

Quantificando a Confiabilidade de Redes Elétricas: Uma Abordagem via Modelos Markovianos com Recompensas*

Morganna Diniz¹, Daniel S. Menasché², Rosa M. M. Leão²,
Edmundo de Souza e Silva², Alberto Avritzer³

¹ Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), Rio de Janeiro – Brasil

² Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro – Brasil

³ Siemens Corporate Research, Princeton – USA

morganna@uniriotec.br, {sadoc,rosam,edmundo}@land.ufrj.br,
alberto.avritzer@siemens.com

Abstract. *Power grids are going through a phase transition. Whereas power grids traditionally encompassed centralized sources and dumb distribution networks, the new smart grids count with distributed power generation, smart meters and intelligent demand response programs. One of the key problems faced in this transition consists of assessing the reliability gains due to automation. In this paper we present a Markov reward model to quantify the reliability gains due to the smartening of the power grid. The metrics generalize standard quantities, such as SAIDI and CAIDI, that are widely used in the electrical engineering domain.*

Resumo. *As redes de potência estão passando por uma importante transição. Enquanto essas redes tradicionalmente envolviam fontes de energia centralizadas e redes de distribuição passivas, as novas redes inteligentes contam com geração de energia de forma distribuída, sensores inteligentes e programas inteligentes de adequação entre oferta e demanda. Um dos principais problemas enfrentados nessa transição consiste na avaliação dos ganhos de disponibilidade devido à automação. Neste artigo apresentamos um modelo Markoviano com recompensas para quantificar métricas relacionadas a disponibilidade dessas redes. As métricas generalizam medidas padrões, como o SAIDI e o CAIDI, que são amplamente utilizadas no campo da engenharia elétrica.*

1. Introdução

No último século, a pesquisa na área de redes elétricas (*power grids*) resultou em um conjunto de técnicas e algoritmos eficientes para prever a carga na rede elétrica e isolar falhas. Entretanto, as redes elétricas ainda enfrentam problemas fundamentais, tais como 1) uso intensivo de formas poluentes de geração de energia; 2) perdas durante a distribuição e 3) altos custos para prover energia para demanda de pico. Estes problemas estão relacionados ao fato de que os sistemas de potência são hoje, em sua maioria, projetados de forma centralizada, ou seja, precisam lidar com a transmissão de energia de uma fonte central (a usina) para os usuários, o que envolve possíveis perdas, custos e confiabilidade limitada em caso de falhas ou sobrecarga.

As redes elétricas inteligentes (*smart grids*) estão revolucionando a forma de se lidar com a transmissão de energia, já que representam uma visão distribuída e holística

*Trabalho suportado em parte pelo CNPq e FAPERJ.

sobre a geração e distribuição de energia. Ao invés de termos uma fonte única de energia, temos fontes alternativas (de *backup*), como energia solar ou eólica, que são menos poluentes que as fontes de energia centralizadas atualmente usadas. Além disso, pelo fato dessas fontes serem distribuídas, geram menos perdas na distribuição, já que encontram-se mais perto dos clientes.

O objetivo deste trabalho é quantificar a confiabilidade de redes elétricas inteligentes. Para tal, apresentamos um modelo markoviano com recompensas. Capturamos falhas e reparos de componentes através dos estados do modelo e computamos a energia suprida (ou não suprida) em função das falhas ocorridas usando taxas de recompensas associadas aos estados. Tirando proveito de simetrias do sistema, agregamos estados do modelo, o que simplifica a sua solução e permite a obtenção de fórmulas fechadas para o estado estacionário.

Para ilustrar o uso de nosso modelo, utilizamos os dados de uma subestação de energia no estado da Virgínia, EUA, apresentados em [Waseem 2008]. Generalizamos as métricas de interesse calculadas por Waseem, considerando não só médias em estado estacionário mas também valores médios e distribuições ao longo de um horizonte de tempo finito. Os resultados obtidos por Waseem correspondem a casos especiais daqueles obtidos neste artigo.

Usamos a ferramenta de modelagem e análise *Tangram II* [de Souza e Silva et al. 2009] para obter os resultados analíticos apresentados em nosso estudo de caso. Estimamos medidas transientes como o número médio de clientes que não recebem energia no tempo t e a energia média não fornecida para os clientes no instante t e a probabilidade de se obter uma taxa mínima de clientes atendidos por unidade de tempo em um dado intervalo $(0, t)$. Procuramos calcular medidas de interesse que generalizam métricas clássicas no contexto de redes de potência, a saber SAIDI, CAIDI e ENS. As duas primeiras são métricas que estimam o número médio de usuários não atendidos durante um ano, enquanto que a última consiste em média de energia não suprida ao longo de um ano.

Em resumo, nossas contribuições são as seguintes:

- **Modelo analítico** - Usando um modelo Markoviano com recompensas para estudar a confiabilidade das redes elétricas, estabelecemos uma conexão desta com a literatura de avaliação de desempenho e confiabilidade de sistemas de computação (ao estudo integrado de disponibilidade e desempenho dá-se o nome de *performance* [Meyer 1992]). Esta conexão representa um primeiro passo no sentido de explorar o uso de ferramentas desenvolvidas para o contexto de redes de computadores no contexto de redes de energia.
- **Solução fórmula fechada** - Explorando simetrias do sistema, agregamos o modelo proposto. Isto nos permite obter fórmulas fechadas para a probabilidade em cada um dos estados da cadeia.
- **Estudo de caso** - Aplicamos o modelo a um caso real disponível na literatura.

O restante deste artigo é organizado da seguinte forma. Na seção 2 fazemos revisão bibliográfica, seguida pela descrição das métricas de interesse na seção 3. O modelo proposto é introduzido na seção 4, e um estudo de caso é apresentado na seção 5. Finalmente, a seção 6 apresenta as conclusões.

2. Revisão Bibliográfica

A literatura sobre confiabilidade e disponibilidade de redes de potência é ampla [Brown 2002, Waseem 2008]. Entretanto, modelos que levem em conta o tempo de reparo de falhas, e a forma como a topologia da rede afeta o tempo de reparo e a energia não suprida, são menos comuns.

O uso de modelos markovianos para o estudo de disponibilidade de redes de potência foi considerado por Elmakias [Elmakias 2008]. O autor apresenta um apanhado sobre a confiabilidade de sistemas de geração, transmissão e distribuição, focando na geração e transmissão, e deixando em aberto questões relacionadas a redes de potência inteligentes (e.g. *distributed generation* e *demand response*). Neste trabalho, nosso foco é nos sistemas de distribuição.

O impacto do uso de fontes de energia alternativas (*Distributed Generation*, ou DG) para *backup* em sistemas de energia foi estudado em [Waseem 2008, Zou et al. 2007, Wang et al. 2008, Zhang and Bo 2010]. Wasseem [Waseem 2008] e Zou et al. [Zou et al. 2007] analisaram o impacto do posicionamento das fontes de DG em métricas como SAIDI, comparando múltiplas topologias. Eles concluíram que o posicionamento da fonte de DG no ponto final da linha de alimentação provê o maior ganho em termos de confiabilidade. Wang et al. [Wang et al. 2008] e Zhang et al. [Zhang and Bo 2010] também propuseram modelos analíticos para analisar a confiabilidade dos sistemas de potência. Um dos objetivos do modelo proposto por eles é a obtenção do posicionamento e dimensionamento ótimo dos DG's de forma a maximizar a confiabilidade do sistema. Estes trabalhos são complementares ao nosso, dado que os resultados sobre posicionamento dos DG's podem ser usados para construir topologias a serem analisadas usando variantes do modelo proposto neste artigo.

A análise qualitativa do impacto de incentivos fiscais para a economia de energia em sistemas de distribuição é feito em [Mohagheghi et al. 2011]. Os autores propõem um novo método para calcular os índices de confiabilidade do sistema elétrico diante da mudança de comportamento do consumidor (*demand response*).

Nosso modelo leva em conta características de disponibilidade e de desempenho, enquadrando-se portanto na literatura de *performability* [Meyer 1980, Meyer 1992, Liu and Trivedi 2006]. Modelos de *performability* classicamente são usados na análise de sistemas de computação e comunicação. Há inúmeros sistemas que podem funcionar mesmo após uma falha, mas sob desempenho inferior ao alcançado quando o sistema está em perfeitas condições. Acreditamos que nosso trabalho representa uma importante ponte entre a literatura de *performability* e a literatura de sistemas de potência.

Keshav et al. [Keshav and Rosenberg 2011] sugerem que muitas das ferramentas adotadas pela comunidade de redes de computadores são aplicáveis ao contexto de redes de potência. De fato, o presente trabalho envolve o uso de ferramentas que classicamente foram usadas para a análise de redes de computadores para o estudo de redes de potência.

3. Medidas de Interesse

Em um sistema elétrico, qualquer componente pode falhar como, por exemplo, disjuntores, cabos de transmissão e transformadores. Naturalmente, espera-se que a falha em um determinado ponto do circuito elétrico afete o menor número possível de clientes e que ela

possa ser consertada o mais rápido possível. A recuperação de uma falha pode ser obtida de duas formas: reparo ou substituição do componente falho e isolamento do componente com problema e aproveitamento dos componentes não afetados. No primeiro caso, temos o conserto da falha e o retorno do sistema com todo o seu potencial de fornecimento de energia elétrica. Neste caso, o sistema volta a contar com todos os seus componentes em perfeito estado de uso, mas pode levar tempo até que seja atingida a recuperação total. No segundo caso, temos o isolamento da falha para que o resto do circuito possa operar normalmente, ou seja, o sistema volta a trabalhar, mas não com sua capacidade total. Neste caso, a recuperação parcial do sistema é quase que imediata, mas a sua plena capacidade de serviço não é atingida por um tempo. Isto leva à adoção de uma solução intermediária visando minimizar o impacto das falhas: isolar a falha e os componentes afetados, colocar o sistema em funcionamento parcial e, em seguida, providenciar o reparo ou a substituição dos componentes falhos.

Independente do tipo da falha e da solução adotada, é importante que o cliente seja afetado o menos possível, e que, em caso de falha, o serviço seja logo reestabelecido. No Brasil, a ANEEL adota, no módulo 8 da sua Resolução N.469 de 2011, alguns parâmetros de desempenho para quantificar a qualidade do atendimento ao consumidor brasileiro. Essas medidas de desempenho não foram criadas pela agência brasileira, sendo também adotadas em países como EUA e Canadá e em países da Europa, embora com outros nomes.

São exemplos de índices de desempenho usados em sistemas elétricos:

1. SAIDI (*System Average Interruption Duration Index*) - corresponde ao intervalo médio de tempo que o consumidor ficou sem fornecimento de energia durante um intervalo de tempo observado. A ANEEL chama esta medida de DEC (Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora). Seja N_c o número total de clientes no sistema. SAIDI é definido como

$$\text{SAIDI} = \frac{\sum_{i=1}^{N_c} \text{Duração total das interrupções de serviço do cliente } i}{N_c}.$$

2. CAIDI (*Customer Average Interruption Duration Index*) - corresponde ao tempo médio para o reestabelecimento do serviço para o usuário que teve o fornecimento interrompido. CAIDI é definido como

$$\text{CAIDI} = \frac{\sum_{i=1}^{N_c} \text{Duração total das interrupções de serviço do cliente } i}{N_{ci}},$$

onde N_{ci} é o número total de clientes que sofreram interrupções no período observado.

3. ENS (*Energy Not Supplied*) - corresponde a quantidade de energia não fornecida durante o intervalo de tempo observado.

Embora as definições falem em intervalo de tempo de forma genérica, os índices são normalmente discutidos e definidos considerando o intervalo de um ano.

4. Modelo Analítico

Esta seção descreve o sistema a ser avaliado e o modelo analítico usado para calcular algumas das métricas de desempenho de sistemas de distribuição de energia elétrica.

4.1. Descrição do Sistema em Estudo

Neste trabalho, uma subestação é ligada a uma linha principal de distribuição de energia e a linhas laterais conectadas à linha principal como mostra a Figura 1. Os clientes recebem energia de distribuidores conectados à linha principal ou a uma linha lateral. A linha principal é dividida em seções por desconectores que permitem ou não a passagem de energia elétrica entre as seções. O uso desses desconectores tem por objetivo reconfigurar o circuito elétrico em caso de falha.

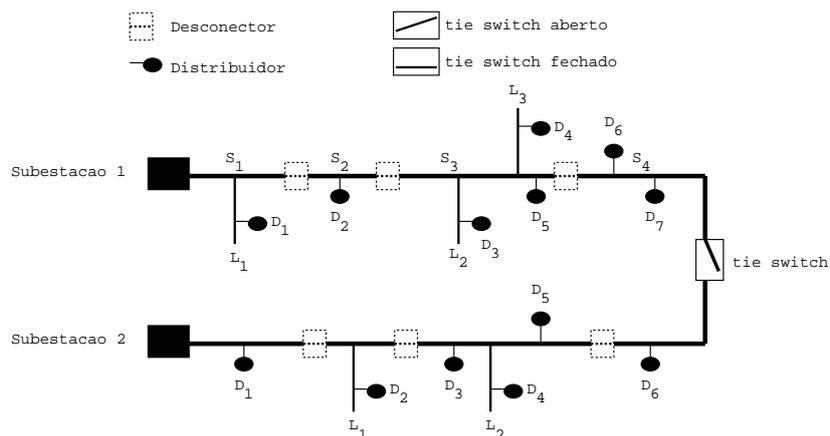


Figura 1. Circuito elétrico com duas subestações.

Se uma falha ocorre em uma linha lateral, todos os clientes conectados à linha com problema são afetados, mas o resto do circuito continua funcionando normalmente (a linha principal e as outras linhas laterais não são afetadas). Neste caso, será necessário esperar pelo conserto manual da linha de transmissão para o retorno do fornecimento de energia.

Se uma falha ocorre em uma das seções, todo o circuito fica fora até que os desconectores ligados à seção com problema sejam abertos. Quando isto é feito, a energia volta a fluir normalmente da subestação até a seção que foi isolada. Isto significa que os clientes das seções localizadas após a seção com falha vão continuar com o fornecimento de energia cortado.

Uma forma de minorar o número de clientes afetados consiste no uso de um equipamento chamado *tie switch*. Este equipamento permite a passagem de energia elétrica entre as linhas principais de duas subestações e pode ser programado via rede de comunicação. Inicialmente, o circuito do *tie switch* fica aberto, não permitindo que a energia da linha principal de uma subestação seja direcionada para a linha principal da outra subestação. Quando o *tie switch* detecta ausência de corrente elétrica em uma das linhas, ele envia mensagem para a central de fornecimento de energia e um comando pode ser retornado para que o circuito do *tie switch* seja fechado e a energia elétrica de uma subestação possa ser aproveitada pelos clientes de outra subestação. Naturalmente, a carga transferida entre subestações pode não ser suficiente para atender a todos os clientes que ficaram sem fornecimento. Neste caso, os desconectores são configurados de maneira que a subestação atenda o número adequado de clientes. Quando a seção com falha for consertada, o *tie switch* volta ao seu estado inicial.

A Figura 1 mostra um exemplo de topologia com duas subestações. A linha principal da subestação 1 está dividida em 4 seções: a seção 1 (S_1) tem um distribuidor (D_1) em uma linha lateral (L_1); a seção 2 (S_2) possui um distribuidor (D_2) conectado diretamente à linha principal; a seção 3 (S_3) tem 3 distribuidores de energia (D_3 , D_4 e D_5) onde dois desses distribuidores estão em linhas laterais (L_2 e L_3); a seção 4 (S_4) possui dois distribuidores (D_6 e D_7) na linha principal. A subestação 1 está conectada à subestação 2 através de um *tie switch*. A Figura 1 representa um momento onde o circuito do *tie switch* está aberto, ou seja, quando não está ocorrendo passagem de energia elétrica de uma subestação para outra. Neste exemplo, a subestação 2 apresenta duas linhas laterais e seis distribuidores de energia.

Suponha que a seção 3 da subestação 1 falha. Todo o circuito da subestação 1 cai e os clientes ficam sem fornecimento de energia. Os desconectores da seção 3 são então abertos e a energia volta a fluir da subestação 1 para as seções 1 e 2. Enquanto isto ocorre, o *tie switch* é reconfigurado e energia elétrica é fornecida para os clientes da seção 4 pela subestação 2. Se a carga transferida não for suficiente para atender a todos clientes da seção 4, apenas parte dos clientes tem o fornecimento reestabelecido. Quando a seção 3 é reparada, o *tie switch* é reconfigurado e a seção 4 volta a receber energia elétrica da subestação 1.

4.2. Descrição do Modelo

Variável	Descrição
q_{ij}	taxa de transição do estado i para o estado j
p_{ij}	probabilidade de transição do estado i para o estado j
π_i	probabilidade estacionária do estado i
π	vetor de probabilidades estacionárias
\mathbf{Q}	matriz de taxas de transição
\mathbf{P}	matriz de probabilidades de transição
Λ	taxa de uniformização
m_i	tempo médio de permanência no estado i
R_i	recompensa associada ao estado i

Tabela 1. Tabela de notação.

Para analisar o desempenho do sistema acima descrito foi usada uma cadeia de Markov com recompensas (veja notação na Tabela 1). Os estados do modelo, mostrados na Figura 2, correspondem às diferentes fases em que o sistema pode se encontrar: no estado 0, o sistema funciona sem falhas e toda a demanda está sendo atendida; o estado 1 representa ocorrência de uma falha em qualquer uma das seções, o que ocasiona a queda de todo o circuito conectado a subestação correspondente à seção que falhou; no estado 2, os desconectores isolaram a seção com falha e o *tie switch* foi reconfigurado para transferir energia de uma outra subestação; no estado 3, ocorreu falha em uma das linhas laterais do circuito fazendo com que apenas os clientes conectados à linha fiquem sem o serviço.

Considere que o sistema está inicialmente no estado 0. Com taxa q_{01} ocorre uma falha em uma das seções da linha principal e o sistema passa para o estado 1. Ele fica neste estado por um intervalo médio $1/q_{12}$ até a seção com falha ser isolada e o *tie switch* ser reconfigurado. Quando isto ocorre, o sistema passa ao estado 2. A seção é então consertada com taxa q_{20} e o sistema volta ao estado 0. Se o sistema está no estado 0, uma falha em uma das linhas laterais pode ocorrer com taxa q_{03} . Neste caso, é necessário um intervalo médio de $1/q_{30}$ para o conserto da falha e retorno ao estado 0.

Vamos supor que apenas uma subestação pode falhar por vez e que nenhuma outra subestação falha antes da completa recuperação de outra. Esta suposição é razoável uma vez que falhas de duas ou mais estações em um período curto são improváveis. A principal suposição está relacionada ao *tie switch*. Considera-se que não há problemas na rede de comunicação que liga este equipamento à central de distribuição. Isto significa que, ao ocorrer falha em uma das seções, o circuito do *tie switch* é fechado e parte da demanda passa a ser atendida pela subestação vizinha. Convém observar que o modelo pode ser facilmente estendido para permitir várias falhas sucessivas e para prever a possibilidade de falha na comunicação do *tie switch* com a central de distribuição.

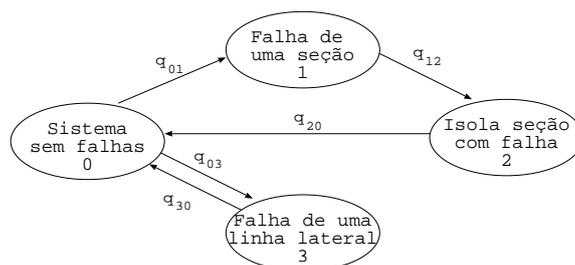


Figura 2. Estados do modelo.

Um importante ponto a ser observado é que o estado do modelo não indica qual seção ou linha lateral falhou. Os estados 1 e 2 apenas representam falha em uma seção, enquanto o estado 3 sinaliza que houve falha em uma das linhas laterais. Entretanto, a identificação da seção ou linha lateral que falhou é importante para o cálculo de medidas relacionadas ao número de clientes afetados pela falha e também para a estimativa da probabilidade de falha da seção ou linha lateral. A seguir mostramos o motivo pelo qual esses detalhes não precisam ser explicitamente incluídos na cadeia de Markov da Figura 2.

Consideremos a falha de uma seção. O número de usuários afetados depende do número de clientes conectados à seção e do posicionamento da seção na linha principal. Por exemplo, se a seção 4 da Figura 1 falhar, somente os clientes conectados à seção ficarão sem fornecimento de energia. Neste caso não existe necessidade de reconfiguração do *tie switch*. Por outro lado, se a seção 1 falhar, clientes das seções 2, 3 e 4 serão afetados e o restabelecimento imediato do serviço para eles dependerá da capacidade disponível da subestação 2 e da reconfiguração do *tie switch*. No caso de falha de uma linha lateral, é também importante saber onde a falha ocorreu, pois só assim é possível verificar o número de clientes prejudicados e a quantidade de energia não fornecida. Como veremos mais adiante, iremos representar em nosso modelo o número de usuários afetados após uma falha através de taxas de recompensas associadas aos estados da Figura 2.

Com relação à estimativa da probabilidade de falha da seção ou linha lateral, iremos considerar a probabilidade de falha em uma seção ou linha lateral proporcional ao seu comprimento. Assim, a probabilidade da falha ter sido na seção i é igual a c_i/c , onde c_i é o comprimento da seção i e c é o comprimento total da linha principal. No caso da linha lateral considera-se a proporção entre a linha lateral e o comprimento total de todas as linhas laterais.

Seja \mathcal{X} uma cadeia de Markov de tempo contínuo e espaço de estados finito com 4 estados. Seja \mathbf{Q} a matriz de taxas de transição de \mathcal{X} . Podemos transformar \mathcal{X} em uma cadeia \mathcal{Z} de tempo discreto e com matriz \mathbf{P} de probabilidades de transição usando

o método de uniformização [E. de Souza e Silva and H.R. Gail 2001]. Para isso, basta fazermos

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} + \frac{\mathbf{Q}}{\Lambda},$$

onde Λ é a taxa de uniformização e é escolhida tal que seja maior ou igual à maior taxa de saída dentre todos os estados de \mathcal{X} . O vetor π de probabilidades estacionárias para o modelo markoviano pode ser obtido solucionando

$$\pi \mathbf{Q} = 0 \quad \text{ou} \quad \pi = \pi \mathbf{P},$$

onde $\pi = \langle \pi_0, \pi_1, \pi_2, \pi_3 \rangle$. A matriz \mathbf{P} do modelo apresentado na Figura 2 é mostrada na Figura 3(a).

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & 0 & 0 \\ 0 & p_{11} & p_{12} & 0 \\ p_{20} & 0 & p_{22} & 0 \\ p_{30} & 0 & 0 & p_{33} \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}_v = \begin{bmatrix} p_{33} & p_{30} & 0 & 0 \\ p_{03} & p_{00} & p_{01} & 0 \\ 0 & 0 & p_{11} & p_{12} \\ 0 & p_{20} & 0 & p_{22} \end{bmatrix}$$

(a) (b)

Figura 3. Matriz de probabilidades de transição (a) original e (b) após pivoteamento.

Note que a cadeia de Markov apresenta dois ciclos conectados pelo estado 0 (sistema sem falhas). No primeiro ciclo, o sistema sai do estado 0 e entra no estado 1 ao ocorrer uma falha em uma das seções da linha principal. Depois de um tempo, o *tie switch* é reconfigurado e o sistema entra no estado 2. Quando a seção com falha é consertada, o sistema volta ao estado 0. No segundo ciclo, o sistema sai do estado 0 e entra no estado 3 ao ocorrer uma falha em uma linha lateral. O sistema retorna ao estado 0 quando a falha é reparada. Esta característica da cadeia de Markov permite agregar os estados 0 a 2, tornando mais simples obter uma solução para o modelo (Figura 4).

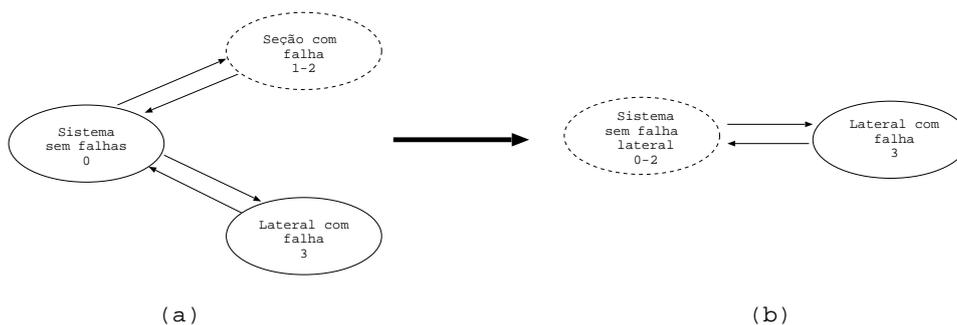


Figura 4. Agrupamento dos estados do modelo.

Embora, neste exemplo, a cadeia original já seja muito simples, em geral cada um dos dois ciclos contidos na cadeia poderia ter múltiplos estados. O procedimento abaixo descrito para agregação de estados pode ser usado para diminuir o custo computacional para solucionar a Cadeia de Markov no caso geral e também simplifica as fórmulas fechadas de solução do estado estacionário [de Souza e Silva and Muntz 1992].

O primeiro passo é fazer o pivoteamento de linhas e colunas de \mathbf{P} de forma que os estados a serem agrupados ocupem as últimas posições da matriz de probabilidades de transição. A matriz \mathbf{P}_v , obtida após as operações de pivoteamento, é mostrada na Figura 3(b). Note que a agregação dos estados 0 a 2 pode ser obtida com o redirecionamento da transição de p_{01} para dentro do próprio estado 0, ou seja, basta fazer $p_{00} = 1 - p_{03}$. Seja \mathbf{P}' a matriz de probabilidades de transição quando os estados de 0 a 2 da matriz \mathbf{P}_v estão agregados.

$$\mathbf{P}' = \begin{bmatrix} p_{33} & p_{30} \\ p_{03} & 1 - p_{03} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Então,

$$\pi'_0 = \frac{p_{30}}{p_{03} + p_{30}} \quad \text{e} \quad \pi'_3 = \frac{p_{03}}{p_{03} + p_{30}}.$$

Como conhecemos π'_0 , podemos agora calcular a partir da Figura 4(a)

$$\pi'_1 = \frac{p_{01}}{1 - p_{11}} \pi'_0 \quad \text{e} \quad \pi'_2 = \frac{p_{12}}{1 - p_{22}} \pi'_1.$$

Naturalmente, as probabilidades acima calculadas ainda precisam ser normalizadas, ou seja,

$$\pi_j = \frac{\pi'_j}{\sum_{i=0}^3 \pi'_i}, j = 0, 1, 2, 3.$$

A solução de π permite identificar o comportamento do sistema após um tempo longo de observação. Isto significa que podemos calcular as medidas médias de desempenho do circuito em estudo a partir de π . Por exemplo, o valor de π_0 corresponde ao percentual de tempo que o sistema trabalha sem nenhuma falha, enquanto π_1 indica o percentual de tempo que o sistema está inoperante e o valor de $\pi_2 + \pi_3$ informa o percentual de tempo que o sistema opera com alguma falha.

Na avaliação de desempenho do modelo, também é interessante calcular determinadas medidas transientes, ou seja, verificar o comportamento do sistema após um tempo t considerando que o sistema se encontra em um determinado estado. Um exemplo de medida transiente é o cálculo do tempo de recuperação do sistema após a ocorrência de uma falha, ou seja, o tempo médio que o sistema leva para retornar ao estado 0 dado que ocorreu uma falha (pode ter ocorrido um problema na linha principal ou em uma linha lateral).

Para o cálculo de medidas transientes, calculamos tanto as probabilidades de estado no instante t , ou o tempo acumulado do sistema ficar em um subconjunto de estados da cadeia. Essas medidas transientes podem ser facilmente calculadas [E. de Souza e Silva and H.R. Gail 2001].

Um dos objetivos desse trabalho é calcular medidas de desempenho do sistema de fornecimento de energia elétrica como, por exemplo, a quantidade de energia não fornecida devido a falhas no sistema. Esta medida pode ser calculada com o uso de recompensas associadas aos estados da cadeia de Markov. Seja R_j a recompensa associada ao estado j , $j = 0, 1, 2, 3$, e que representa a quantidade de energia não fornecida por unidade de tempo enquanto o sistema está em cada um dos estados correspondentes. Seja $m_j(t)$ o tempo médio que o sistema permanece no estado j durante $(0, t)$. Logo, a quantidade média de energia não fornecida até um instante t é dada por $A(t) = \sum_{j=0}^3 m_j(t) R_j$.

Os valores das recompensas associadas aos estados da cadeia de Markov dependem da medida de interesse a ser calculada. Por exemplo, suponha que o objetivo seja calcular o número de clientes que sofreram interrupção do serviço durante o intervalo de tempo $(0, t)$ devido a falha em uma das k_s seções da linha principal ou em uma das k_l linhas laterais de uma subestação qualquer. Sem perda de generalidade, vamos supor uma falha em uma subestação S . Sejam $n_{s(i)}$ e $n_{l(i)}$ o número de clientes servidos por distribuidor conectado diretamente à seção i e o número de clientes servidos por distribuidor conectado à linha lateral i da subestação S , respectivamente, e sejam c_s e c_l o comprimento da linha principal e o comprimento total das linhas laterais, respectivamente. Sejam $c_{s(i)}$ e $c_{l(i)}$ o comprimento da seção i e o comprimento da linha lateral i , respectivamente.

Após uma falha, um certo número de seções serão alimentadas por uma estação vizinha. Sejam $\theta_{s(i)}$ e $\theta_{l(i)}$ o índice da última seção da linha principal que não está sendo realimentada pela subestação de *backup* vizinha e o índice da última linha lateral que não recebe energia do *tie switch* quando a seção i falha, respectivamente. Então,

$$\begin{aligned}
R_0 &= 0 \\
R_1 &= \sum_{i=1}^{k_s} n_{s(i)} + \sum_{i=1}^{k_l} n_{l(i)} \\
R_2 &= \sum_{i=1}^{k_s} \frac{c_{s(i)}}{c_s} \left(\sum_{j=i}^{\theta_{s(i)}} n_{s(j)} + \sum_{j=i}^{\theta_{l(i)}} n_{l(j)} \right) \\
R_3 &= \sum_{i=1}^{k_l} \frac{c_{l(i)}}{c_l} n_{l(i)}
\end{aligned} \tag{2}$$

A recompensa do estado 0 é zero, pois não há falhas neste estado. A recompensa do estado 1 corresponde ao número total de clientes da subestação S , já que uma seção apresentou falha e derrubou todo o circuito elétrico de S . A recompensa do estado 2 é igual a soma dos clientes sem fornecimento de energia apesar da reconfiguração do *tie switch*, eles podem estar em distribuidor conectado à linha principal ou a uma linha lateral. A recompensa do estado 3 corresponde ao número de usuários que tiveram o serviço interrompido devido a falha em uma das linhas laterais.

5. Exemplo

O exemplo discutido usa os dados de uma subestação de energia no estado da Virgínia, EUA, apresentados em [Waseem 2008]. A Tabela 2 reproduz as informações sobre topologia, carga de energia e números de clientes fornecidos no trabalho citado. O circuito consiste de 34 seções e 40 distribuidores de energia. A segunda coluna da tabela informa o comprimento das seções em quilômetros totalizando uma linha principal com 2,749 km. A terceira coluna mostra que seis seções (S4, S10, S13, S16, S27 e S33) possuem dois pontos de distribuição de energia, enquanto as demais seções possuem um único ponto. A distância entre o ponto de distribuição e a linha principal é dada pela quarta coluna: se a distância é zero, isto significa que o ponto de distribuição está diretamente conectado à linha principal; se a distância é maior que zero, então o ponto de distribuição de energia está em uma linha lateral conectada à linha principal. Neste exemplo, existe um único ponto de distribuição em cada linha lateral. A carga de energia e o número de clientes de cada ponto de distribuição são informados, respectivamente, pelas quinta e sexta colunas. Portanto, o circuito tem capacidade de 1695 kWh e serve um total de 780 clientes.

Na solução do modelo são usadas as mesmas taxas apresentadas em [Waseem 2008]: a taxa anual de falha da linha principal por quilômetro é de 0,1 e a taxa anual de falha da linha lateral é de 0,2; o tempo necessário para reparar uma seção é de 4 horas, enquanto o reparo de uma linha lateral leva 2 horas. Além disso, assume-se que o tempo necessário para isolar uma seção com falha e reconfigurar o *tie switch* é de 2 minutos.

Seção	Comp. (km)	Dist.	Dist. (km)	Carga (kWh)	Clientes
S1	0,066	D1	0	10,2	6
S2	0,066	D2	0	13,7	9
S3	0,198	D3	0	20,6	12
S4	0,11	D4a	0,15	33,6	40
		D4b	0,96	120	67
S5	0,11	D5	0	6,9	4
S6	0,09	D6	0,13	34,4	25
S7	0,05	D7	1,02	147,3	111
S8	0,1	D8	0,09	13,7	8
S9	0,03	D9	0	6,9	4
S10	0,04	D10a	0,2	44,5	20
		D10b	0,26	54,8	25
S11	0,04	D11	0,13	48,1	40
S12	0,1	D12	0,06	20,6	15
S13	0,11	D13a	0,06	20,6	15
		D13b	0,43	47,8	28
S14	0,08	D14	0,08	20,4	10
S15	0,13	D15	0	13,7	6
S16	0,04	D16a	0,09	30,8	12
		D16b	0,32	30,8	8
S17	0,08	D17	0	13,7	6
S18	0,05	D18	0	10,2	5
S19	0,11	D19	0	10,2	5
S20	0,06	D20	1,46	233,1	45
S21	0,06	D21	0,82	78,8	39
S22	0,05	D22	0,36	97,2	40
S23	0,1	D23	0,27	55	25
S24	0,04	D24	0,4	20,6	8
S25	0,04	D25	0,1	20,6	10
S26	0,119	D26	0,13	54,9	17
S27	0,06	D27a	0,08	27,4	12
		D27b	1,5	178,4	50
S28	0,06	D28	0	20,6	8
S29	0,06	D29	0	6,9	4
S30	0,06	D30	0	6,9	4
S31	0,06	D31	0,1	66,4	20
S32	0,06	D32	0	6,9	4
S33	0,21	D33a	0,14	10,2	5
		D33b	0,14	23,9	5
S34	0,11	D34	0,1	13,8	3
Total	2,749		9,58	1.695,1	780

Tabela 2. Dados de uma subestação de energia na Virgínia, EUA.

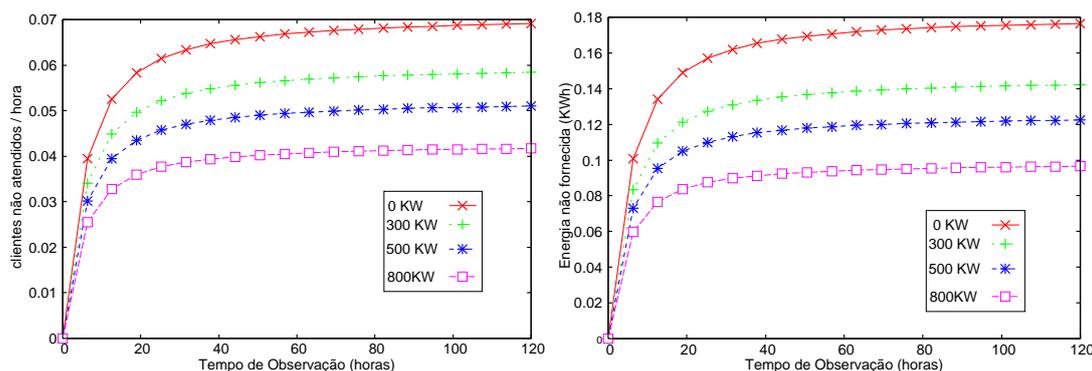
Para estudar o desempenho do sistema na ocorrência de falhas, foram escolhidos 4 cenários que se diferenciam entre si pela quantidade de carga de energia transferida para a subestação na Virgínia quando o *tie switch* detecta falha na alimentação da linha principal: 0kWh(cenário 1), 300kWh(cenário 2), 500kWh(cenário 3) e 800kWh(cenário 4).

A partir do cálculo das probabilidades estacionárias do exemplo em estudo, temos que o sistema não apresenta qualquer falha em 99,9% do tempo. Quando uma falha ocorre, com probabilidade 0,64 esta falha terá ocorrido em uma linha lateral e com probabilidade 0,36 ela terá ocorrido na linha principal.

A Figura 5(a) apresenta o número médio de clientes por hora que não receberam o serviço no instante t . Assumindo $t = 120$ horas, temos que o número médio de clientes corresponde aos valores 0,069, 0,058, 0,051 e 0,042 nos cenários 1, 2, 3 e 4, respectiva-

mente. Isto significa que, após 120 horas de observação, em média 1,6 clientes por dia ficaram sem fornecimento de energia no primeiro cenário, 1,4 no segundo cenário, 1,2 no terceiro cenário e 1 no quarto cenário. Note que o sistema se aproxima do estado estacionário quando $t = 120$ e, portanto, o número médio de clientes não atendidos para um tempo $t > 120$ apresentará valores semelhantes aos discutidos acima.

A Figura 5(b) mostra a carga média não fornecida para os clientes no instante t . Considerando também $t = 120$ horas, temos os valores 0,177kWh, 0,142kWh, 0,122kWh e 0,096kWh para os quatro cenários estudados. Podemos observar que quando é possível transferir 800kWh(cenário 4) de energia para a linha que apresentou falha, a carga média não fornecida é reduzida aproximadamente à metade quando comparada com o cenário 1, onde nenhuma carga é transferida. Em termos práticos, podemos dizer que no cenário 1 um cliente ficaria uma hora sem energia para o seu refrigerador, enquanto que no cenário 4 o cliente ficaria 30 minutos. Computamos também a carga acumulada não fornecida aos clientes até o instante $t = 8760$ horas, ou seja, durante 1 ano. Os valores obtidos são 1591kWh, 1280kWh, 1101kWh e 866kWh para os cenários 1, 2, 3 e 4, respectivamente. Conforme apresentado na seção 3, a carga média não fornecida aos clientes durante 1 ano corresponde a métrica ENS que é usada para avaliar os sistemas elétricos.

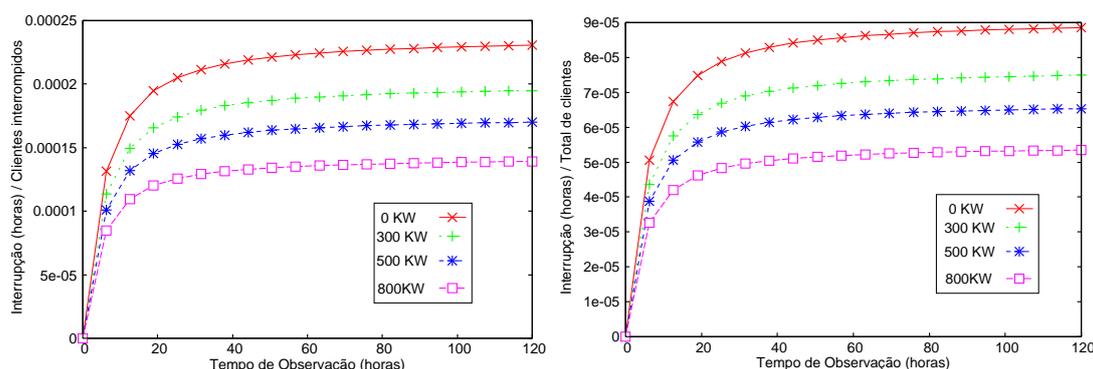


(a) Número médio de clientes não atendidos. (b) Carga média não fornecida.

Figura 5. Média de clientes não atendidos e da carga não fornecida por hora.

A Figura 6(a) mostra a duração média das interrupções de energia sofridas pelos clientes até o instante t . Considerando $t = 120$ horas, temos os valores 0,00023 horas, 0,00019 horas, 0,00017 horas e 0,00014 horas para os cenários de 1 até 4, respectivamente. Como o sistema já se encontra próximo do estado estacionário em $t = 120$, os valores não apresentam maiores variações para $t > 120$. Calculamos também o tempo total de interrupções para $t = 8760$ horas (1 ano). Temos os valores de 2,078 horas, 1,756 horas, 1,529 horas e 1,250 horas para cada um dos cenários. Estes valores podem ser facilmente obtidos fazendo a multiplicação do valor da interrupção média pelo valor de t quando o sistema entra no estado estacionário. Os valores obtidos em $t = 8760$ representam os valores da medida CAIDI discutida na seção 3. A Figura 6(b) representa também a duração média das interrupções, só que a medida é calculada considerando todos os clientes do sistema e não apenas os clientes que foram realmente afetados pelo corte de energia. Para $t = 8760$, temos os valores da métrica SAIDI discutida na seção 3.

A Figura 7 é útil para mostrar que médias como SAIDI podem não ser uma boa métrica para determinar o desempenho de um sistema. No exemplo estudado foi considerado o cenário 4. A fração média de tempo que o sistema está em um estado com alguma



(a) Interrupção média/clientes interrompidos. (b) Interrupção média/total de clientes.

Figura 6. Duração média das interrupções.

falha é aproximadamente $5,6 \times 10^{-4}$. Portanto, em 15 dias de funcionamento, deveríamos esperar, em média, que o sistema ficasse 12 minutos com alguma falha. Uma pergunta importante é determinar qual a probabilidade de ficarmos com mais de 12 minutos com falha. Esta probabilidade deveria ser muito pequena. Entretanto, este não é o caso no exemplo estudado. A probabilidade do sistema ficar mais do que 12,9 minutos com alguma falha em 15 dias de observação, supondo o sistema inicialmente operacional, é maior que $3,0 \times 10^{-2}$ o que é uma probabilidade relativamente alta. Observando a Figura 7 notamos que a convergência para o valor médio é lenta. (A curva da Figura 7 tende a zero apenas para um tempo muito grande.) Isso significa que, neste exemplo simples, mais de 45 clientes seriam afetados com alta probabilidade ($> 3,0 \times 10^{-2}$) por mais de 12 minutos em 15 dias de observação.

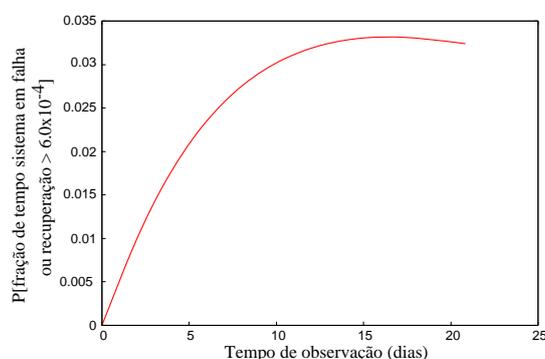


Figura 7. Probabilidade da fração de tempo que o sistema está em falha ou recuperação ser superior a 6×10^{-4} em função do tempo.

6. Conclusões

Neste trabalho, foi apresentado um modelo analítico simples para obtenção de medidas de desempenho de sistemas de distribuição de energia. No estudo, considerou-se a existência de equipamentos inteligentes capazes de isolar áreas com falhas e de redirecionar a corrente elétrica de uma subestação vizinha para suprir consumidores afetados pela interrupção de energia. Para ilustrar o uso do modelo consideramos dados de um sistema real. Os resultados mostram a importância do cálculo de medidas transientes. Em

particular, indicamos que métricas padrões adotadas no contexto de engenharia elétrica correspondem a casos especiais das métricas propostas neste artigo. Como trabalho futuro, pretendemos estender o modelo (por exemplo, permitir que várias falhas ocorram em um determinado intervalo de tempo) e calcular outras métricas usadas pelas companhias de energia elétrica.

Referências

- Brown, E. R. (2002). *Electric Power Distribution Reliability*. CRC Press, 2nd edition.
- de Souza e Silva, E., Figueiredo, D., and Leão, R. (2009). The TangramII integrated modeling environment for computer systems and networks. *SIGMETRICS Perform. Eval. Rev.*, 36(4):64–69.
- de Souza e Silva, E. and Muntz, R. (1992). *Métodos Computacionais de Solução de Cadeias de Markov*. VIII Escola de Computação.
- E. de Souza e Silva and H.R. Gail (2001). The Uniformization Method in Performability Analysis. In *Performability Modeling: Techniques and Tools*. John Wiley & Sons.
- Elmakias, D. (2008). *New Computational Methods in Power System Reliability*. Springer Publishing Company, Incorporated, 1st edition.
- Keshav, S. and Rosenberg, C. (2011). How internet concepts and technologies can help green and smarten the electrical grid. *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*.
- Liu, Y. and Trivedi, K. (2006). Survivability quantification: The analytical modeling approach. *International Journal of Performability Engineering*, 2(1):29–44.
- Meyer, J. (1980). On evaluating the performability of degradable computing systems. *IEEE Transactions on Computers*, 29:720–731.
- Meyer, J. F. (1992). Performability: a retrospective and some pointers to the future. *Perf. Evaluation*, 14:139–156.
- Mohagheghi, S., Yang, F., and Falahati, B. (2011). Impact of demand response on distribution system reliability. In *Power and Energy Society General Meeting, 2011 IEEE*, pages 1–7.
- Wang, S., Zhao, W., and Chen, Y. (2008). Distribution system reliability evaluation considering dg impacts. In *Third International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies*, pages 2603–2607.
- Waseem, I. (2008). *Impacts of Distributed Generation on the Residential Distributed Network Operation*. M.Sc. Thesis, Virginia Polytechnic Institute.
- Zhang, J. and Bo, Z. (2010). Research of the impact of distribution generation on distribution network loss. In *Universities Power Engineering Conference 2010*, pages 1–4.
- Zou, K., Keerthipala, W., and Perera, S. (2007). SAIDI minimization of a remote distribution feeder. In *AUPEC 2007*, pages 1–5.