

Abstrações reflexionantes e o meio digital: aliando recursos para a aprendizagem de conceitos de análise combinatória no Ensino Fundamental

Anelise P. Baur Viganó¹, Marcus Basso¹

¹PPGIE– Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) - Porto Alegre – RS – Brasil

anelisebaur@gmail.com, mbasso.ufrgs.br

Abstract. *This work presents an experiment with 3 middle school students on learning the concept of simple combination through a digital resource created by the researcher, in Scratch language, on the computer. Questions inspired by Piaget's Clinical Method were used. The workshop was recorded on video and notes were taken by the researcher in a logbook. This information was analyzed from the perspective of Reflective Abstraction. It was observed that the tool created allowed the presence of pseudo-empirical abstraction and reflective abstraction, which can demonstrate the positive potential for combination learning.*

Resumo. *Neste trabalho apresenta-se um experimento com 3 estudantes do Ensino Fundamental sobre a aprendizagem do conceito de combinação simples por meio de um recurso digital elaborado pela pesquisadora, em linguagem Scratch, no computador. Utilizaram-se questionamentos inspirados no Método Clínico de Piaget. A oficina foi gravada em vídeo e foram realizadas anotações pela pesquisadora em um diário de bordo. Estas informações foram analisadas sob a perspectiva da Abstração Reflexionante. Observou-se que a ferramenta criada possibilitou a presença da abstração pseudo-empírica e abstração reflexionante, o que pode evidenciar o potencial positivo para a aprendizagem de combinação.*

1. Introdução

O ato de contar é algo que faz parte da vida de qualquer pessoa. A contagem de determinadas quantidades de objetos pode ser realizada por meio da correspondência com os termos numéricos. Entretanto, existem situações em que a contagem direta não pode ser aplicada. Tais situações podem ser classificadas como pertencentes ao campo da Análise Combinatória (AC), área da Matemática a qual abrange estes tipos de problemas, que podem ser solucionados por meio de estratégias de contagem, como o Princípio Fundamental da Contagem (PFC). Além do PFC, também podem ser utilizadas estratégias constituídas por representações simbólicas diversas, que vão desde as não formais (listas, desenhos, tabelas, quadros, esquemas, etc.) até as mais formais (fórmulas).

A Combinatória, como um ramo da Matemática, consiste no estudo da contagem de elementos de um conjunto, em que podem ser utilizados diferentes tipos de representações simbólicas, desde as mais intuitivas, como listagens e desenhos, passando por tabelas, quadros, árvores de possibilidades, até chegar nas representações formais da Matemática – como o Princípio Fundamental da Contagem e fórmulas. [Montenegro, 2018, p.57]

Contar por meio de problemas deste tipo permite ao sujeito levantar hipóteses e tomar decisões baseadas em todas as possibilidades identificadas. Este raciocínio que categoriza e combina elementos está presente tanto na Matemática quanto em outras áreas do conhecimento, o que pode potencializar a aprendizagem em campos fora da matemática

O raciocínio combinatório é uma forma de pensar que permite que se levantem possibilidades e sejam analisadas as combinações das mesmas. Esta forma de raciocínio é de extrema relevância, pois se faz presente no estudo de probabilidades, bem como de outras situações nas quais é preciso categorizar elementos e combiná-los, como na aprendizagem de Ciências Naturais, Estudos Sociais e Artes, dentre outras áreas do conhecimento. Assim, o raciocínio combinatório auxilia na compreensão de conteúdos matemáticos e de outras áreas do conhecimento, ao permitir que se levantem possibilidades e sejam analisadas as combinações das mesmas. [Pessoa, 2009, p.27].

Segundo Taxa (2001) o tipo de pensamento utilizado quando o sujeito resolve um problema de AC pode ser relacionado ao nível de pensamento formal da teoria piagetiana. Entretanto, segundo a autora, tal habilidade cognitiva poderia ser desenvolvida ao longo do período operatório concreto, etapa concomitante com o Ensino Fundamental (EF).

Algumas pesquisas [Montenegro, 2018; Lima, 2022; Duro, 2012; Martins, 2020; Pessoa, 2009, Lima E Borba, 2021] reconhecem que a AC é um assunto geralmente desenvolvido durante o Ensino Médio (EM), com a utilização de algoritmos prontos. Entretanto, defendem que o trabalho com a AC seja desenvolvido desde os anos iniciais, por meio de situações que admitam representações mais elementares.

Diante da necessidade de se desenvolver a compreensão dos diferentes tipos de problemas de Combinatória (com suas variações em termos de significados envolvidos, de invariantes presentes nas situações e das representações simbólicas utilizadas), é importante que desde o Ensino Fundamental I sejam exploradas estratégias espontâneas para a resolução de situações que envolvam significados e invariantes diversos, estimulando os alunos ao uso de diferentes representações simbólicas (...) considerando estes aspectos nos diferentes níveis de ensino e aprofundando-os à medida que se avança nos anos escolares. [Pessoa, 2009, p.134]

Os problemas de contagem, quando propostos com a intenção de promover a construção de conceitos de combinatória, colocam o estudante na posição de confronto com as suas próprias concepções, podendo se tornar autor de sua própria aprendizagem. Resolver problemas também é uma temática abordada por Seymour Papert em seu livro “A máquina das crianças”, no qual identifica o computador e as tecnologias digitais como recursos que podem propiciar autonomia ao sujeito que os utiliza, tornando o próprio sujeito o autor da própria construção do conhecimento, através de uma forma de pensamento, que só é acessada através do uso destas ferramentas [Papert, 1993].

Segundo ele, as crianças precisam de um tipo de conhecimento que lhes permita aprender mais, e os recursos computacionais poderiam assumir o papel como ferramenta para esta aprendizagem, assim como uma vara de pesca para o ato de pescar. Este tipo de conhecimento poderia ser traduzido pela resolução de problemas, que quando acessada por recursos digitais, poderia dar início ao processo de aprendizagem em matemática.

O uso de um recurso digital pode causar no usuário a sensação de realidade material, possibilitando assim que conceitos abstratos como os da matemática, possam adquirir representações que transmitam ao usuário uma certa materialidade [Viganó et. al., 2020], que talvez não pudesse ser acessada sem o uso deste meio.

Levando-se em consideração os aspectos aqui citados, elaborou-se um problema de pesquisa, traduzido pela seguinte questão: **Como propiciar a compreensão de conceitos da Análise Combinatória em estudantes do Ensino Fundamental, durante a resolução de problemas mediados por recursos digitais?**

Tal questão de pesquisa se insere em um projeto de Tese de Doutorado, que se encontra em andamento, que tem por objetivo a elaboração de um desenho pedagógico voltado para a promoção da aprendizagem da AC no EF, por meio do uso do computador. Para este projeto de pesquisa, foram criados applets programados em linguagem Scratch, utilizando problemas de contagem de AC, em que o usuário pode realizar combinações de elementos por meio da manipulação do programa, conforme a questão proposta. Tais applets são disponibilizados no formato online, por meio de um link.

No presente trabalho, apresentam-se os resultados obtidos com uma oficina, realizada com estudantes do 9º ano do EF de uma escola pública do município de Porto Alegre, a fim de investigar acerca do processo de aprendizagem sobre o conceito de combinação por meio do recurso desenvolvido. Utilizou-se a teoria da Abstração Reflexionante de Piaget (1995), como lente para enxergar como ocorreu o processo de aprendizagem dos estudantes durante a oficina.

O texto está organizado da seguinte forma: a Seção 2 apresenta a fundamentação teórica utilizada neste trabalho; a Seção 3 apresenta os aspectos metodológicos adotados bem como o recurso digital elaborado; a Seção 4 apresenta resultados o relato da oficina realizada com estudantes do EF, bem como a análise dos dados obtidos. Por fim, na seção 5 são feitas as considerações finais.

2. Fundamentação teórica

O termo abstração possui suas origens no Latim, e significa “retirar de” ou simplesmente “extrair” algo de alguma coisa. Piaget dedicou uma parte de sua obra ao estudo da abstração, o que possibilitou um entendimento maior sobre como ocorre este processo. Para esta compreensão, dividiu a abstração em dois tipos: a empírica e a reflexionante.

A abstração empírica foi classificada por Piaget como aquela que consiste na retirada de características observáveis do objeto, ou seja, qualidades físicas ou de uma narrativa, que podem ser retiradas de maneira sensorial. A abstração reflexionante, é aquela que “apoia-se sobre as coordenações das ações do sujeito” [Piaget, 1995, p. 274].

De acordo com os estudos de Piaget, a construção de capacidades tem origem na interação que o sujeito tem com os objetos, através da coordenação de suas ações. Dessas coordenações, são retiradas novas qualidades, que servirão como ponto de partida, para a construção de uma nova capacidade.

Na construção destas capacidades, podem ser apresentados os seguintes tipos de abstração reflexionante:

- Abstração reflexionante propriamente dita: construção de novas estruturas, em virtude da reorganização de elementos tirados de estruturas anteriores, que pode se dar de forma inconsciente ou possuir intenção do sujeito. Exemplo: quando tiramos as propriedades contidas na soma para compreender a multiplicação.
- Abstração pseudo-empírica: é o processo de colocar significado em um objeto, sem que este significado seja de fato do objeto, mas sim, tratando-se de uma construção mental. Exemplo: quando identificamos um retângulo em uma janela com formato retangular, o retângulo é algo construído pela mente e não está de fato na janela, mesmo que ela seja retangular.
- Abstração refletida: é a abstração reflexionante da qual o sujeito tomou consciência (o chamado “insight” da teoria da Gestalt). Em outras palavras, é o pico de um processo de abstração reflexionante. Exemplo: quando generalizamos a multiplicação como uma série de somas sucessivas.

Neste trabalho serão investigadas quais os tipos de abstrações reflexionantes presentes quando os estudantes estudam o conceito de combinação por meio do recurso digital elaborado, no computador. Além disso, esta pesquisa investigará se este meio digital foi capaz de disparar o processo de abstração reflexionante, em relação ao conceito de combinação simples, nos estudantes.

Na seção seguinte apresentaremos os aspectos metodológicos.

3. Aspectos metodológicos

Este trabalho ocorreu no formato de oficina, com 3 alunos do 9º ano do EF (chamaremos de R, V e I), de uma escola pública do município de Porto Alegre. Como instrumento de pesquisa foi utilizado um recurso digital baseado no conceito de combinação, elaborado com a linguagem Scratch, que foi disponibilizado de forma online aos estudantes participantes.

Tal recurso foi elaborado pela própria pesquisadora, na plataforma online do Scratch, e foi disponibilizado aos estudantes por meio de um link, que foi acessado por meio de Chromebooks. Esta oficina foi gravada em vídeo e utilizaram-se estas gravações como instrumento para a coleta de dados. Além disso, também foram utilizadas anotações feitas pela pesquisadora no decorrer das atividades.

Durante a realização da oficina, foram propostos, no computador, os desafios elaborados pela pesquisadora na plataforma Scratch. Os alunos foram resolvendo os problemas e no decorrer da resolução, foram observados e questionados pela pesquisadora com perguntas inspiradas no Método Clínico de Piaget.

Tais questões tiveram por objetivo identificar aspectos relacionados à Abstração Reflexionante nos estudantes durante a resolução dos desafios. Para isso, tais perguntas buscaram investigar como cada estudante estava pensando o problema proposto, quais as estratégias utilizadas, bem como qual o caminho percorrido na elaboração da solução encontrada.

A seguir, apresenta-se o recurso desenvolvido para esta oficina.

3.1. O recurso digital desenvolvido

O applet desenvolvido para este trabalho baseou-se no conceito de combinação e foi formulado em Scratch. Ele foi projetado para ser utilizado em um computador e recomenda-se o uso do mouse.

Na interface desenvolvida é apresentado um problema que consiste em determinar de quantas formas é possível formar duplas de trabalho com um grupo formado por 5 personagens (Cachorro, Caranguejo, Gato, Pinguim e Dinossauro). O usuário pode criar cópias dos personagens dando um clique duplo e apertando a tecla “espaço” do computador. Pode apagar a última cópia feita apertando a tecla “d”. A ideia é a de que o usuário possa representar as duplas com as cópias de personagens de forma a possibilitar a visualização e a contagem de todas as possibilidades envolvidas.

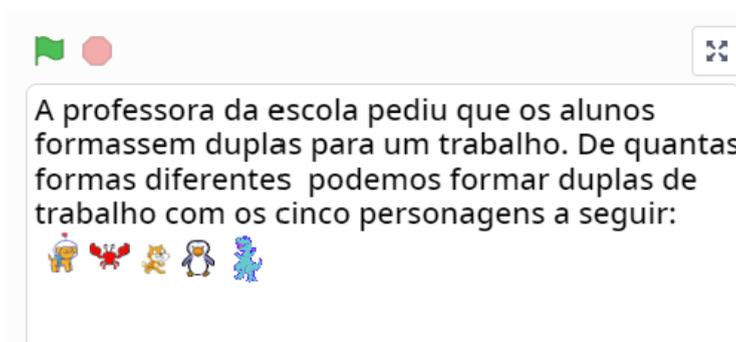


Figura 1. Interface desenvolvida em Scratch para o problema de combinação

Esta ferramenta pode ser disponibilizada ao público em geral por meio de um link. Na próxima seção apresentaremos os aspectos relacionados ao método clínico de Piaget.

3.2. O método clínico de Piaget

O método clínico foi desenvolvido e utilizado por Piaget em seus estudos para o processo de coleta de dados e consiste em uma entrevista em que o sujeito entrevistado é convidado a realizar determinadas tarefas, previamente estruturadas pelo entrevistador. Durante a realização das tarefas propostas, o experimentador observa e questiona o entrevistado, com perguntas que permitam investigar como ele está pensando a tarefa. Esta entrevista deve ser registrada por meio de áudio, vídeo ou anotações para análise posterior.

Por meio da observação das ações do sujeito e da obtenção das suas respostas, o entrevistador vai realizando perguntas que busquem compreender o funcionamento do pensamento do entrevistado. Após a entrevista, o experimentador faz uma análise dos registros feitos [Kebach, 2010]

Nesta pesquisa, os estudantes foram convidados a solucionar o desafio de combinação no computador (tarefa), e foram questionados pela pesquisadora com perguntas que buscassem a compreensão de como os desafios foram resolvidos pelos estudantes (questionamentos inspirados no Método Clínico). Seguem alguns exemplos das perguntas realizadas:

- Como você fez para resolver o problema?
- Quantas possibilidades você achou?
- O que você notou?
- Por quê?
- E se eu te disser que outra pessoa achou mais possibilidades? Você acha que ela está certa ou errada?

A seguir serão apresentados o relato da oficina e a análise dos dados.

4. Relato da oficina e análise dos dados

O aluno “R” iniciou a resolução do problema contando as duplas de personagens de forma duplicada, fixando o primeiro personagem e variando os demais, obtendo 20 possibilidades.

Tabela 1. Resolução do aluno “R”

Cachorro - Caranguejo	Gato - Cachorro	Pinguim - Cachorro	Caranguejo - Cachorro	Dinossauro - Cachorro
Cachorro - Gato	Gato - Caranguejo	Pinguim - Gato	Caranguejo - Gato	Dinossauro - Gato
Cachorro - Pinguim	Gato - Pinguim	Pinguim - Caranguejo	Caranguejo - Pinguim	Dinossauro - Pinguim
Cachorro - Dinossauro	Gato - Dinossauro	Pinguim - Dinossauro	Caranguejo - Dinossauro	Dinossauro - Caranguejo

O aluno perguntou sobre a contagem. Se era para contar quantas duplas poderiam existir. A professora confirmou que sim e reforçou que para a formação de duplas a disposição dos participantes não era algo relevante. Após esta informação sobre a constituição das duplas percebeu que estava repetindo a contagem e que precisaria diminuir as duplas, mas ainda mostrando indícios de não saber como fazer esta redução.

Após algum tempo, o aluno começou a modificar a disposição dos personagens na tela. A seguir apresenta-se um trecho dos questionamentos realizados neste momento (transcrição realizada de acordo com a fala dos estudantes):

Pesquisadora: - R, tu pensou algo diferente? No que tu pensou?

Aluno R: - Agora eu notei outra coisa.

Pesquisadora: O que tu notou?

Aluno R: - Eu acho que tô fazendo bem mais do que eu deveria.

Pesquisadora: Por quê?

Aluno R: - Porque, se tanto faz estar num lado ou no outro é como se tipo, esse cachorro e esse gato fosse a mesma coisa do que esse gato e esse cachorro. Então não é a mesma coisa, vai diminuir.

Por meio da interatividade proporcionada pelo programa, conseguiu reorganizar os personagens da tela, da maneira como considerou mais adequada, de forma a colocar lado a lado as duplas repetidas (Exemplo: Cachorro - Caranguejo ao lado de Caranguejo - Cachorro). Desta forma conseguiu encontrar os 10 pares possíveis de forma correta, justificando a sua resposta por meio da apresentação dos pares repetidos e do esgotamento das possibilidades.

Pesquisadora: - Explica pra mim quantos tu achou.

Aluno R: - 10.

Pesquisadora: Como é que tu fez?

Aluno R: - Eu fiz todas as duplas (aponta para a tela e mostra as 10 duplas). Por mim não existiria mais, tipo estes dois gatos, repetir com o cachorro (aponta para as duas duplas de gato e cachorro), não existiria, porque já existem estes dois gatos e cachorros.

A aluna V afirmou que seria possível um total de 10 possibilidades, mantendo a resposta mesmo após a contra-argumentação, de que outra pessoa teria encontrado outro número.

Pesquisadora: - Quantas possibilidades tu tens?

Aluna V: - 10 (aponta para a tela e mostra as 10 duplas feitas).

Pesquisadora: É se eu te disser que outra pessoa achou mais possibilidades?

Aluna V: - Ela tá errada.

Pesquisadora: Por que ela está errada?

Aluna V: - Dá pra repetir os animais 4 vezes (Aponta para a tela e mostra a sua resolução)

Tabela 2. Resolução da aluna “V”

Cachorro - Caranguejo	Gato - Caranguejo	Pinguim - Caranguejo	Dinossauro - Caranguejo
Cachorro - Gato	Gato - Pinguim	Pinguim - Dinossauro	
Cachorro - Pinguim	Gato - Dinossauro		
Cachorro - Dinossauro			

Quando questionada sobre o gato aparecer 3 vezes na segunda coluna, afirmou que ele aparece 3 vezes na segunda coluna e mais uma vez na primeira coluna, e que isto se estendia para os demais personagens, que acabavam aparecendo apenas 4 vezes no total.

A aluna “I” apresentou 11 pares de personagens, apresentando uma disposição que fixava o personagem cachorro na primeira linha, variando-se os demais personagens. Na segunda linha apresenta o caranguejo como primeiro personagem, variando os demais. Apresenta duas duplas formadas por pinguins.

Tabela 3. Resolução da aluna “I”

Cachorro - Caranguejo	Cachorro - Dinossauro	Cachorro - Pinguim	Cachorro - Gato	Cachorro - Caranguejo
Gato - Cachorro	Caranguejo - Pinguim	Caranguejo - Dinossauro	Caranguejo - Gato	
Pinguim - Dinossauro				
Pinguim - Cachorro				

Não percebeu que tinha repetido os pares caranguejo e cachorro, pinguim e cachorro e gato e cachorro. Quando confrontada pela contra-argumentação, afirmou estar certa em sua resposta.

No caso dos três estudantes, é possível perceber que o programa possibilitou o acesso dos estudantes a uma propriedade abstrata como a combinação, por meio da interação com a ferramenta no computador. Os alunos puderam traduzir a combinação por meio da formação de duplas de personagens. Tal tradução pode ser entendida como a presença da abstração pseudo-empírica, parte importante do processo de abstração reflexionante, em que o sujeito constrói propriedades de forma mental e as identifica em um objeto do meio que a rodeia, atribuindo significado a este objeto.

Nota-se tanto no aluno R quanto na aluna V, que a interação com o recurso digital foi capaz de disparar o processo de abstração reflexionante, pois percebe-se que

os estudantes que iniciaram a oficina com pouco ou nenhum conhecimento sobre a combinação, mostraram após o uso da ferramenta, compreensão e propriedade sobre tal conceito, por meio da contagem das duplas de personagens na tela do computador. Tanto no aluno R, quanto na aluna V, percebe-se que foi elaborada uma organização dos personagens, baseada em um sistema para a contagem das duplas. O programa possibilitou a estes dois estudantes a liberdade de elaborar esta sistematização própria, o que pode ter auxiliado na compreensão acerca do conceito de combinação simples.

No caso da aluna I, não se identifica este processo sistemático durante a contagem dos personagens, o que não dá certeza sobre a presença do processo de abstração reflexionante como nos casos dos demais estudantes.

A seguir apresentaremos as considerações finais deste trabalho.

5. Considerações finais

Promover a construção do conhecimento matemático em estudantes do EF é uma tarefa que exige a reflexão sobre como tais alunos podem efetuar esta tarefa. Piaget nos aponta um caminho possível para esta construção por meio do processo de Abstração Reflexionante. Dar início a este processo pode ser a chave para desencadear esta construção.

As TD se apresentam como instrumentos com grande potencial para desencadear a aprendizagem da matemática, inclusive dos conceitos de Análise Combinatória, que possuem extrema importância na constituição do sujeito.

Este trabalho se insere em um projeto de pesquisa de doutoramento sobre a aprendizagem de conceitos de combinatória por meio do uso do computador, em alunos do EF.

Neste trabalho apresentou-se um experimento com 3 estudantes do EF, sobre o conceito de combinação por meio de um recurso digital elaborado em linguagem Scratch. Observou-se que a ferramenta criada possibilitou a presença da abstração pseudo-empírica nos 3 alunos e abstração reflexionante em 2 deles para o conceito trabalhado. Tal fato pode evidenciar o potencial positivo de tal ferramenta para a aprendizagem da combinação simples.

Em pesquisas futuras, espera-se testar outros applets semelhantes para a aprendizagem dos conceitos de arranjo, permutação e produto cartesiano.

7. Referências

Duro, M. L. (2012) “Análise combinatória e construção de possibilidades: o raciocínio formal no Ensino Médio.” Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

- Kebach, P. F. C. (2010), In: “O professor construtivista: um pesquisador em ação”, organizado por Fernando Becker e Tania Marques, 2. ed., Porto Alegre, Editora Mediação, p. 43 – 54.
- Lima, E. T. (2022) “Combinatória, probabilidade e suas articulações no currículo dos anos finais do ensino fundamental: o que é prescrito, o que é apresentado e o que se pode fazer?”, Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) Universidade Federal de Pernambuco.
- Lima, E. T. e Borba, R. (2021) “Raciocínios combinatório e probabilístico de estudantes jovens e adultos: investigando relações.” In: Investigações em ensino e em aprendizagem: Uma década de pesquisas do Grupo de Estudos em Raciocínios Combinatório e Probabilístico (Geração), organizado por Rute E. de S. Rosa Borba, Juliana Azevedo Montenegro e Jaqueline A. F. Lixandrão Santos, Recife, Editora da UFPE.
- Martins, E. F. (2020) “Pensamento combinatório e objetos digitais de aprendizagem: estudo construtivista nos anos iniciais” Tese (Doutorado em Informática na Educação), Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Montenegro, J. A. (2018) “Identificação, conversão e tratamento de registros de representações semióticas auxiliando a aprendizagem de situações combinatórias” Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco.
- Papert, S. (1993) A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática, Porto Alegre, Artmed.
- Pessoa, C. (2009) “Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio” Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco.
- Piaget, J. (1977). “Abstração reflexionante; relações lógico-aritméticas e das ordens das relações espaciais” Tradução de Fernando Becker e Petronilha B. G. da Silva, Porto Alegre: Artes Médicas.
- Taxa, F. S. (2001) “Problemas multiplicativos e processo de abstração em crianças na 3ª série do ensino fundamental” Tese (Doutorado em Educação) – UNICAMP.
- Viganó, A.; Menezes, B., Basso, M.; Notare, M. (2020). “Linguagem de programação por meio de smartphones possibilitando aprendizagens matemáticas” In: Revista Novas Tecnologias na Educação - CINTED - UFRGS. V.18, Nº 2.