

Uma Prática Investigativa com Dobraduras ancorada no Pensamento Computacional e na Abstração Reflexionante

Aline Silva De Bona¹, Kátia Coelho da Rocha², Marcus Vinicius de Azevedo Basso³

¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – (IFRS)
– Osório – RS – Brasil

^{2,3}Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação

Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) - Porto Alegre, RS, Brasil

aline.bona@osorio.ifrs.edu.br, katiacoelho-rocha@gmail.com, mbasso@ufrgs.br

Abstract. *This article presents an investigative practice with students in the ninth year of elementary school and the first year of high school. During math classes, students were challenged to build a folding and, from it, different objects-to-think-with were used, allowing investigations of mathematical and computational concepts. Data analysis was based on Piaget's reflecting abstraction and Papert's concept of objects-to-think-with. We identified that the various objects-to-think-with contributed to different levels of reflection occurring in relation to mathematical and computational concepts.*

Resumo. *Este artigo apresenta uma prática investigativa com alunos do nono ano do ensino fundamental e do primeiro ano do ensino médio. Durante as aulas de matemática os estudantes foram desafiados a construir uma dobradura e, a partir dela, diferentes objetos-de-pensar-com foram utilizados, permitindo investigações de conceitos matemáticos e computacionais. A análise de dados foi embasada na abstração reflexionante de Piaget e no conceito de objetos-de-pensar-com de Papert. Identificamos que os diversos objetos-de-pensar-com contribuíram para que diferentes patamares de reflexionamento ocorressem em relação aos conceitos matemáticos e computacionais.*

1. Introdução

O termo Pensamento Computacional (PC) foi apresentado por Papert em 1985 quando ele argumentou sobre a importância do desenvolvimento de atividades de programação por crianças. De acordo com Papert, esse pensamento amplia o poder de reflexão do sujeito levando-o a resolver problemas que surgem nos micromundos¹, enriquecendo as representações do conhecimento [Papert 1985]. Os estudos de Papert com o Logo e os micromundos possibilitaram novas práticas e, em alguns países como no Brasil, viabilizaram a inserção da computação no ensino. Os avanços tecnológicos, que permitiram o acesso à internet e a criação de ambientes gráficos, trouxeram outras discussões e recursos que afastaram as ideias de Papert de algumas práticas que incluem a tecnologia no ensino.

Em 2006 Jeannette Wing publicou um artigo em que usou o termo PC para se referir ao pensamento dos cientistas da computação, que deveria ser desenvolvido em

¹ Micromundo é o termo usado por Papert para definir espaços virtuais atrativos que permitem ao sujeito entrar em contato com conceitos de modo não formal.

todas as fases do ensino. De acordo com a autora, “O Pensamento Computacional é o processo de pensamento envolvido na formulação de um problema e na expressão de sua(s) solução(s) de forma que um computador - humano ou máquina - possa efetivamente executar” [Wing, 2014 p. 1]. Ao trazer o termo, Wing contribuiu para o movimento mundial de inclusão da Ciência da Computação em todos os níveis de ensino, porém a sua definição não é a única, evidenciando que o conceito de PC está em construção. Essa variedade de definições leva a diferentes práticas, algumas direcionadas ao ensino de programação, outras à inclusão de diversos conceitos computacionais no ensino.

Neste artigo queremos trazer uma visão de PC que resgata o sentido dos objetos de-pensar-com de Papert, articulando-o com a abstração reflexionante de Piaget. Assim, corroboramos com a definição apresentada por Rocha e Basso em que PC “são os processos de pensamento que utilizam elementos computacionais como objetos-de-pensar-com para contribuir nos processos de abstração reflexionante do sujeito” [Rocha e Basso 2021 p.4]. Destacamos que nosso objetivo não é a computação e seus conceitos como um fim, mas utilizar ela e seus processos, enfatizando o pensamento algorítmico, como um suporte à reflexão, auxiliando na elaboração de níveis mais elevados de abstração. Nessa perspectiva, apresentamos um estudo em que visamos identificar processos de abstração reflexionante em estudantes do nono ano do ensino fundamental e primeiro ano do ensino médio durante a resolução de atividades investigativas que envolviam conceitos matemáticos e computacionais, articulados à definição de PC apresentada. Os estudantes foram desafiados a construir a dobradura de um octaedro regular e a partir dela investigar relações matemáticas, criar representações e algoritmos que expressassem suas construções e conceitos matemáticos.

O artigo está estruturado em seções que apresentam o referencial teórico, a metodologia de pesquisa, os resultados e a discussão à luz do referencial, as considerações finais e referências.

2. Referencial Teórico

A abstração é considerada pela maioria dos pesquisadores como um dos pilares do PC. De acordo com Wing (2006, p.3), “Pensar como um cientista da computação significa mais do que ser capaz de programar um computador. Requer pensar em vários níveis de abstração”. Desta forma, é através das abstrações que os dados de um problema são simplificados e representados, permitindo sua manipulação, seja na construção de um modelo, na análise de dados ou até mesmo na escrita de um programa [Ribeiro *et al.* 2020]. Por isso as abstrações são consideradas as ferramentas mentais da computação, que têm seu poder amplificado pelas ferramentas computacionais [Wing 2014].

Apesar da abstração na computação ter esse caráter operacional, relacionado à otimização dos processos, ela também envolve aspectos cognitivos do sujeito que se utiliza de elaborações mentais anteriores e cria novas para resolver problemas que levam a novas construções mentais. Essa perspectiva da abstração nem sempre é observada em práticas que envolvem PC, mas acreditamos que esse é o verdadeiro objetivo ao inserir esse Pensamento nas diversas etapas do ensino. Nesse sentido, trazemos o conceito piagetiano da abstração, agregando o valor dado por Papert ao introduzir o pensamento por procedimentos através da linguagem LOGO, promovendo novas formas de pensar, testar teorias e hipóteses.

Na perspectiva de Piaget ([1977],1995), o sujeito é um ser ativo que está em constante interação com o meio. É dessa interação que ele retira (abstrai) qualidades físicas do meio, além de qualidades que são fruto de suas coordenações anteriores. Esse processo se dá em virtude de atender seus desejos, buscando um equilíbrio cognitivo. O equilíbrio cognitivo está relacionado com a estabilidade de um organismo vivo em que há constantes trocas que mantém o sistema em funcionamento.

O sujeito assimila o objeto a partir de seus esquemas, muitas vezes precisa transformar suas estruturas cognitivas e seus esquemas assimiladores em virtude das novidades advindas do meio, levando a uma acomodação [Becker 2012]. Esse processo cria um novo patamar de equilíbrio, permitindo que conceitos novos e mais elaborados sejam assimilados, levando a um processo de espiral sem fim. O processo de assimilação do objeto ocorre por abstração empírica ou abstração reflexionante. Ao apoiar-se em características físicas do objeto ou sobre os aspectos materiais da sua ação, o sujeito põe em ação a abstração empírica. Quando o sujeito modifica o objeto pela sua ação e o enriquece com propriedades que são fruto de suas coordenações, entra em cena um caso particular de abstração reflexionante, a abstração pseudoempírica.

A abstração reflexionante está apoiada sobre coordenações do sujeito. Essas coordenações e o processo de reflexionamento podem permanecer inconscientes ou provocar tomadas de consciência e conceituações diversas. Quando o processo de abstração reflexionante torna-se consciente temos uma abstração refletida, ou seja, uma tomada de consciência. Assim, a abstração reflexionante compreende dois processos complementares: o reflexionamento, que é uma projeção do que foi retirado de um patamar inferior sobre um patamar superior; e a reflexão que pode ser considerada um ato mental de reconstrução e reorganização sobre o patamar superior do que foi transferido do inferior [Becker 2012]. A partir das experiências, o pensamento do sujeito vai tornando-se mais reflexivo, permitindo formas superiores de abstração refletida, em que as reflexões se apoiam cada vez mais em reflexões anteriores.

Papert (1985) traz a importância do pensamento por procedimentos, pois enquanto o sujeito programa o computador, ou seja, “ensina o computador” a realizar a sequência de ações, ele explora a forma como pensa, o que o torna um epistemólogo, ampliando o poder de reflexão sobre o seu próprio pensamento, desencadeando abstrações. Assim, o computador torna-se um “objeto-de-pensar-com”, um instrumento de pensamento que é fruto de uma interseção de presença cultural, conhecimento implícito e identificação pessoal [Papert 1985]. Ao usar a expressão “objeto-de-pensar-com” Papert não se refere a qualquer objeto, o autor faz referência a um objeto que é um “objeto de pensamento”, que o sujeito utiliza para investigar conceitos implícitos, analisar situações, fazer hipóteses e testá-las, auxiliando em seus processos de abstração. Desta forma, os objetos-de-pensar-com tornam-se instrumentos que o sujeito se apropria para auxiliá-lo a refletir sobre diferentes conceitos [Papert 1985].

A fim de que o computador se torne um objeto-de-pensar-com contribuindo com processos de abstração reflexionante, entendemos que é necessário um contexto para ele ser inserido, e uma atividade investigativa pode proporcionar esse contexto. Apoiamo-nos na concepção adotada por Bona (2022) entendendo que um ato investigativo se constitui pela compreensão e busca de soluções para uma situação. Assim, atividades investigativas tornam-se um ambiente ideal para que a computação, neste caso os

algoritmos, possam servir como um objeto-de-pensar-com para desencadear processos de abstração reflexionante.

A partir do referencial teórico apresentado e da busca por produções nessa área, identificamos que a análise dos processos de abstração reflexionante provocados pela nossa perspectiva de PC, que envolvem atividades com dobraduras, são pouco exploradas. Estudos como o proposto por Cunha (2021), enfatizam a importância de atividades manipulativas no ensino de matemática a fim de proporcionar experiências diversas aos estudantes. Vicari, Moreira e Menezes(2018), apresentam uma vasta revisão bibliográfica sobre PC trazendo conceitos e análise de materiais plugados e desplugados que exploram a temática. Em todos os estudos o uso de materiais manipulativos está presente, porém a relação destes com os processos de abstração reflexionante não foi constatada, assim como a relação entre PC e a aprendizagem de conceitos matemáticos. Nesse sentido, destacamos a necessidade de propostas que explorem essa temática e apresentamos o nosso estudo nas seções que seguem.

3. Metodologia

A atividade descrita neste artigo foi realizada durante o mês de maio, com três turmas do primeiro ano do ensino médio e quatro turmas de nono ano do ensino fundamental, de um instituto federal e escolas estaduais do litoral norte do Rio Grande do Sul (Brasil). Foram em média quatro períodos de 50 minutos para cada turma. A atividade foi conduzida por professores regentes das turmas, a professora pesquisadora e outros membros do grupo de pesquisa, como colaboradores, bolsistas de ensino médio e licenciandos. Abaixo descrevemos cada etapa da atividade proposta.

3.1. Construção

Nessa primeira etapa o objetivo era que os alunos construíssem um octaedro regular com dobraduras, conforme ilustra a figura 1.



Figura 1. Dobradura do octaedro regular

Inicialmente os estudantes foram desafiados a realizarem uma dobradura alusiva à estrutura interna do octaedro regular. Para isso, foi solicitado anteriormente que trouxessem de casa seis quadrados de mesma medida de lado, construídos a partir de uma caixa de leite ou de outro produto. Na aula, em cada um dos seus quadrados, os estudantes deveriam: dobrar as diagonais do quadrado e marcar o vinco; dobrar o quadrado no meio em ambos os lados do quadrado; localizar o centro no encontro das quatro dobras realizadas que seria o vértice do octaedro; executar a dobradura conforme a figura 2a.

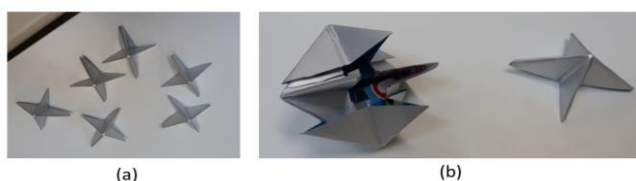


Figura 2. Dobraduras dos quadrados e montagem do octaedro regular

Olhando a construção representada na figura 2b os estudantes deveriam explorar e investigar qual a lógica ou o melhor padrão de montagem do sólido. Nesta etapa os estudantes precisavam observar que as pontas das “estrelas” precisavam ser colocadas uma dentro da outra de forma alternada até fechar o sólido. Esse processo exigia coordenação motora e motricidade fina dos estudantes para que, no final, o sólido fechasse sem se desmontar, sem o uso de cola ou outro material para fixá-lo.

3.2. Pensar a Matemática

Nessa etapa da atividade os estudantes foram desafiados a pensarem o que havia de matemática nesta dobradura. Esperávamos o nome de figuras planas e de sólidos, assim como unidades de medidas, conceito de área, perímetro e volume, além da questão algébrica, provocada pelo problema proposto pela pesquisadora: Dado o lado do quadrado inicial qual será a altura do octaedro regular? É possível? Os estudantes foram desafiados a escrever suas impressões e após a compartilhar com os colegas.

3.3. Pensar o Algoritmo

Após pensar na matemática envolvida na dobradura, o desafio consistia em explorar a lógica do passo a passo da construção e também das questões resolvidas usando matemática, sob a lógica de ensinar o computador a realizar esta atividade e, se ele não pudesse fazer, como ele poderia ensinar outras pessoas a fazer. Desta forma pretendíamos que os estudantes construíssem a lógica sequencial de um algoritmo.

Foi proposto aos estudantes o seguinte problema: Parabéns fizeram com empenho e alegria a parte da matemática, e agora vamos ensinar o computador a realizar esta dobradura e cálculos? Não dá? Dá? Como a tecnologia - computador pode nos auxiliar? Expliquem com suas palavras e utilizem o recurso que julgarem necessário.

4. Resultados e Discussão

Ao longo da realização da atividade os estudantes estavam envolvidos em cada uma das etapas, usando o material proposto como um objeto-de-pensar-com apoiando suas construções e elaborações mentais. Analisaremos os resultados dessa atividade sob a ótica do referencial teórico apresentado, dando ênfase às resoluções apresentadas por uma estudante do nono ano. A escolha dessa estudante se deu devido às suas inquietações apresentadas durante as etapas, indo além do proposto inicialmente e por instigar os colegas. Destacamos que a estudante sempre demonstrou resistência na aula de matemática, afirmando não gostar dessa área. A seguir apresentaremos a análise das etapas da atividade, em especial as construções dessa estudante.

4.1. Construção

Durante a construção do octaedro identificamos o envolvimento dos estudantes, observando as imagens apresentadas e, a partir de abstrações empíricas e pseudoempíricas, tentando encontrar formas de encaixe que pudessem estabilizar cada uma das estrelas e juntas formarem o octaedro proposto. Após um tempo de exploração, os estudantes descobriram que precisavam deixar como arestas a metade da diagonal, e que a altura da “estrela”, como denominaram alguns estudantes de uma escola de ensino fundamental, seria a metade do lado do quadrado. Nesse momento os estudantes evidenciaram conceitos que faziam parte do seu arsenal de esquemas, lado do quadro e,

altura, que deram suporte para um processo de abstração da figura, enriquecendo-a com propriedades construídas anteriormente, ou seja, um processo de abstração pseudoempírica estava presente.

Ao final, todos os estudantes concluíram a montagem do octaedro, sem a necessidade de intervenções da pesquisadora. Os estudantes demonstraram compreender o padrão de montagem que foi identificado a partir de seus processos de abstração a respeito da figura, um processo que também inclui outra habilidade computacional, o reconhecimento de padrões para a resolução do problema.

4.2. Pensar a Matemática

Ao serem questionados sobre a altura do octaedro, todos os estudantes pensaram na medida de forma genérica, atribuindo ao lado do quadrado a incógnita L . Destacamos que uma das professoras regentes afirmou para os estudantes que primeiramente havia medido o valor do lado com a régua e um deles lhe argumentou: “*Professora, o valor não importa, pois a lógica criada valerá para vários quadrados e não apenas para um que construímos*”. A fala do estudante evidenciou o seu processo de abstração das propriedades do octaedro construído que lhe permitiu criar uma generalização para o problema, demonstrando uma abstração reflexionante a respeito do problema investigativo apresentado. Esse processo evidenciou um reflexionamento, em que o sujeito retirou o que estava em um patamar inferior e o projetou para um superior, mostrando que essa construção se tornou um objeto de pensamento, ou seja, ela está servindo como um objeto-de-pensar-com, permitindo novas projeções [Piaget [1977] 1995] [Papert 1985].

A estudante que escolhemos para apresentar mais elementos dessa construção iniciou seu processo de abstração criando uma representação do quadrado, conforme ilustra a figura 3. Em sua representação a estudante nomeou os lados do quadrado de L , traçou as diagonais, marcou suas “metades” (conforme denominou) e localizou o centro da figura. Inicialmente afirmou que metade da diagonal correspondia ao lado do octógono e a sua altura à metade do lado. Seus registros até aqui demonstraram seus esquemas anteriores de quadrado, que deram suporte aos seus processos de abstração, ou seja, ela enriqueceu a situação com propriedades que serviram de suporte para novas abstrações. Finalizou acrescentando o conceito de círculo inscrito e circunscrito que foram explorados em outras falas e registros.

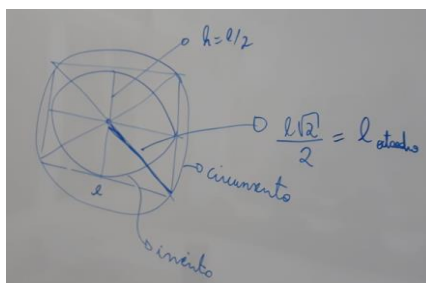


Figura 3. Representação do quadrado

Identificamos que conceitos relativos ao PC também estão articulados a essa situação, no momento em que a estudante buscou representações adequadas para os dados que são frutos do seu processo de abstração reflexionante.

Seguindo suas construções a aluna verificou que a altura total do octaedro era igual a medida do lado do quadrado inicial. No entanto, ao apresentar sua resolução aos colegas, afirmou: “Precisamos pensar que as faces não estão na dobradura, elas fazem uso de duas arestas e precisamos saber a terceira (...)”, “(...) mas ao girar a dobradura 3D na mão, vejo que tudo é aresta, e então são triângulos equiláteros de lado metade da diagonal de lado l . E temos quatro em cima e quatro embaixo. Daí a área total é oito áreas de triângulos equiláteros (...)”. A figura 4 mostra a resolução da estudante.

$$A_T = 8 A_D = 8 \cdot \frac{\left(\frac{l\sqrt{2}}{2}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3} l^2 \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3} l^2$$

Figura 4. Área total do octaedro

Identificamos que as falas da estudante demonstraram o seu processo de tomada de consciência a respeito da área do octaedro, que é um processo de reorganização, em que foi retirando do patamar inferior os conteúdos que foram projetados nos patamares superiores, reorganizando-os, o que lhe permitiu generalizar uma fórmula para a área da figura [Piaget [1977] 1985]. Ao ser questionada sobre o octaedro não ser um sólido conhecido a estudante apresentou outros aspectos do seu processo de reflexionamento: Não, mas é daquele que a gente monta. “Tipo este será duas pirâmides de base quadrada, daí a área da base é um quadrado de lado sendo a metade da diagonal do quadrado original, e a altura é lado sobre 2 (...). Depois basta multiplicar por 2, e pronto!”. A figura 5 mostra seus registros que demonstram a fórmula.

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} \cdot 2 = \frac{\left(\frac{l\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot l/2}{3} \cdot 2 = \frac{l^2 \cdot l}{4 \cdot 2} \cdot 2 = \frac{l^3}{4} \cdot 2 = \frac{l^3}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{l^3}{3}$$

Figura 5. Volume do octaedro

Ao final desta resolução, a estudante voltou a desenhar o quadrado inicial da dobradura, evidenciando seus esquemas a respeito do círculo inscrito e circunscrito. E afirmou que: “Agora pensando no quadrado da base do octógono ele tem o lado multiplicado pela raiz quadrada dividido por dois. E a lógica do inscrito é que o raio é a metade do lado, e no circunscrito é a metade da diagonal. Então vamos ver se funciona?” Esse reflexionamento teve como objeto-de-pensar-com o desenho por ela realizado que lhe serviu de suporte para a escrita das relações expressas na figura 6.

$$R = \frac{l\sqrt{2}}{2} = \frac{l\sqrt{2}}{2} \quad \checkmark$$

$$r_{\text{inscrito}} = \frac{l}{2} = \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{l}{4} \quad \checkmark$$

Figura 6. Generalização para o raio das circunferências inscrita e circunscrita

A partir dessa construção a estudante partiu para o uso de outro instrumento como objeto-de-pensar-com, o GeoGebra 3D. Nesse ambiente ela criou um micromundo, para testar suas generalizações. Iniciou fazendo a pirâmide e justificou sua construção: “Não

é bom marcar raiz de 2 então farei que nos eixos x e y fica a diagonal que será metade da diagonal de l vezes raiz de 2 sobre 2, que dá metade do lado. Daí cria pirâmide em cima e baixo, depois marca centro origem e raio dentro raiz de 2 sobre 2 e fora 2”. A figura 7 ilustra as etapas dessa construção.

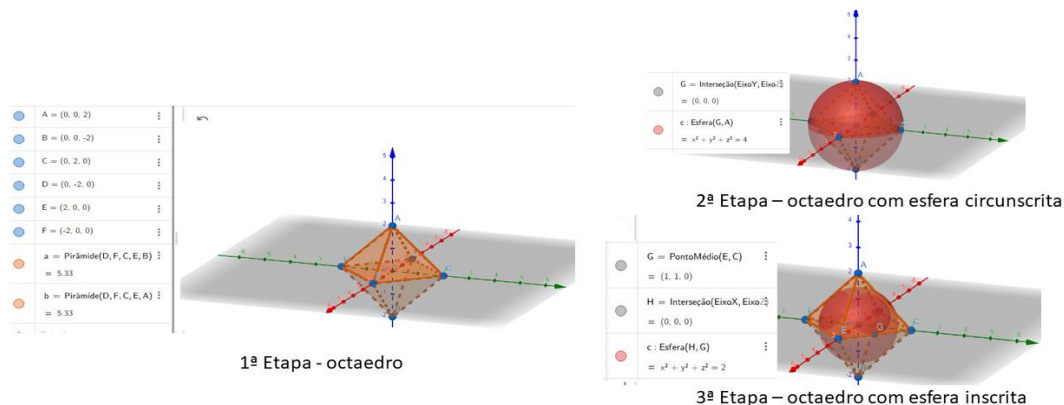


Figura 7. Construções no GeoGebra 3D

A fala da estudante demonstrou sua apropriação dos recursos tecnológicos articulados com a construção, permitindo que ela fizesse projeções sobre a melhor forma de criar sua construção, ajudando-a a pensar de forma natural. Além disso, identificamos um potencial do recurso que, neste caso, lhe permitiu testar as hipóteses iniciais, ampliando seu processo de reflexão sobre os conceitos envolvidos. Usar outro ambiente fez com que ela experimentasse os conceitos matemáticos de forma diferente das usadas até então, o que a levou a novos processos de assimilação e acomodação.

A construção no GeoGebra 3D foi desenvolvida por toda a turma a partir da apresentação e proposições apresentadas pela estudante logo após a montagem do octaedro com as dobraduras. Identificamos aqui um potencial da proposta apresentada em que permitiu aos estudantes que expressassem sua forma de pensar o problema, criassem a sua montagem, sem pensar em um modelo único e correto. Diante dessa possibilidade, diferentes representações foram utilizadas, permitindo reflexionamentos em relação aos conceitos matemáticos, mas também à estrutura e registros escolhidos.

4.3. Pensar o Algoritmo

Essa atividade foi realizada em um dia diferente das atividades anteriores. Foi possível identificar que, inicialmente, alguns estudantes atribuíam a necessidade de um computador para realizar a atividade. A estudante escolhida para as demais análises, juntamente com outra colega, demonstrou para toda a turma seu algoritmo, explicando a imagem que o representa. A figura 8 mostra o algoritmo ilustrado.

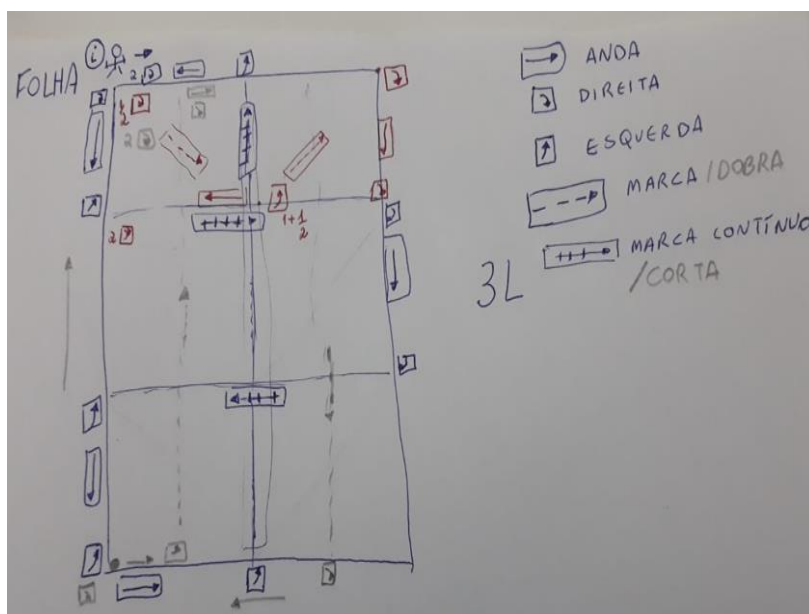


Figura 8. Algoritmo ilustrado

As estudantes demonstraram uma descrição detalhada e exata de cada etapa do processo desde a construção dos quadrados, de acordo com uma delas: “Para montar a dobradura não sei se o computador consegue fazer, talvez ele conseguisse cortar os quadrados, e daí como precisamos de 6, a lógica de papel poderia ser um retângulo de base 2 medida do lado L e altura 3 medidas do lado L , então um papel tipo $2L \times 3L$ ”. A descrição inicial evidenciou, além dos conceitos matemáticos de base e altura de um retângulo, o reconhecimento de que para o computador executar uma ação era necessário estabelecer suas condições iniciais, além da necessidade de determinar uma orientação antes de iniciar as demais marcações dos quadrados. Isso indicou suas abstrações a respeito do movimento que deveria ser executado pelo objeto que faria as marcações, essas abstrações têm como base os seus próprios movimentos corporais e demonstraram a necessidade de uma referência para os demais movimentos, já que no seu algoritmo a orientação anterior é base para as demais. Ao criarem esse conjunto de comandos de início, as estudantes demonstraram abstrações a respeito da concepção de algoritmo e programa, ou seja, ele não só executa um conjunto de ações, ele as executa a partir de um conjunto de condições que são estabelecidas pelo programador. Neste caso, conceitos da computação (algoritmo, programa) e da matemática (orientação espacial, geometria) estão articulados, e entraram em ação no algoritmo das estudantes de forma natural, evidenciando o potencial criado por esse micromundo em que o algoritmo é um objeto-de-pensar-com [Papert 1985].

As demais marcações dos quadrados e de suas marcas de dobras são carregadas de explicações detalhadas de como o computador deveria se movimentar para reproduzir um desenho que indicasse ao usuário onde cortar e dobrar. As representações utilizadas pelas estudantes com as setas e marcas de dobrar e cortar são resultado de experiências anteriores com dobraduras e que foram enriquecidas neste algoritmo com seus esquemas de ângulo, giro e movimento. A explicação delas sobre como criar os quadrados, transcrita abaixo, demonstra isso: “Daí pedir para pontilhar na medida L na base e depois da altura, assim, gira 90° para direita sem marcar, anda L , gira 90° para esquerda, anda e marca contínuo $2L$, gira 90° para direita, anda L sem marcar, gira 90° para direita,

anda $2L$ marcando contínuo, giro 90° para esquerda, ando L sem marcar, giro 90° para esquerda, ando L sem marcar, giro 90° para esquerda, ando $3L$ marcando contínuo,, daí levar cursor ao início, gira 90° esquerda, anda L sem marcar, e gira 180° para direita”.

Ao criar os “comandos” que executaram as marcas das dobras das diagonais o conceito de repetição ficou evidente, indicaram que após executar as diagonais dos primeiros dois quadrados para os próximos só deveriam repetir os movimentos, o que indicou patamares de reflexionamento, já que demonstraram conceitualização e construíram uma representação coordenada dos movimentos a serem executados [Piaget [1977] 1995]. Esse ambiente de programar os movimentos permitiu que experimentassem conceitos matemáticos na prática, como o de ângulo fazendo movimentos reversíveis para retornar a posições anteriores e conceitos de adição de frações aos verificarem que “*metade de L mais L que dá $3/2 L$ ”*. Ou seja, nesse processo de escrita do algoritmo as alunas expressaram sua conceitualização sobre o conceito de algoritmo relacionando-o com conceitos matemáticos. Elas demonstraram que as construções a respeito desses conceitos foram mobilizadas pelo problema investigativo e pelo algoritmo que serviu como um objeto-de-pensar-com [Papert 1985].

Os algoritmos quanto ao cálculo de área e volume foram construídos em uma planilha eletrônica, conforme ilustra a figura 9.

	A	B	C	D
1	Dado L (cm)=	4,00		
2	A (cm²)=	27,71		
3	V (cm³) =	10,67	$f_x \Sigma \nabla =$	$= (B1^3)/6$
4	r inscrito (cm) =	1,41	$f_x \Sigma \nabla =$	$= B1*(2)^(1/2)/4$
5	R Circunscrito (cm)=	2,00	$f_x \Sigma \nabla =$	$= B1/2$
6				

Figura 9. Algoritmo da área e volume na planilha eletrônica

A planilha apresentada pelas estudantes ilustrou o processo de generalização que já havia ocorrido durante a montagem do octaedro. A representação no software necessitou de uma adequação dos dados a esse novo ambiente, criando outra estrutura para pensar os conceitos matemáticos envolvidos, estabelecendo uma conexão com essa outra linguagem computacional.

5. Considerações Finais

Proporcionar aos estudantes pensar como um pesquisador partindo de práticas que mobilizem a curiosidade e que, atrelada a aula de matemática, estejam presentes outras áreas, como aqui artes e informática; explorando diferentes perspectivas e com mais de um objeto-de-pensar-com é envolver o estudante de tal forma no seu processo de aprendizagem que estará além da aula prevista pelo professor. Paralelamente, pensar como um cientista da computação está além de apenas criar um programa, esse modo de pensar, na nossa perspectiva, pode provocar diferentes processos de abstração reflexionante que contribuem para construções cada vez mais elaboradas dos sujeitos.

A prática descrita neste artigo apresentou possíveis caminhos em que a computação e a matemática estão em sinergia durante todo o processo. Destacamos que ampliar os objetos-de-pensar-com para que o processo de abstração reflexionante mude de patamar e reflexionamento, a ponto de se estender a uma abstração refletida é o foco para trazer o PC para a prática com os estudantes.

6. Referências

- Becker, F. (2012) Educação e construção do conhecimento. 2 ed., Porto Alegre: Penso, 200p.
- Bona, A. S. (2022) “A Resolução de Problemas Investigativos de Matemática e o Pensamento Computacional na Escola Básica: um processo complexo de abstração segundo a Teoria de Piaget”, In: Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática, Passo Fundo, v. 5, edição especial, p. 149-164.
- Cunha, D. A. (2021) “Dividir e brincar com papel: a dobradura no ensino de frações”. 1ed., Belém: Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica, 44p.
- Papert, S. (1985), “Logo: computadores e educação”. Tradução: José Armando Valente. São Paulo: Brasiliense, 253 p.
- Piaget, J. ([1977] 1995) “Abstração reflexionante: Relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais”. Porto Alegre: Artes Médicas, 292 p.
- Ribeiro, L.; Foss, L.; Cavalheiro, S. A. C. (2020) “Entendendo o Pensamento Computacional”, In: Raabe, A.; Zorzo, A. F.; Blikstein, P. (Org). Computação na Educação Básica: fundamentos e experiências. Porto Alegre: Penso. p.16-30.
- Rocha, K. C.; Basso, M. V. A. (2021) “Pensamento computacional na formação de professores de matemática”, In: RENOTE, v. 19, n. 2, p. 426–436, 2021. <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/121366>.
- Wing, J. M. (2006), “Computational Thinking”, In: Communications of the ACM, vol. 49, n. 3, p.33-35, March.
- Wing, J. M. (2014), “Computational Thinking Benefits Society”, In: Computing, New York, <http://socialissues.cs.toronto.edu/2014/01/computational-thinking/>, January
- Vicari, R. M.; Moreira, A.; Menezes, P. B. (2018), “Pensamento Computacional: Revisão Bibliográfica”.192p.