

Tarefas exploratórias promotoras do Raciocínio Matemático: uma experiência com o uso de Ferramentas Tecnológicas na formação inicial de professores

Márcio André Martins¹, Melissa Meier²

¹ Departamento de Matemática – Universidade Estadual do Centro-Oeste
(UNICENTRO-PR Campus Cedeteg)
Alameda Élio Antonio Dalla Vecchia, 838, Bairro Vila Carli. CEP 85040-167,
Guarapuava – PR.

² Departamento de Matemática – Instituto Federal Catarinense (IFC Campus Camboriú)
Rua Joaquim Garcia, s/n, Bairro Centro. CEP 88340-055, Camboriú-SC. Caixa-postal:
2016.

mandre@unicentro.br, melissa.meier@ifc.edu.br

Abstract. *Based on current curricular guidelines, teaching experiences have been recommended to promote Mathematical Reasoning (MR). This study focuses on training of pre-service mathematics teachers to promote students' MR, using Technological Tools (TT). A qualitative and interpretative investigation was considered to analyze lesson planning focused on exploratory tasks by pre-service teachers. Data collection included questionnaire, participant observation and written work of the proposed tasks. The analysis was based on task design principles to promote MR. The results show that the participants have deepened their knowledge about subject addressed.*

Resumo. *Através das orientações curriculares atuais, são recomendadas experiências de ensino visando à promoção do Raciocínio Matemático (RM). Neste estudo, foca-se na formação de futuros professores com vistas ao desenvolvimento do RM dos estudantes, mediado por Ferramentas Tecnológicas (FT). Esta é uma pesquisa de cunho qualitativo e interpretativo para investigar o planejamento de aulas centradas em tarefas exploratórias promotoras do RM, por futuros professores, com o uso de FT. A coleta de informações foi feita por meio de questionário, observação participante e produção escrita. A análise foi baseada nos princípios para elaboração de tarefas promotoras do RM. Os resultados apontam que os participantes desenvolveram novos conhecimentos em relação à temática abordada.*

1. Introdução

Atualmente, na Base Nacional Comum Curricular, BNCC [Brasil, 2018], é enfatizada a necessidade de se promover no estudante as competências e habilidades de raciocinar e argumentar matematicamente. Torna-se portanto relevante o desenvolvimento de experiências de formação, com futuros professores, contemplando aspectos teóricos e metodológicos com vistas ao desenvolvimento do Raciocínio Matemático (RM) [Ponte *et al.*, 2020]. Com este propósito, planejar aulas centradas em tarefas promotoras do RM é um aspecto crucial [Kang *et al.*, 2016].

No cenário educacional, o uso de tecnologias digitais têm vindo a oferecer novas oportunidades de ensino e aprendizagem de matemática, nomeadamente na representação e visualização, exploração, manipulação, modelação, identificação de variantes ou invariantes, desencadeamento de conjecturas, ou mesmo suporte de justificações e generalizações [Santos-Trigo & Reyes-Martínez, 2019; Yao & Manouchehri, 2019]. Nesse sentido, diferentes pesquisas apresentam evidências do desenvolvimento do RM através de ferramentas tecnológicas (FT) quando em tarefas exploratórias [Jacinto & Carreira, 2017, 2021; Koyuncu *et al.*, 2015; Santos-Trigo, 2019; Santos-Trigo & Reyes-Martínez, 2019]. Ao permitir a exploração e formas inovadoras de acesso à informação, a tecnologia desempenha um papel significativo no desenvolvimento do RM. Kuzle (2017) afirma que as FT funcionam como reguladoras da cognição humana, como parceiras cognitivas e criativas, ou extensões do ‘eu cognitivo’.

Assim, a criação de contextos para apoiar o desenvolvimento do RM dos estudantes com o uso de FT é o foco deste estudo. Para embasar essa discussão, na sequência tratamos brevemente sobre: os tipos e processos de RM; as tarefas exploratórias promotoras do RM; e sobre as potencialidades de FT para o desenvolvimento do RM em tarefas exploratórias. Em seguida, descrevemos a experiência de formação com futuros professores de Matemática na elaboração de tarefas promotoras do RM com suporte da FT Geogebra.

2. Fundamentação Teórica

2.1. Raciocínio Matemático

Em acordo com a literatura vigente, os tipos principais de RM são: o Raciocínio Indutivo (RI), o Raciocínio Abdução (RA) e o Raciocínio Dedutivo (RD). O RA corresponde a uma “inferência que parte de um facto insólito ou invulgar e que procura uma explicação para a sua ocorrência” [Ponte *et al.*, 2020, p. 7]. O RI “parte do particular para o geral; parte da observação de dados, sobre os quais formula hipóteses explicativas, e, com base na experimentação em vários outros casos, obtém uma conclusão para um conjunto mais vasto” [Pimentel & Vale, 2012, p. 38]. Já o RD “envolve sobretudo encadear asserções de forma lógica e justificar esse encadeamento” [Ponte *et al.*, 2008, p. 89].

Em termos práticos da sala de aula, é interessante caracterizar os tipos de RM a partir dos seus processos, especificamente: conjecturar para o RA, generalizar para o RI e justificar para o RD. Tal caracterização pode ser explicitada por meio das suas bases e formas. Desta maneira, a conjectura e a generalização podem ter como bases: a observação; a construção; a transformação do conhecimento prévio; as combinações de observação, construção e transformação, e, como formas: a identificação de uma possível solução para um problema; a formulação de uma estratégia para resolver um problema; o reconhecimento de um padrão ou uma propriedade comum a um conjunto de objetos; ou a ampliação do domínio de validade de uma propriedade. Já a justificação ocorre com base em: definições; axiomas, propriedades, princípios gerais; representações; combinações de definições, propriedades e representações, assim como admite as formas: por coerência lógica; pelo uso de exemplos genéricos; pelo uso de contraexemplos; por exaustão; ou por absurdo [Ponte *et al.*, 2020].

2.2. Tarefas Exploratórias

Para apoiar o desenvolvimento da capacidade de RM do estudante, em sala de aula, a escolha de tarefas adequadas é primordial. Neste sentido, é importante destacar que entendemos tarefas adequadas como aquelas que possibilitam a visualização, interpretação, descrição e explicação de situações matemáticas e não simplesmente a execução de regras e procedimentos. Para além disso, as tarefas indicadas para apoiar o desenvolvimento do RM respeitam alguns princípios. De modo sumário, pode-se considerar: princípios para promover a conjectura - incluir questões que permitem uma variedade de resolução e de representação, que favorecem a reflexão; para promover a generalização - incluir questões que incentivem a formulação de generalização baseada na observação, na construção e na transformação do conhecimento prévio; e para promover a justificação - incluir questões que incentivem a justificação de respostas e/ou estratégias de resolução, de coerência lógica, de exemplos ou contra exemplos, de verdade ou falsidade, de organização de objetos em classes com base na identificação de características [Ponte, 2022].

Uma tarefa exploratória pode atender um ou mais desses princípios, conforme o objetivo estabelecido. Entretanto, para o trabalho com estas tarefas em sala de aula, a abordagem do Ensino Exploratório é recomendada [Ponte, 2005]. Nessa perspectiva, o modelo da aula em três fases pode ser considerado. Assim, admite-se: o lançamento da tarefa; o trabalho autônomo dos estudantes; e a discussão coletiva. Em cada uma destas fases, respectivamente, a função do professor torna-se: verificar se os estudantes compreenderam o enunciado, incentivá-los à resolução; apoiar a resolução dos estudantes; estimular a partilha de ideias inerentes à solução, e realizar a síntese final do conteúdo. Neste modelo, o professor deve tomar cuidado para não diminuir o nível de desafio cognitivo da tarefa proposta [Ponte *et al.*, 2020].

2.3. Potencialidades das Ferramentas Tecnológicas para o desenvolvimento do Raciocínio Matemático em Tarefas Exploratórias

O trabalho com tarefas exploratórias em sala de aula tem suas raízes na perspectiva da resolução de problemas [Pólya, 1975]. Pólya dividia o processo de resolução de um problema em quatro etapas: compreensão do problema; construção de uma estratégia de resolução; execução da estratégia e revisão da solução. Jacinto e Carreira (2017) exploram as ligações entre os processos de resolução de um problema digital [Martin & Grudziecki, 2006] e as etapas de resolução de um problema matemático [Schoenfeld, 1985] e apresentam uma expansão do trabalho de Pólya propondo um modelo para Resolução de Problemas Matemáticos com Tecnologia. Os processos desse modelo são: entender, perceber, interpretar, integrar, explorar, planejar, criar, verificar e disseminar.

O modelo Resolução de Problemas Matemáticos com Tecnologia olha para a resolução de problemas matemáticos como um método flexível, uma atividade em que o conjunto de processos pode ter limites claros e bem definidos em seu núcleo, mas são flexíveis suficiente para ser considerada em diferentes fases [Jacinto & Carreira, 2017]. Ou seja, a tecnologia assume um papel de mediadora em tarefas exploratórias [Hoyles *et al.*, 2010], reforçando a natureza cíclica da resolução de problemas [Carlson & Bloom, 2005]. Para Jacinto e Carreira (2017), no trabalho mediado por tecnologia, surge um microciclo girando em torno dos processos integrar-explorar. Neste sentido, Barrera-Mora e Reyes-Rodriguez (2013) afirmam que as FT específicas possuem potencial para

atuar como reorganizadoras do RM, permitindo atividades cognitivas só possíveis devido ao dinamismo embutido, levando a explorar a variação e a covariação.

3. Metodologia

Com vistas à capacitação de futuros professores para promover o RM dos estudantes, experienciamos durante nove horas, três encontros de três horas cada, momentos de formação com nove acadêmicos da quinta fase (semestre) do curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública federal da região Sul do Brasil. Sob a condução dos autores deste texto, tais momentos constituíram parte de uma unidade curricular denominada Didática II, cuja docente responsável é a segunda autora. Primeiramente, consideramos uma abordagem expositiva sobre o RM, contemplando a sua caracterização em acordo com a seção 2.1, sobre a elaboração de tarefas exploratórias, conforme a seção 2.2, e sobre o uso de FT na perspectiva descrita na seção 2.3. Em seguida, exploramos a resolução de algumas tarefas de forma colaborativa. Então, convidamos os acadêmicos a elaborar uma tarefa exploratória potencial ao desenvolvimento do RM de estudantes da Educação Básica, com o uso de FT, assim como a planejar uma aula, focada na tarefa desenvolvida. Neste intuito, as propostas foram discutidas e orientadas pelos autores. Por fim, os planejamentos foram apresentados mediante a condução de seminários e reflexão em sala de aula.

Nesse cenário, enquanto professores-pesquisadores, realizamos um estudo de cunho qualitativo e interpretativo em Educação [Erickson, 2012]. Admitimos como foco a capacidade dos futuros professores (FP) para elaborar uma tarefa exploratória e, a partir desta, planejar uma aula com vistas ao desenvolvimento do RM de estudantes da Educação Básica. Para nos referirmos aos participantes da pesquisa, utilizamos neste texto os símbolos FP1, FP2, FP3, e, assim por diante, com a finalidade de manter a privacidade em relação às questões éticas.

Como instrumentos de coleta de dados consideramos: questionário, com a finalidade de identificar os entendimentos dos FP sobre o RM, bem como sobre o seu desenvolvimento em sala de aula; observação participante, com o propósito de acompanhar o processo como um todo; produção escrita dos FP, nomeadamente as propostas de tarefas e planos de aula, além de um texto reflexivo sobre a adequação e potencialidades da sua proposta para promover o RM dos estudantes da Educação Básica. Então, analisamos as informações coletadas considerando o conteúdo apresentado na seção 2 deste texto, com ênfase nos princípios gerais e específicos para promover o RA, o RI e o RD, bem como no uso de FT para este fim.

4. Resultados e Discussão

Durante a formação realizada, com as informações coletadas, constatamos que nenhum dos FP havia realizado estudo específico sobre o RM. Contudo, afirmaram entender que o RM é um tema importante para a sua futura prática profissional. Como exemplo de excerto (1) coletado,

(1) FP1: *“Embora não conhecia isso, penso que é importante para desenvolver no aluno o pensamento matemático, discutimos isso no estágio”*.

Não identificamos, nas respostas apresentadas pelos FP, o estabelecimento de relações entre o desenvolvimento da capacidade de RM e as orientações curriculares. Em relação aos materiais didáticos, os FP explicitaram o contato com: livros escolares;

apostilas; e apenas dois participantes fizeram referência aos recursos tecnológicos. Sobre a realização de tarefas para o trabalho em sala de aula, responderam com base nestas fontes. Como exemplo de excerto (2) coletado,

(2) FP2: “*Tive contato com tarefas de livros didáticos e de apostilas*”.

Em relação às metodologias de ensino, os FP fizeram referência à Resolução de problemas e à Modelagem Matemática. Entretanto, não identificamos em suas respostas uma relação entre tais tendências metodológicas e a elaboração de aulas promotoras do RM. De um modo geral, os FP associam o RM com a lógica matemática e com as técnicas de demonstração baseadas no método dedutivo. Como exemplo de excerto (3) coletado,

(3) FP3: “*O raciocínio matemático envolve a lógica matemática*”.

Em seguida, apresentamos os resultados da análise organizada pelas tarefas realizadas pelos FP e, nesta direção, elegemos como representativos os trabalhos de quatro participantes (duas tarefas). Tarefa 1 apresentada pelo Grupo 1 (G1, composto por FP1 e FP 2) e tarefa 2 apresentada pelo Grupo 2 (G2, composto por FP3 e FP4).

4.1. Tarefa 1

Na elaboração da primeira tarefa, o Grupo 1 (G1) assumiu como ponto de partida uma experimentação no ambiente de geometria dinâmica Geogebra, sendo solicitada a modificação do número de lados da base de um prisma mediante a manipulação de um controle deslizante (Figura 1). O princípio inicial considerado por G1 foi a geração de dados para promover a conjectura com base na observação e experimentação.

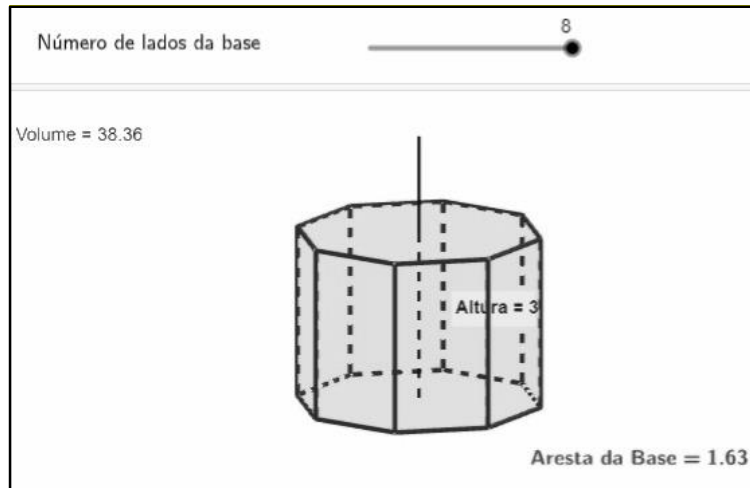


Figura 1. Ambiente de geometria dinâmico proposto na Tarefa 1 - *link* de acesso para tarefa <https://www.geogebra.org/m/shtukhp4>

A tarefa contou com questões referentes à variação do número de lados do polígono da base, à determinação de áreas e volumes correspondentes, acarretando o preenchimento de um quadro com dados como: número de lados e área do polígono da base; altura e volume do prisma. O passo seguinte, com vistas à formulação de generalização baseada na observação, na construção e na transformação do conhecimento prévio, contou com a seguinte questão: “*Se a base desse prisma fosse um dodecágono (polígono de 12 lados) cuja aresta medisse 1,1 cm e com uma área de aproximadamente 7 cm². Quanto seria o volume correspondente?*”. E, por fim, objetivando incentivar a justificação de respostas e/ou estratégias de resolução, com base em coerência lógica, a

tarefa contou com a questão: “Como o valor da área do polígono influencia na determinação do volume do prisma?”.

Em seu planejamento da aula centrada nesta tarefa, G1 listou como objetivos: “desenvolver a capacidade de raciocinar indutivamente por meio do processo da generalização” e “compreender as noções básicas de volume e seu cálculo em um prisma qualquer”. O tempo estipulado foi de 50 minutos, organizados nos momentos: lançamento da tarefa; trabalho autônomo e discussão coletiva/síntese final. O papel do professor, explicitado por G1, foi conforme os preceitos do Ensino Exploratório, ou seja, o de incentivar e orientar o trabalho discente autônomo.

4.2. Tarefa 2

A tarefa 2, elaborada G2, contou com uma representação dinâmica no ambiente Geogebra (Figura 2) de modo a possibilitar a geração de dados com a experimentação, isto é, com a alteração dos parâmetros constantes da expressão correspondente a uma função exponencial, nomeadamente a base e o expoente. A partir disso, foram lançadas questões como: “o que percebe em relação ao comportamento gráfico da função, com a alteração dos parâmetros com a movimentação do seletor disponível na aplicação?”. No plano de aula correspondente, constam os objetivos estipulados por G2: “compreender a definição e a representação gráfica da função exponencial, seu domínio e imagem; promover o raciocínio dedutivo instigando a justificação, e ainda, o raciocínio indutivo promovendo a generalização a partir de conhecimento prévio”.

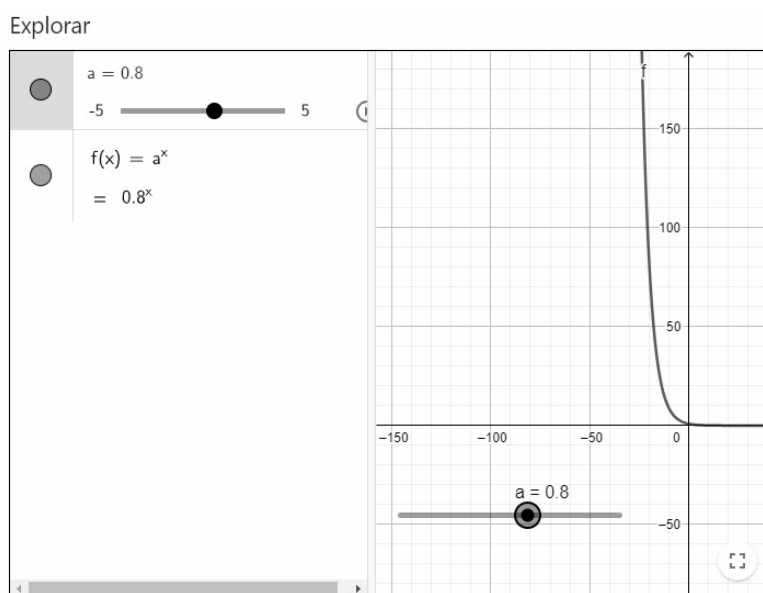


Figura 2. Ambiente de geometria dinâmica proposto na Tarefa 2 - link de acesso para tarefa <https://www.geogebra.org/m/r9zbxsjp>

Percebemos nesta tarefa que o foco de trabalho foi direcionado ao conteúdo específico, representação gráfica da função exponencial, mas, para além disso, contou com um incentivo à justificação tendo como base a experimentação e a observação. Constatamos ainda, a intencionalidade de incentivar a percepção de generalização, com a possibilidade de variação e testagem de valores e identificação de correlações.

De um modo geral, percebemos nas Tarefas 1 e 2 (assim como nas demais analisadas) um apelo à experimentação, à geração de dados mediante a manipulação de

uma aplicação (*applets*) previamente elaborada, como a movimentação de um controle deslizante que altera as condições da situação, o que pode ser enquadrado como uma simulação. Então, a partir dos dados gerados, do estabelecimento de correlações, foram propostas questões que visavam à conjectura, à generalização e à justificação. No entanto, os FP não realizaram proposições baseadas em construções, de modo que o estudante fosse convidado a elaborar suas estratégias de resolução, ou mesmo a partir de um conjunto claro de instruções para o uso de uma FT na resolução de um problema.

4.3. Sobre o uso de FT nas Tarefas

Com as diversas informações coletadas em nossa experiência de formação vivenciada (respostas escritas e manifestações orais, processo de elaboração das tarefas, planos de aula, reflexão final), reafirmamos a nossa percepção de que a inserção de FT em tarefas exploratórias não é uma ação trivial, pois há diversos fatores envolvidos, como o conhecimento do professor, o conteúdo a ser trabalhado, entre outros. Segundo Leone *et al.* (2022), para integrar tecnologias no ensino de qualquer conteúdo, pensar na articulação desses diferentes conhecimentos torna-se essencial. O material desenvolvido pelos FP é incipiente no que se refere à articulação desses conhecimentos, pois tratam-se de profissionais em formação. Porém, em ambas as tarefas a FT Geogebra desempenha um papel primordial na resolução, pois, como identificado, os *applets* inseridos possibilitam a observação, exploração e geração de dados visando à elaboração de hipóteses e à obtenção de conclusões. Também, as questões que se apresentam para justificação são entendidas como potencializadoras para os microciclos que compreendem os processos de integração e exploração.

5. Conclusão

Este estudo alcançou seu objetivo principal ao investigar o planejamento de aulas centradas em tarefas exploratórias promotoras do RM, por FP. Ainda assim, tem algumas limitações que valem a pena discutir. Em primeiro lugar, a pesquisa foi projetada como um estudo de caso em um grupo de nove participantes, portanto, os resultados não são generalizáveis nem transferíveis, conforme previsto. Além disso, os exemplos que se inserem neste estudo foram escolhidos intencionalmente por um conjunto de características pré-determinadas, que incluíam o uso de FT na proposta elaborada. Acreditamos que esta experiência de ensino pode ser replicada, portanto, mais explorações com relação a participantes com diferentes históricos de formação podem adicionar evidências empíricas sobre o tópico abordado.

Na esteira desta discussão, propomos como reflexão: o mundo digital, altamente matematizado, está gerando novas discussões sobre como as FT afetam as percepções da realidade, as interações sociais e até mesmo nossa cognição [Jacinto & Carreira, 2021]. Pesquisadores alertam para a necessidade de estudar a matemática com o uso de FT, uma estrutura fundamental para acompanhar a sociedade digital do século 21 [Lesh, 2000; Noss, Healy e Hoyles, 1997]. As FT oferecem uma gama ampla de possibilidades para apoiar o desenvolvimento do RM do estudante, como construir, explorar, manipular, identificar variantes ou invariantes, disparando conjecturas, promovendo justificativas e generalizações [Yao & Manouchehri, 2019].

Referências

- Barrera-Mora, F. & Reyes-Rodríguez, A. (2013). Cognitive processes developed by students when solving mathematical problems within technological environments. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 109-136.
- Brasil. (2018). Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília.
- Carlson, M. & Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent problem-solving framework. *Educational Studies in Mathematics*, 58(1), 45-75.
- Erickson, F. (2012). Qualitative research methods for science education. In: Fraser, B.; Tobin, K.; McRobbie, C. (ed.). *Second international handbook of science education*. Dordrecht: Springer, p. 145-1469.
- Hoyles, C., Noss, R., Kent, P. & Bakker, A. (2010). *Improving mathematics at work: The need for techno-mathematical literacies*. Routledge.
- Jacinto, H. & Carreira, S. (2017). Mathematical problem solving with technology: The techno-mathematical fluency of a student-with-GeoGebra. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(6), 1115-1136.
- Jacinto, H. & Carreira, S. (2021). Digital tools and paper-and-pencil in solving-and-expressing: how technology expands a student's conceptual model of a covariation problem. *Journal on Mathematics Education*, 12(1), 113-132.
- Kang, J., Hu, J., Karra, R., Dickson, A.L., Tornini, V.A., Nachtrab, G., Gemberling, M., Goldman, J.A., Black, B.L. & Poss, K.D. (2016) Modulation of tissue repair by regeneration enhancer elements. *Nature*. 532(7598):201-6.
- Koyuncu, I., Akyuz, A. & Cakiroglu, E. (2015). Investigating plane geometry problem-solving strategies of prospective mathematics teachers in technology and paper-and-pencil environments. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13, 837-862.
- Kuzle, A. (2017). Delving into the nature of problem solving processes in a dynamic geometry environment: Different technological effects on cognitive processing. *Technology, Knowledge and Learning*, 22(1), 37-64.
- Leone, R., Prado, R., Gomes, R., Campos, A. & Brozeguini, J. (2022). Contribuições e desafios do uso de tecnologias e metodologias ativas na prática docente: uma proposta pedagógica utilizando o modelo TPACK. In *Anais do XXVIII Workshop de Informática na Escola*, (pp. 156-167). Porto Alegre: SBC.
- Lesh, R. (2000). Beyond constructivism: Identifying mathematical abilities that are most needed for success beyond school in an age of information. *Mathematics Education Research Journal*, 12(3), 177-195.
- Martin, A. & Grudziecki, J. (2006). DigEuLit: Concepts and tools for digital literacy development. *Innovation in Teaching and Learning in Information and Computer Sciences*, 5(4), 249-267.
- Noss, R., Healy, L. & Hoyles, C. (1997). The construction of mathematical meanings: Connecting the visual with the symbolic. *Educational studies in mathematics*, 33, 203-233.
- Pimentel, T. & Vale, I. (2012). Os padrões e o raciocínio indutivo em matemática. *Quadrante*, v. 21, n. 2, p. 29-50.

- Pólya, G. (1975). *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Editora Interciência.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. *In: GTI (ed.). O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, v. 13, n. 2, p. 11-34.
- Ponte, J. P. (2022). Projeto Reason: Raciocínio Matemático e Formação de professores. Princípios para elaboração de tarefas para promover o raciocínio matemático nos alunos. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. P., Branco, N. & Matos, A. (2008). O simbolismo e o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. *Educação e Matemática*, v. 100, p. 89-96.
- Ponte, J. P., Quaresma, M. & Mata-Pereira, J. M. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? *Educação e Matemática*, v. 156, p. 7-11.
- Santos-Trigo, M. (2019). Mathematical problem solving and the use of digital technologies. In P. Liljedahl, & M. Santos-Trigo (Eds.), *Mathematical problem solving* (pp. 63-89). Springer.
- Santos-Trigo, M. & Reyes-Martínez, I. (2019). High school prospective teachers' problem-solving reasoning that involves the coordinated use of digital technologies. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(2), 182-201.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Yao, X. & Manouchehri, A. (2019). Middle school students' generalizations about properties of geometric transformations in a dynamic geometry environment. *The Journal of Mathematical Behavior*, 55, 1-19.