Teórico

### 2.1. Difusão de Calor (Difusão Térmica)

A condução de calor é a transferência de energia térmica que ocorre devido a iteração entre as moléculas (colisões) a qual é motivada por um gradiente de temperatura.

Um dos objetivos principais da análise da condução de calor é determinar o campo de temperaturas em um meio resultante das condições impostas em suas fronteiras. Ou seja, deseja-se conhecer a distribuição de temperaturas, que representa a variação de temperatura em relação à posição no meio.

A equação (1) é a forma geral, em coordenadas cartesianas, da equação da condução de calor em um sólido. Essa equação, frequentemente chamada de equação do calor, fornece a ferramenta básica para a análise da condução do calor. A partir de sua solução, pode-se obter a distribuição de temperaturas  $T(x,y)$  como uma função do tempo [Incropera, et al. 2000].

$$\rho c_p \frac{\delta T}{\delta t} = k \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + k \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} + q''' \quad (1)$$

onde:  $T$  é a temperatura  $[K]$ ,  $t$  é o tempo  $(s)$ ,  $x$  e  $y$  são as coordenadas cartesianas  $[m]$ ,  $k$  é a condutividade térmica  $[W/m K]$ ,  $\rho$  é a massa específica  $[kg/m^3]$ ,  $c_p$  é o calor específico  $[W/kg K]$  e  $q'''$  é a taxa de geração de calor  $[kW/m^3]$ .

Os métodos tradicionais para a solução numérica de equações diferenciais são os Métodos de Diferenças finitas (MDF), de Volumes Finitos (MVF) e de Elementos Finitos (MEF).

A natureza da solução por diferenças finitas dependerá do instante de tempo específico no qual as temperaturas estão sendo determinadas. A formulação explícita permite expressar a temperatura de um elemento da malha em função da temperatura de todos os vizinhos no instante anterior, as quais devem ser conhecidas. Essa formulação origina um conjunto de equações algébricas que podem ser resolvidas uma a uma, obtendo-se a temperatura em cada ponto do espaço para o novo nível de tempo.

A forma explícita da equação de diferenças finitas para o ponto  $(m,n)$  no instante de tempo  $p$  e a discretização mostrada na figura 1 é:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{T_{m,n}^p - T_{m,n}^{p-1}}{\Delta t} = \frac{T_{m+1,n}^{p-1} - T_{m-1,n}^{p-1} - 2T_{m,n}^{p-1}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{m,n+1}^{p-1} - T_{m,n-1}^{p-1} - 2T_{m,n}^{p-1}}{(\Delta y)^2} + q''' \quad (2)$$

onde:  $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$

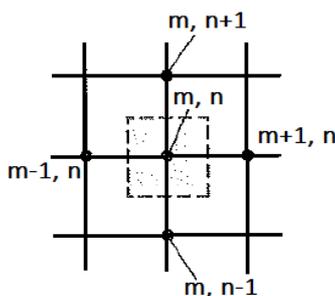


Fig.1 Esquema de discretização de diferenças finitas [Incropera, et al., 2000]

## 2.2. Teoria Construtal

A teoria construtal responde pela tendência universal de sistemas de fluxo de se transformar em configurações em evolução que proporciona maior e mais fácil acesso ao fluxo ao longo do tempo. A teoria construtal resolve as muitas e contraditórias declarações ad hoc de otimização, design final, e seu destino na natureza, tais como a máxima e mínima de entropia de produção e máxima e mínima de resistência de fluxo, e também explica os designs que são observados e copiados na biomimética [Bejan 2000].

Muitos estudos relacionados a transferência de calor já foram desenvolvidos usando a lógica proposta pela teoria construtal. Souza e Ordonez (2013), por exemplo, propõem um algoritmo de otimização baseado na teoria construtal para procurar uma geometria ótima, objetivando minimizar o calor dentro da placa. Neste trabalho, foram calculados os gradientes de temperatura dos elementos de baixa condutividade e estes elementos foram trocados por material de alta condutividade (um grupo de elementos que tenha apresentado o maior gradiente). O método utilizado pelos autores para calcular os gradientes de temperatura dentro do domínio computacional (uma região retangular cujos pontos interiores estão igualmente espaçados) foi o Control Volume

Finite Element Method (CVFES). Na figura 2 pode-se observar as geometrias que foram encontradas nas simulações e suas semelhanças com árvores.

De acordo com a quantidade de material inserido durante cada iteração (par ou impar), as árvores podem ser simétricas ou assimétricas. Além disso, os autores concluem que os resultados obtidos dependem tanto da quantidade de elementos substituídos a cada passo do tempo, quanto da relação da condutividade dos materiais (quantas vezes um é mais condutivo que o outro).

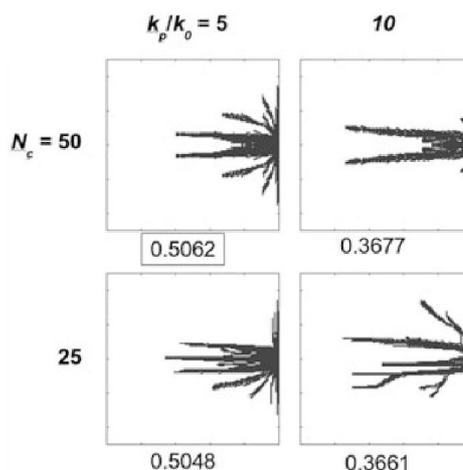


Fig.2. Formação de padrões e temperatura mínima [Sousa e Ordóñez 2013]

### 3. Modelo Baseado em Agentes

Neste trabalho é apresentado um problema de transferência de calor por condução em regime permanente, no qual se tem uma placa sólida bidimensional quadrada, construída com dois materiais diferentes, um de alta e um de baixa condutividade térmica. Existe uma temperatura prescrita em todas as bordas da placa e uma temperatura inicial no interior.

O objetivo principal do trabalho é determinar posições apropriadas para os materiais de alta e baixa condutividade com os quais a placa é construída de maneira que possa se minimizar a soma das temperaturas de todos os elementos. A figura 3 mostra as condições de contorno utilizadas e uma possível configuração para o problema, onde a região cinza representa o material de alta condutividade e a região branca o material de baixa condutividade dentro da placa.

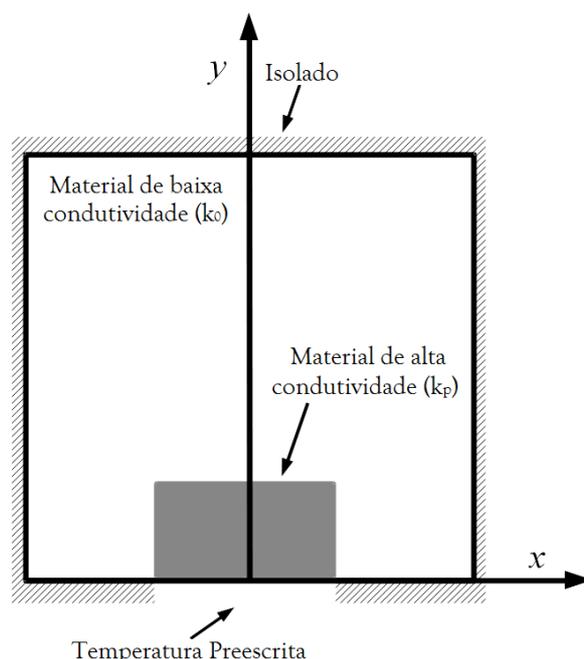
A geração de calor ocorre só nas regiões de material de baixa condutividade, assim, a equação para a região branca da figura 3 está dada por:

$$\rho c_p \frac{\delta T}{\delta t} = k_0 \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + k_0 \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} \quad (3)$$

onde:  $k_0$  representa a condutividade do material de baixa condutividade [W/m K].

Modelagem baseada em agentes é usualmente usada em sistemas complexos. Considera-se que os fenômenos simples e complexos podem ser o resultado de iterações

entre indivíduos autônomos e independentes, os quais operam dentro dos sistemas de acordo com diferentes formas de iteração [Bandini et al. 2009].



**Fig.3. Descrição do problema**

O modelo apresentado estende o modelo de difusão de calor de NetLogo que simula a distribuição de temperatura em estado transiente e estacionário, em função do tempo e localização de uma placa fina. A modelagem baseada em agentes é utilizada nesse modelo de difusão de calor para ilustrar a dependência do tempo que é observada durante a simulação. À medida que a simulação é executada, o calor é transmitido desde as partes mais quentes para as partes mais frias da placa, como pode se ver na cor que varia dentro da placa. Portanto, a temperatura da placa começa a mudar imediatamente e, possivelmente, de forma diferente em distintos lugares, convergindo gradualmente para um estado estacionário [Tisue e Wilensky, 2004].

NetLogo é uma linguagem de programação útil para a simulação de diversos fenômenos sociais, particularmente para a simulação de problemas complexos que evoluem no tempo.

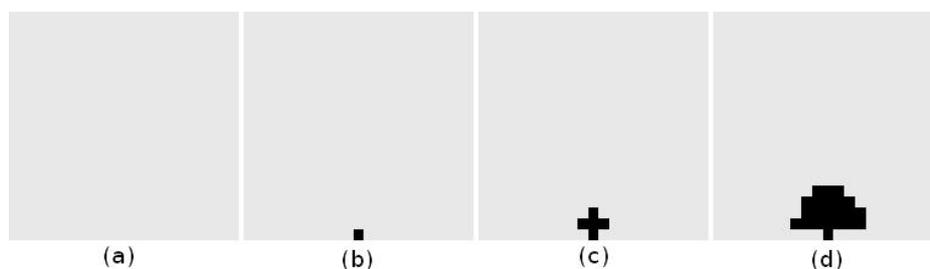
Dentro do ambiente de programação existem centenas ou milhares de elementos que são chamados de “agentes”, que de maneira independente podem receber instruções ou guardar informação que é oferecida pelo modelador, o que faz com que seja possível subtrair a cada iteração diferentes informações do tipo global ou pontual [Tisue e Wilensky, 2004].

Desta forma, desenvolveu-se um algoritmo baseado em agentes que utiliza a Teoria Construtal para a busca das posições ótimas do material de alta condutividade dentro da placa. A ferramenta utilizada para desenvolver o algoritmo foi NetLogo.

Para atingir o objetivo do trabalho, primeiramente é necessário dividir o domínio computacional em pequenos elementos, todos com condutividade térmica baixa e calcular o campo de temperaturas usando o método de Diferenças finitas e uma

formulação explícita. Após chegar à solução de regime permanente (quando a mudança das temperaturas de uma iteração para outra se torna desprezível) deve-se trocar um grupo de elementos de baixa condutividade  $k_0$  que apresenta a maior temperatura por material de alta condutividade  $k_p$ . O processo de substituição deve se repetir até usar a quantidade de material de alta condutividade disponibilizado para o problema. A figura 3 é um exemplo para mostrar como ocorre o processo de substituição sequencial. Para o caso, trata-se de uma placa com 441 elementos, na qual é substituído um elemento de baixa condutividade térmica por um de alta a cada iteração até ter uma placa com 5% de material com  $k_p$ .

A figura 4 (a) mostra domínio computacional com todos os elementos tendo condutividade baixa. As figuras 4 (b) e (c) mostram as duas primeiras iterações em que ocorre a substituição do material que começaram só após se atingiu o regime permanente. A figura 4 (d) mostra a configuração obtida depois de substituir 22 elementos que correspondem ao 5% do material.



**Fig.4. Processo de substituição sequencial**

A seguir é apresentado o pseudo-algoritmo proposto:

- Etapa 1: fazer a discretização do domínio computacional, isto é, dividir a placa em pequenos elementos.
- Etapa 2: definir as condições de contorno do problema, a relação  $(k_p/k_0)$  entre as condutividades dos materiais, a porcentagem total de elementos com condutividade  $k_p$  que serão usados e a quantidade ( $N_c$ ) de elementos que serão substituídos a cada iteração.
- Etapa 3: atribuir baixa condutividade para todo o domínio computacional.
- Etapa 4: calcular o campo de temperatura da placa até atingir o regime permanente utilizando o método de diferenças finitas e depois ordenar de maior a menor as temperaturas dos elementos com condutividade térmica baixa.
- Etapa 5: determinar, entre as regiões com material de baixa condutividade, a localização dos  $N_c$  elementos que apresentaram a maior temperatura.
- Etapa 6: substituir os  $N_c$  elementos identificados na etapa anterior por elementos de alta condutividade.
- Etapa 7: verificar se a quantidade de material de alta condutividade disponibilizado foi inserido na placa. Se a quantidade total foi inserida, então a troca de material deve se suspender, caso contrário, deve-se retornar à etapa 4..

A figura 5, apresenta a interface gráfica do modelo desenvolvido e na qual pode-se observar umas das simulações em andamento.

Segundo o pseudo-algoritmo proposto, deve-se fazer o refinamento da malha e cada “Patch” (unidade gráfica do NetLogo) dentro da interface representa um elemento da malha.

A etapa 2 é o momento para definir as condições de contorno do problema, isto é, a temperatura prescrita para as bordas e a temperatura inicial no interior da placa. Para isso, são usados os botões de controle “Initial-temp” e “Heat-flux” que podem ter valores entre 0 e 100 graus Celsius. Além disso, nesta etapa devem ser definidas as seguintes variáveis: a quantidade de elementos que será substituída a cada iteração (botão “ $N_c$ ”); a porcentagem total de material de alta condutividade que será colocado na placa (botão “%-High-cond-material”); e a relação entre as condutividades dos materiais (botão  $k_p/k_0$ ). Depois de escolher a relação entre os dois materiais, basta clicar no botão “Update Alpha” e o valor da condutividade dos materiais será reiniciado (outra opção é alterar o valor da relação entre as condutividades diretamente pelo valor desejado).

Durante a terceira etapa é atribuída uma condutividade baixa ( $k_0$ ) para todos os elementos da malha e a partir da etapa 4 é calculado o campo de temperatura no domínio computacional usando o Método de Diferenças Finitas. Depois de chegar no regime permanente, deve-se substituir por material de alta condutividade, a quantidade “ $N_c$ ” de elementos de baixa condutividade que apresente a maior temperatura. O procedimento desde a etapa 4 é repetido até que a quantidade total de material seja inserido.

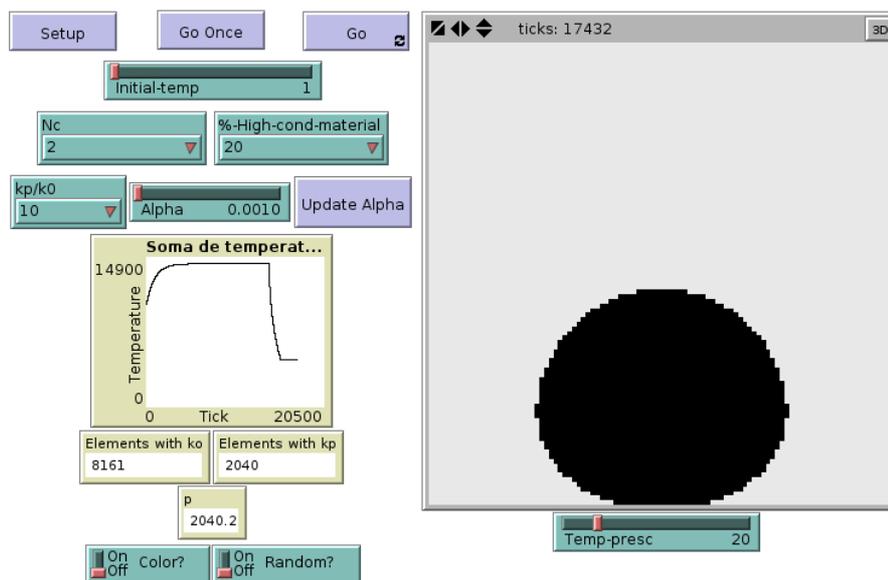


Fig.5. GUI NetLogo

#### 4. Resultados

Foram realizadas simulações comparando os resultados obtidos quando o material é substituído em posições aleatórias e quando é inserido baseados nas máximas

temperaturas. A figura 6 permite ver o comportamento da soma da temperatura dos elementos da placa antes durante e após o processo de substituição para o problema com a seguinte configuração:

- Malha com 10201 elementos;
- temperatura inicial=1°C;
- Temperatura no ponto central do limite inferior=20°C;
- Temperatura prescrita nas outras fronteiras=0°C;
- Porcentagem de material de alta condutividade que será substituído dentro da placa=20 (2040 elementos);
- Relação  $k_p/k_0=10$ .

As simulações foram feitas para diferentes valores de  $N_c$ , sendo possível concluir que para os casos analisados, a variação da quantidade de material inserido a cada iteração, influencia no tempo que o campo de temperatura tarda para chegar ao regime permanente, ou seja, quanto maior a quantidade de material a inserir a cada unidade do tempo, mais rapidamente chega-se ao regime permanente.

A soma das temperaturas mostrou ser menor sempre que a inserção do material de alta condutividade for baseada na Teoria Construtal. Na figura 6 pode ser visualizado que quando o campo de temperaturas atinge o regime permanente, a soma das temperaturas utilizando Teoria Construtal é próxima de 4674.03°C independente do  $N_c$  (que aparece entre parêntesis ao lado do tipo de simulação – aleatório ou construtal). Já para a substituição de material em posições aleatórias, a estabilidade é próxima de 11400°C. Assim, é possível afirmar que as simulações que utilizam Teoria Construtal, auxiliam na construção de geometrias melhores, e visam atingir o objetivo do trabalho.

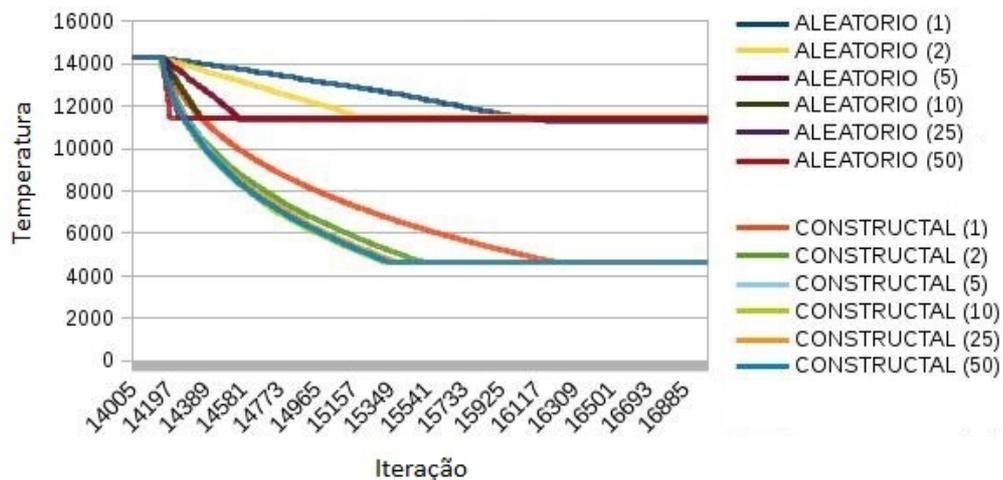


Fig. 6. Soma das temperaturas

A figura 7, (a) e (b) mostra uma das geometrias achadas e o campo de temperaturas respectivamente. Na parte (a), a região cinza representa o material de baixa condutividade ( $k_0$ ) e a preta o material de alta condutividade ( $k_p$ ). Na parte (b), o campo

de temperaturas é representado usando uma escala de cor vermelho, onde a zona mais clara representa a maior temperatura e a zona mais escura a menor temperatura.

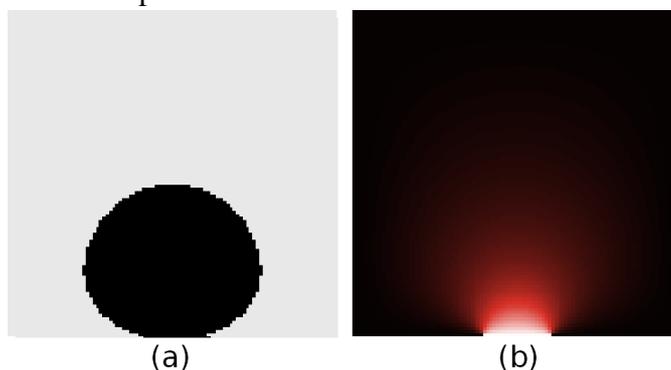


Fig.7. Geometria e campo de temperatura.

## 5. Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho desenvolveu-se um algoritmo baseado em agentes que utiliza a Teoria Construtal para a busca das posições ótimas de um material de alta condutividade dentro de uma placa com geração de calor. O objetivo foi minimizar a soma das temperaturas dos elementos que formam a placa. O ambiente de simulação NetLogo foi utilizado para a modelagem do problema, que mostrou ser um ambiente de desenvolvimento poderoso para a simulação de fenômenos naturais.

Os resultados obtidos usando o algoritmo desenvolvido foram analisados e comparados com resultados obtidos dispondo o material de alta condutividade em posições aleatórias dentro da placa o que permite concluir que a teoria construtal garante resultados ótimos para o problema de otimização apresentado.

Propõe-se para futuros trabalhos mudar as condições de contorno da placa usando geração uniforme de calor e fluxo constante, basear a troca de material nos gradientes de temperatura e não na temperatura máxima, e mudar o objetivo da otimização do problema, por exemplo, pela busca da minimização das maiores temperaturas que se apresentam dentro da placa e comparar com resultados achados na literatura.

## References

- Bandini, Stefania, Manzoni, Sara and Vizzari, Giuseppe. (2009) “Agent Based Modeling and Simulation: An Informatics Perspective”, *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 12 (4) 4 <<http://jasss.soc.surrey.ac.uk/12/4/4.html>>.
- Bejan, A., Zane, J. P. (2012) “Design in Nature: How the Constructal Law Governs Evolution in Biology, Physics, Technologic and Social Organization”, 1st Ed, New York, Doubleday.
- Incropera, F. P., DeWitt, D. P., Bergman, T. L., Lavine, A. S. (2002) “Fundamentals of Heat and Mass Transfer”, 6th Ed, New York: J.Wiley.

Rocha, L. A., Lorente, S., Bejan, A. (2013) “Understanding Complex Systems”, 1st Ed, New York: Springer.

Souza, J.A., Ordonez, J. C. (2013) “Constructal Design of High-Conductivity inserts”, Livro: L. A.Rocha; S. Lorente; A. Bejan. (Org.). “Understanding Complex Systems”, 1ed, New York: Springer, v. 1, p. 91-1112013,

Tissue, S., Wilensky, U. NetLogo. (2004) “A Simple Enviroment for Modeling Complexity”, International Conference on Complex Systems, Boston, Maio 16-21.