

Melhorando a Utilização de Recursos em Redes MPLS para Demandas Variantes no Tempo

Augusto C. Carlson, Jean-Marie Farines e Eduardo Camponogara

¹Departamento de Automação e Sistemas

Universidade Federal de Santa Catarina

Caixa Postal 476 – 88040-900 – Florianópolis – SC – Brasil

{carlson,farines,camponog}@das.ufsc.br

Abstract. This paper is concerned with the optimization of resource usage in an intra-domain MPLS network, where flow-request profiles are time-varying and known in advance. This work proposes a path-based routing approach which can cope with multiple resources and QoS constraints, as an alternative to flow-based routing approaches found in the literature. The off-line routing problem is formulated as an integer linear programming problem and a heuristic is developed for on-line routing. Initially, the formulation and heuristic deal with only bandwidth usage, but later they are augmented to treat additional resources and QoS metrics. The proposed path-based approach can handle multiple constraints without modifying the algorithms and heuristics developed to optimize bandwidth usage. On the other hand, the flow-based approaches need profound changes in the procedures with the use of constrained shortest-path algorithms (NP-Hard).

Resumo. Este artigo trata da otimização do uso global de recursos em uma rede MPLS intra-domínio, para situações de demandas de fluxos com perfis predefinidos de banda variantes no tempo. Uma abordagem baseada em caminhos para lidar com múltiplas restrições de QoS e proposta como uma alternativa à abordagem baseada em fluxos encontrada na literatura. O problema de roteamento off-line é formulado em programação linear inteira e uma heurística para roteamento on-line foi desenvolvida. Inicialmente, a formulação e a heurística lidam somente com a utilização de banda. Em seguida, apresenta-se uma extensão para tratar múltiplas restrições de QoS sem efetuar alterações nos algoritmos e heurísticas desenvolvidos. Em contraposição, a abordagem baseada em fluxo necessita de alterações na sua implementação para considerar restrições adicionais, o que implica a solução de subproblemas NP-Difíceis.

1. Introdução

Este artigo trata da otimização do uso global de recursos numa rede MPLS (*Multiprotocol Label Switching*) [Awduche 1999] intra-domínio, para situações de demandas de fluxos com perfis predefinidos de banda variantes no tempo. O roteamento de fluxos leva em conta não somente requisitos de banda, mas também outras métricas que caracterizam a qualidade de serviço dos fluxos como atraso, variação do atraso e perdas de pacote, por exemplo. O problema de roteamento off-line é formulado em Programação Linear Inteira (PLI) e uma heurística para o roteamento on-line foi desenvolvida. Um algoritmo on-line

para a seleção ótima dos caminhos LSPs segundo os critérios estabelecidos e heurísticas para tratá-los são propostos.

Num primeiro momento, considera-se apenas a otimização do critério de alocação de banda, tendo conhecimento prévio da necessidade de banda para cada fluxo durante intervalos de tempo definidos no seu perfil de demanda diária. A comparação, neste caso, entre o modelo proposto e modelos baseados em fluxo apresenta resultados similares em termos de atendimento ao critério adotado e de desempenho das soluções.

A seguir considera-se além da banda, outras restrições associadas às métricas de QoS já citadas. Estas restrições são baseadas em arcos ou caminhos, sendo que a primeira restringe recursos num único arco e a segunda restringe os recursos em todo o caminho. A solução proposta, baseada em caminhos, permite o tratamento adequado de múltiplas restrições sem mudança nos algoritmos e heurísticas anteriormente propostos, o que não ocorre no caso dos modelos baseados em fluxo. Resultados obtidos mostram que o desempenho obtido no caso de múltiplas restrições é similar ao caso anterior no qual uma única restrição era levada em conta.

O artigo está organizado como segue. A seção 2 apresenta o conceito de perfis variantes no tempo e trabalhos relacionados. Na seção 3 apresenta-se uma formulação em programação linear inteira baseada em fluxo em redes para resolver o problema de roteamento com perfis variantes no tempo e uma heurística. A seção 4 apresenta a formulação em programação linear inteira baseada em caminhos, a heurística on-line baseada em caminhos e além disso, apresenta-se como foi realizada a síntese dos caminhos. Na seção 5 demonstra-se a análise experimental e comparativa dos modelos discutidos. Finalmente, na seção 6 é apresentado o tratamento de restrições múltiplas e um exemplo ilustrativo da utilização de restrições no modelo baseado em caminhos. A seção 7 faz uma breve síntese dos resultados e propõe investigações futuras.

2. O Roteamento com Perfis Variantes no Tempo

O roteamento com perfis variantes no tempo é caracterizado pelo conhecimento *a priori* das demandas de banda (perfis) que variam em intervalos de tempo de um horizonte pre-definido, por exemplo, um dia. A seguir são apresentados alguns trabalhos relevantes que tratam deste problema.

Ricciato e Monaco [Ricciato e Monaco 2005] propõem uma solução para roteamento de fluxos com perfis variantes no tempo em redes MPLS, que respeita as restrições de banda e busca utilizar os recursos de forma balanceada. Da mesma forma que estes autores, considera-se neste estudo que as demandas por largura de banda são conhecidas *a priori* e que cada demanda é roteada em um LSP (*Label Switched Path*) dedicado. A solução proposta por Ricciato e Monaco [Ricciato e Monaco 2005] inclui uma heurística para roteamento on-line e uma formulação em programação linear inteira (PLI) do problema off-line, utilizada para o cômputo de limites inferiores a partir da relaxação contínua.

A alocação dos LSPs no roteamento com perfis variantes no tempo é feita com base no conhecimento prévio das demandas das requisições. Estes perfis podem ser definidos através de um contrato de SLA (*Service Level Agreement*), informados pelos clientes ou medido pelo provedor de serviços. O SLA é um acordo estabelecido entre o

provedor de serviços e o cliente ou entre provedores de serviços, que faz parte do contrato dos serviços prestados. Neste acordo podem ser definidas diferentes métricas como, por exemplo, largura de banda mínima disponível para utilização pelo cliente.

No caso do problema on-line as demandas são alocadas à medida que são admitidas pela rede, sem conhecimento prévio das requisições seguintes. Trabalhos que tratam de garantia de largura de banda para roteamento on-line são encontrados na literatura [Plotkin 1995, Kar et al. 2000, Suri et al. 2003], mas somente o trabalho de Ricciato e Monaco [Ricciato e Monaco 2005] considera o tráfego com perfis de banda variantes no tempo.

Plotkin [Plotkin 1995] apresenta um algoritmo para o roteamento on-line que considera as medidas de vazão e congestionamento. Um peso é designado para os enlaces em função do seu congestionamento, sendo que um fluxo é rejeitado quando o peso do enlace ultrapassa um determinado valor predefinido relacionado ao aproveitamento deste enlace.

Kar et al. [Kar et al. 2000] propõem um algoritmo para roteamento on-line oferecendo garantia de banda no contexto de uma rede MPLS. Para alocação de um LSP para cada requisição, é necessário o conhecimento da topologia e das capacidades disponíveis nos enlaces para definir a rota explicitamente. Os requisitos de QoS são traduzidos em um requisito efetivo de largura de banda. O algoritmo seleciona o caminho de forma que este interfira o mínimo possível na alocação de uma futura requisição. Para tanto, o método utiliza o algoritmo de *Dijkstra* para encontrar o caminho mais curto em um grafo obtido eliminando-se os enlaces que não possuem banda residual para atender a requisição.

Suri et al. [Suri et al. 2003] sugerem um algoritmo para roteamento on-line de fluxos com garantia de banda. Este algoritmo possui uma fase de pré-processamento que determina algumas informações relacionadas à alocação de banda e uma fase on-line que determina as rotas através de um algoritmo de caminhos mínimos. O algoritmo de caminhos mínimos utiliza as informações adicionais obtidas no pré-processamento para definição da rota.

Os trabalhos apresentados acima tratam somente restrições associadas ao arco, desconsiderando restrições relacionadas aos caminhos como, por exemplo, *round trip time*. Nos modelos propostos nestes trabalhos, a adição de restrições tornaria necessária a elaboração de novos modelos ou tornaria os modelos existentes ainda mais complexos, além de exigir a implementação de novas heurísticas.

O modelo baseado em caminhos a ser proposto possibilita além do tratamento das restrições baseadas em arcos, o tratamento das restrições baseadas em caminhos. Isto permite tratar requisições levando em conta o atendimento dos requisitos de QoS das mesmas.

3. Modelo Baseado em Fluxo

Inicialmente apresentamos o modelo off-line PLI proposto por Ricciato e Monaco chamado de RM para o problema de roteamento de fluxos com perfis de banda variantes no tempo. Neste modelo, a rede de comunicação é representada por um grafo direcionado $G = (V, E)$ cujos nós (V) correspondem aos roteadores e cujos arcos (E) correspondem aos enlaces. As demandas são realizadas ciclicamente em intervalos predefinidos como,

por exemplo, um dia. Cada dia é dividido em um conjunto $\Theta = \{1, \dots, \theta\}$ de intervalos de tempo, como horas ou minutos. Cada enlace (i, j) tem uma capacidade C_{ij} de transmissão de dados em Mbps. $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$ é o conjunto de requisições de serviço admitidas pelo provedor, tendo cada requisição k um nó origem s_k , um nó destino d_k e um perfil de banda $f^k(\tau)$ correspondendo à demanda de banda durante o período $\tau \in \Theta$.

O modelo proposto minimiza uma função composta pela ponderação de dois objetivos, o pico de banda máximo e a média da reserva de banda de todos os enlaces.

Em programação linear inteira, o problema é formulado como segue:

$$\text{Minimizar } c = \alpha \cdot c_{max} + (1 - \alpha) \cdot c_{mean} \quad (1a)$$

Sujeito a :

$$\sum_{j:(s_k,j) \in E} r_{s_k,j}^k = 1, \quad k \in \mathcal{K} \quad (1b)$$

$$\sum_{i:(i,d_k) \in E} r_{id_k}^k = 1, \quad k \in \mathcal{K} \quad (1c)$$

$$\sum_{j:(i,j) \in E} r_{ij}^k - \sum_{j:(j,i) \in E} r_{ji}^k = 0, \quad k \in \mathcal{K}, i \in V \setminus \{s_k, d_k\} \quad (1d)$$

$$u_{ij}(\tau) = \sum_{k \in K} f^k(\tau) \cdot r_{ij}^k, \quad (i, j) \in E, \tau \in \Theta \quad (1e)$$

$$v_{ij} \geq u_{ij}(\tau), \quad (i, j) \in E, \tau \in \Theta \quad (1f)$$

$$v_{ij} \leq C_{ij}, \quad (i, j) \in E \quad (1g)$$

$$c_{max} \geq \frac{1}{C_{ij}} \cdot v_{ij}, \quad (i, j) \in E \quad (1h)$$

$$c_{mean} = \frac{1}{|E|} \cdot \sum_{(i,j) \in E} \frac{1}{C_{ij}} \cdot v_{ij}, \quad (1i)$$

$$r_{ij}^k \in \{0, 1\}, \quad k \in \mathcal{K}, (i, j) \in E \quad (1j)$$

onde:

- r_{ij}^k assume o valor 1 se a requisição k atravessa o enlace (i, j) e 0 caso contrário;
- $u_{ij}(\tau)$ é a reserva de banda no enlace (i, j) para o período τ ;
- v_{ij} é a máxima reserva de banda para o enlace (i, j) considerando todos os períodos de tempo;
- C_{ij} é a capacidade do enlace (i, j) ;
- c_{max} é a máxima reserva percentual de todos os picos de banda considerando todos os enlaces e períodos de tempo;
- c_{mean} é a média percentual dos picos de banda para todos os períodos e enlaces; e
- $|E|$ é a cardinalidade de E , ou seja, o número de enlaces.

A formulação PLI apresenta através da equação (1a) uma função multi-objetivo que estabelece um balanço entre o pico médio e o pico máximo da largura de banda nos enlaces. Minimizar o c_{mean} (pico médio) tende para a seleção de caminhos mais curtos, pois sua minimização acarreta na seleção de menos arcos e a minimização de c_{max} tende para um uso mais equilibrado dos recursos de cada enlace.

Este balanceamento é estabelecido pelo parâmetro α ($0 \leq \alpha \leq 1$), conhecido como *trade-off*, que define a importância relativa entre os objetivos. A escolha do valor de α influencia o resultado devido principalmente à escolha dos caminhos. Quando $\alpha = 0$ a tendência é a utilização de caminhos mais curtos e maior utilização dos enlaces e quando $\alpha = 1$ a tendência é para a utilização de caminhos mais longos e maior distribuição dos recursos pelos enlaces.

As restrições (1b) e (1c) asseguram que exatamente um caminho será estabelecido entre o nó ingresso s_k e egresso d_k para cada requisição k , enquanto a restrição (1d) se refere aos nós intermediários. Estas restrições são típicas do modelo de fluxo em redes [Ahuja et al. 1993].

A equação (1e) define a reserva de banda para cada fatia de tempo em cada enlace. A desigualdade (1f) define o pico de banda reservada para cada enlace e a desigualdade (1g) garante que a capacidade de cada enlace não será ultrapassada. As restrições (1h) e (1i) definem respectivamente o valor máximo e médio da carga do enlace.

A heurística para roteamento on-line proposta por Ricciato e Monaco [Ricciato e Monaco 2005] considera que para cada requisição k , os enlaces (i, j) que não possuem largura de banda disponível suficiente para encaminhar a requisição são removidos da topologia. Em seguida, um custo é designado para cada enlace (i, j) conforme a equação abaixo:

$$w_{ij} = \frac{C_{ij}}{C_{ij} - x_{ij}} + \epsilon \quad (2a)$$

onde

$$x_{ij} = \max_{\tau \in 1, 2, \dots, \theta} \{f^k(\tau) + u_{ij}(\tau)\}, \quad (2b)$$

Sendo:

- C_{ij} é a capacidade do enlace (i, j) ;
- w_{ij} é o custo associado ao enlace (i, j) ; e
- $0 < \epsilon \ll 1$ é um parâmetro arbitrário.

Baseado neste custo, uma nova topologia é gerada e a seguir o algoritmo de caminhos mínimos de *Dijkstra* é utilizado para obter o menor caminho para encaminhar a demanda k .

4. Modelo Baseado em Caminhos

Enquanto restrições de QoS nos enlaces (como largura de banda e número máximo de conexões) podem ser tratadas pela heurística RM, as restrições envolvendo caminhos (como tempo de transmissão e número de saltos) exigem a solução de problemas de caminhos mínimos sob restrições. Tais problemas são de natureza NP-Difícil, potencialmente inviabilizando uma aplicação prática da abordagem.

Buscando contornar as limitações da proposta RM, ao mesmo tempo que mantendo suas propriedades desejáveis, este trabalho traz uma nova modelagem e procedimentos de roteamento baseados em caminhos chamado CFC. Além de tratar restrições

de QoS nos enlaces, da mesma forma que a abordagem RM, a abordagem CFC inclui restrições QoS nos caminhos de forma simples e eficaz. As restrições QoS de caminhos são garantidas através da pré-computação de caminhos factíveis. Através do controle da dimensão dos conjuntos de caminhos, o modelo CFC permite estabelecer uma relação de compromisso entre a qualidade da solução e o tempo computacional.

4.1. Formulação do Problema

O problema é formulado em programação linear inteira como segue:

$$\text{Minimizar} \quad c = \alpha \cdot c_{max} + (1 - \alpha) \cdot c_{mean} \quad (3a)$$

Sujeito a :

$$\sum_{l \in \mathcal{L}(k)} r_l^k = 1, \quad k \in \mathcal{K} \quad (3b)$$

$$u_{ij}(\tau) = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{l \in \mathcal{L}(k)} \{f^k(\tau) \cdot r_l^k \text{ se } (i, j) \in P_l^k\}, \quad (i, j) \in E, \tau \in \Theta \quad (3c)$$

$$v_{ij} \geq u_{ij}(\tau), \quad (i, j) \in E, \tau \in \Theta \quad (3d)$$

$$v_{ij} \leq C_{ij}, \quad (i, j) \in E \quad (3e)$$

$$c_{max} \geq \frac{1}{C_{ij}} \cdot v_{ij}, \quad (i, j) \in E \quad (3f)$$

$$c_{mean} = \frac{1}{|E|} \cdot \sum_{(i,j) \in E} \frac{1}{C_{ij}} \cdot v_{ij}, \quad (3g)$$

$$r_l^k \in \{0, 1\}, \quad k \in \mathcal{K}, l \in \mathcal{L}(k) \quad (3h)$$

onde:

- $\mathcal{L}(k) = \{1, 2, \dots, l(k)\}$ corresponde ao conjunto de índices dos caminhos tendo origem s_k e destino d_k e $l(k)$ é o número de caminhos disponíveis para a requisição k ; e
- P_l^k é o l -ésimo caminho disponível para a requisição k , o qual consiste dos enlaces atravessados pelo caminho desde o nó s_k até o nó d_k .

A função objetivo (3a) é a mesma apresentada na seção 3. A restrição (3b) assegura que cada requisição k será encaminhada por um único caminho entre o nó ingresso s_k e egresso d_k . A equação (3c) estabelece a reserva de banda para cada enlace (i, j) na fatia de tempo τ se o enlace (i, j) pertencer ao caminho P_l^k , e se este caminho for selecionado para o encaminhamento da requisição k .

Como na formulação da seção 3, a desigualdade (3d) define o pico de banda reservada para cada enlace e a desigualdade (3e) garante que a capacidade de cada enlace não será ultrapassada. De forma similar ainda à formulação anterior, as restrições (3f) e (3g) definem respectivamente o valor máximo e médio da carga do enlace.

Os modelos apresentados anteriormente (RM e CFC) lidam com o roteamento fixo, ou seja, uma vez definido o caminho pelo qual um fluxo será encaminhado, este não muda no decorrer do tempo. Para o roteamento variável, o caminho definido para um fluxo pode mudar no decorrer do tempo. Os dois modelos podem ser facilmente estendidos para o caso do roteamento variável, bastando para isso alterar a variável r_{ij}^k para $r_{ij}^k(\tau)$

no caso do modelo RM e de alterar a variável r_l^k para $r_l^k(\tau)$ no caso do modelo CFC. No entanto esta mudança acarreta numa maior complexidade dos modelos, o que necessitaria de uma capacidade computacional superior dos dispositivos e aumentaria a complexidade dos protocolos de rede. Além disso, Ricciato e Monaco [Ricciato e Monaco 2005] apresentam uma comparação entre roteamento fixo e variável. Nesta comparação, concluem que não há ganho significativo na utilização do roteamento variável que foram confirmadas com experimentos realizados pelos autores [Carlson et al. 2007] e não compensa sua aplicação.

4.2. Heurística para Encaminhamento On-Line

A heurística implementada para o roteamento on-line utiliza caminhos pré-computados com o objetivo de minimizar a reserva de banda (os conjuntos $\{P_l^k\}$), ao mesmo tempo em que respeita os requisitos exigidos pelas requisições. Os caminhos podem ser obtidos através de procedimentos sistemáticos de enumeração ou produzidos por um método estocástico. A seguir, descreve-se a idéia por trás da heurística, apresenta-se o algoritmo e também se discute a síntese de caminhos.

Para cada requisição k , uma busca é realizada sobre o conjunto $\{P_l^k : l \in \mathcal{L}(k)\}$ de caminhos disponíveis para encaminhamento desta requisição. Durante a busca, o valor resultante da função objetivo é estimado para cada caminho P_l^k a fim de identificar o caminho \hat{P}_{min}^k que induz o menor acréscimo no objetivo (isto é, aquele que garante maior economia de recursos segundo a função objetivo). Os valores finais de c_{mean} , c_{max} e da função objetivo c são calculados no encerramento da execução da heurística de forma a obter o valor correto. O pseudocódigo da heurística é dado no Algoritmo 1. No pior caso, a complexidade computacional deste algoritmo é $\mathcal{O}(|\mathcal{K}||\Theta|L_{max}|E|)$, onde \mathcal{K} é o conjunto de requisições, $L_{max} = \max\{|\mathcal{L}(k)| : k \in \mathcal{K}\}$ é o maior número de caminhos por requisição, e E é o conjunto de arcos do grafo que representa a rede de comunicação (note que um caminho simples tem no máximo $|V| - 1$ arestas).

4.3. Síntese de Caminhos

Para Orda e Sprintson [Orda e Sprintson 2003] a utilização de métodos baseados no pré-cômputo de informações é uma abordagem que permite um controle e gerenciamento eficiente da rede, principalmente quando associado ao roteamento com QoS. Este trabalho faz uso do pré-cômputo de caminhos, podendo ser realizado em momentos de ociosidade do roteador e através de processos de baixa prioridade (*background*).

Neste trabalho a obtenção dos caminhos utilizados nos experimentos foi realizada de três formas: caminhos arcoss-disjuntos, caminhos aleatórios e todos os caminhos. Isto visou a obtenção de um número diferenciado de caminhos e buscou garantir uma boa distribuição dos caminhos pela rede.

Caminhos arcoss-disjuntos foram obtidos através da implementação de um algoritmo de fluxo máximo *Ford-Fulkerson* [Ahuja et al. 1993, Cormen et al. 2001] alocando o valor 1 para as capacidades dos arcos. Após a execução do algoritmo de fluxo máximo, um procedimento utiliza o vetor que armazena os predecessores de cada nó para gerar a seqüência de nós da origem até o destino que forma o caminho.

Uma vez que a síntese de todos os caminhos é impraticável para redes de grande porte, utilizou-se um procedimento de busca em profundidade (*depth-first search*) mo-

Algoritmo 1 Heurística baseada em caminhos

procedure *heuristicCFC()*

```

1: for all  $(i, j) \in E \wedge \tau \in \Theta$  do
2:    $u_{ij}(\tau) = 0$ 
3: end for
4: for each requisição  $k \in \mathcal{K}$  do
5:    $\hat{c}_{min} = +\infty$ 
6:    $\hat{P}_{min}^k = \emptyset$ 
7:   for all  $l \in \mathcal{L}(k)$  do
8:     if  $\forall(i, j) \in P_l^k$  e  $\tau \in \Theta$ ,  $f^k(\tau) + u_{ij}(\tau) < C_{ij}$  then
9:       calcula  $\hat{c}_{mean}$ ,  $\hat{c}_{max}$   $\wedge \hat{c} = \alpha \cdot \hat{c}_{max} + (1 - \alpha) \cdot \hat{c}_{mean}$  se requisição  $k$  for encaminhada
          ao longo do caminho de  $P_l^k$ 
10:    end if
11:    if  $\hat{c} < \hat{c}_{min}$  then
12:       $\hat{c}_{min} \leftarrow \hat{c}$ ,  $\hat{P}_{min}^k \leftarrow P_l^k$ 
13:    end if
14:   end for
15:   if  $\hat{c}_{min} = +\infty$  then
16:     fluxo rejeitado
17:   else
18:     encaminha requisição  $k$  ao logo do caminho  $\hat{P}_{min}^k$ 
19:     for all  $(i, j) \in \hat{P}_{min}^k \wedge \tau \in \Theta$  do
20:        $u_{ij}(\tau) = u_{ij}(\tau) + f^k(\tau)$ 
21:     end for
22:   end if
23: end for

```

dificado que identifica caminhos entre origem e destino aleatoriamente. Este procedimento de busca aleatória pode ser aplicado para gerar caminhos adicionais aos caminhos arcos-disjuntos. Maiores detalhes sobre este procedimento podem ser encontrados em [Carlson 2007].

O algoritmo implementado para encontrar todos os caminhos do grafo foi obtido em [Rossum 2006]. Este algoritmo busca recursivamente os caminhos do grafo, partindo do nodo de origem s e navegando pelos nodos adjacentes até atingir o nó de destino t .

5. Análise Experimental e Comparativa dos Modelos com Roteamento On-line

A análise experimental visa demonstrar a viabilidade do modelo baseado em caminhos proposto e compará-lo ao modelo baseado em fluxos [Ricciato e Monaco 2005]. A comparação toma ainda como base limites inferiores computados através da relaxação¹ contínua dos modelos off-line em programação matemática.

¹Seja P um problema de minimização cujo espaço de solução é $S \subseteq \mathbb{R}^n$ com função objetivo $f(x)$. Um problema de minimização P' , com espaço de solução S' e função objetivo $f'(x)$, é uma relaxação de P se:
i) $S \subseteq S'$; ii) $f'(x) \leq f(x)$, $\forall x \in S$. Como exemplo, considere o problema P dado por (1a)–(1j) com $S = \{0, 1\}^{|\mathcal{K}||E|}$. O problema P' dado por (1a)–(1i) e a restrição $r_{ij}^k \in [0, 1]$, $k \in \mathcal{K}$ e $(i, j) \in E$, define uma relaxação para P , pois $S \subseteq S'$ e ambos tem a mesma função objetivo.

Os experimentos com os modelos PLI foram implementados na linguagem de modelagem de programação matemática AMPL [Fourer et al. 2002] e solucionados com solver ILOG-CPLEX [ILOG 2006]. A máquina utilizada possui processador Intel Pentium 4 de 2,66 GHz, 1 GB de memória RAM, e sistema operacional GNU/Linux Mandrake 9.2 com Kernel 2.4.22.

Os experimentos foram realizados com a topologia apresentada na figura 1. Esta topologia contém 10 nós e 18 enlaces, tendo sido obtida a partir da remoção de alguns nós de uma da topologia utilizada em [Ricciato e Monaco 2005]. Esta remoção visou a obtenção de uma rede de menor porte para facilitar a experimentação numérica. Os enlaces representados por uma linha fina têm capacidade denotada por C , enquanto os enlaces representados por uma linha grossa possuem uma capacidade $3C$.

Para cada demanda k em cada fatia de tempo τ , o perfil foi gerado aleatoriamente, variando de 0 a 5 unidades. A capacidade C é de 125 unidades em cada direção. Considerando que cada unidade corresponde a 20Mbps, tem-se que a capacidade C é de 2,5 Gbps e que a máxima reserva de banda por cada requisição é 100Mbps, logo, os enlaces representados por linhas finas têm capacidade $C_{ij} = 2,5$ Gbps enquanto os enlaces representados por linhas grossas têm capacidade $C_{ij} = 7,5$ Gbps.

A duração de cada requisição é de 6 fatias de tempo τ com $\theta = 12$. O motivo da escolha destas condições experimentais é a simplicidade e a não pretensão de representar uma distribuição real de tráfego em redes.

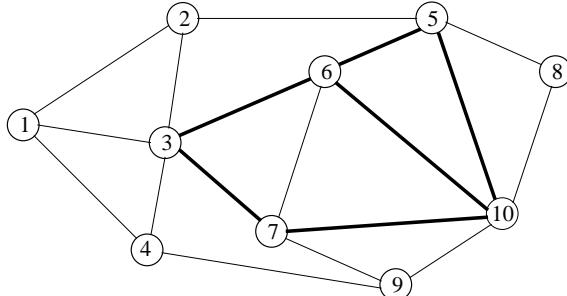


Figura 1. Rede de 10 nós utilizada para realização dos experimentos

Nos experimentos realizados a principal preocupação foi com a corretude dos algoritmos existindo, portanto, a oportunidade de melhorar a implementação e eficiência destes, sendo que mesmo assim, as soluções foram obtidas em um tempo de execução relativamente baixo (menos de 1 segundo).

A obtenção dos resultados utiliza-se do valor médio de dez execuções do modelo PLI e da heurística com diferentes sementes para o gerador de números aleatórios. Utilizou-se no cálculo do critério o valor $\alpha = \frac{1}{2}$ no sentido de não dar preferência exclusiva a nenhum dos critérios.

A seguir serão apresentadas duas tabelas com os resultados obtidos na experimentação numérica para 20 requisições (tabela 1) e 600 requisições (tabela 2). As tabelas contêm os valores do critério c para todas as situações. Para o modelo CFC apresentaram-se diferentes alternativas de número de caminhos. A primeira coluna contém somente caminhos arcoss-disjuntos. As cinco colunas seguintes contêm caminhos

Tabela 1. Valor do critério c - 20 requisições

		Número de Caminhos					
		61	332	575	884	1166	1512
CFC	Relaxação	0,0350	0,0345	0,0343	0,0343	0,0342	0,0342
	Heurística	0,0443	0,0421	0,0424	0,0422	0,0422	0,0430
RM	Relaxação	0,0335					
	Heurística	0,0589					
GAP (%)	Relaxação	5,878	4,479	3,886	0,630	0,545	0,537
	Heurística	-23,765	-27,234	-26,724	-26,952	-27,051	-25,843

adicionais à coluna anterior até atingir o número máximo de caminhos do grafo (última coluna), para cada situação. No caso do modelo RM, somente um valor do critério c é apresentado, pois o modelo não depende do número de caminhos.

A expressão $GAP = 100 \cdot \frac{(CFC - RM)}{RM}$ foi utilizada para obter a diferença percentual entre os valores obtidos para os modelos e é apresentada na tabela como GAP. A comparação é feita entre relaxações e entre heurísticas. Nas comparações, CFC indica o valor do critério c com o modelo CFC (relaxação ou heurística) enquanto RM indica o valor do critério c obtido com o modelo RM (relaxação ou heurística). Vale ressaltar que os encaminhamentos foram realizados em cenários on-line com as heurísticas CFC e RM.

Pode-se observar na tabela 1 que à medida que o número de caminhos aumenta (até atingir o máximo número de caminhos - última coluna) as relaxações CFC se aproximam do valor da relaxação obtida usando o modelo de RM, atingindo uma diferença percentual de aproximadamente 0,5%. Na tabela 2, o comportamento é bastante similar ao da tabela 1, a relaxação CFC se aproxima do valor obtido com a relaxação do modelo RM, apresentando uma diferença percentual de aproximadamente 1%. Estes resultados indicam que o modelo CFC off-line (PLI) se torna equivalente ao modelo RM off-line (PLI) à medida que caminhos são adicionados.

A heurística (on-line) do modelo CFC apresenta pouca variação com o aumento do número de caminhos (diferença de aproximadamente 3% no caso de RM com 20 requisições). Observa-se que a heurística CFC tem um desempenho superior à heurística RM (valores negativos de GAP), atingindo ganhos percentuais de até 25% para os cenários com poucas requisições. À medida que o número de requisições aumenta, os resultados de ambas as heurísticas se aproximam, com a heurística CFC tendo ainda ganhos relativos da ordem de 1% em relação à heurística RM. Isto nos permite concluir que com menos requisições a heurística CFC obtém resultados melhores que a heurística RM, e com o aumento do número de requisições ambas as heurísticas permitem obter resultados similares.

É importante notar que utilizando somente caminhos disjuntos (primeira coluna das tabelas), os valores obtidos pela heurística CFC apresentam bons resultados em relação aos resultados obtidos pela heurística do modelo RM (23% de melhoria para 20 requisições, 1,4% de melhoria para 600 requisições). Deste modo, o modelo CFC poderia substituir com melhoria o modelo RM para realização do encaminhamento on-line de requisições com perfis variantes no tempo.

Tabela 2. Valor do critério c - 600 requisições

		Número de Caminhos					
		1883	9872	17025	25842	34375	43901
CFC	Relaxação	0,5019	0,5014	0,5013	0,5012	0,5011	0,5011
	Heurística	0,5522	0,5550	0,5599	0,5620	0,5569	0,5619
RM	Relaxação	0,4962					
	Heurística	0,5605					
GAP (%)	Relaxação	1,195	1,095	1,074	1,056	1,047	1,047
	Heurística	-1,416	-0,908	-0,035	0,337	-0,584	0,306

6. Tratamento de Restrições no Roteamento

No problema anterior considerou-se no processo de otimização apenas a banda. Entretanto é interessante levar em conta outras restrições associadas às restrições de QoS, tais como atraso, variação do atraso, perda de pacotes e número de saltos, para garantir a qualidade de serviço. Esta seção visa comparar os modelos baseados em caminhos (no caso, CFC) e em fluxos (no caso, RM) para tratar o problema de múltiplas restrições.

O emprego de restrições aditivas é necessário para garantia de QoS em cenários de roteamento, sejam estas restrições impostas nos caminhos das requisições ou nos arcos da rede de comunicação. Contudo, a maioria dos trabalhos encontrados na literatura [Wang e Crowcroft 1999, Banerjee e Sidhu 2002, Suri et al. 2003, Dias et al. 2004] utiliza apenas uma restrição aditiva como, por exemplo, atraso de transmissão (restrição de caminho) ou largura de banda (restrição de arco).

As restrições não aditivas são definidas pelo valor máximo de um conjunto de medidas, sejam estas medidas ao longo do trajeto (e.g., atraso máximo em um arco) ou medidas sobre um arco (e.g., prioridade máxima de requisições enviadas através do arco) [Mieghem e Kuipers 2004, Shima 2006]. No primeiro caso, poder-se-ia estar interessado em limitar o atraso máximo em cada arco do trajeto por questões de potência necessária para transmissão, não apenas o atraso total. No segundo caso, a preocupação estaria em permitir que apenas fluxos de baixa prioridade atravessem o arco, talvez em virtude de sua baixa confiabilidade.

Além disso, têm-se os objetivos aditivos e não aditivos. Um objetivo não aditivo minimiza o valor máximo de um conjunto de valores, por exemplo, o atraso máximo de todas as requisições admitidas e encaminhadas pela rede [Shima 2006]. Por outro lado, um objetivo aditivo minimiza a soma de todos os valores como, por exemplo, o custo monetário de operação da rede dado pela soma dos custos de alocação de recursos em cada enlace.

As restrições podem ser classificadas em restrições baseadas em caminhos e em restrições baseadas em arcos. Quando a restrição é baseada em caminho, o valor é dado pela soma (aditiva) ou pelo máximo/mínimo (não aditiva) dos valores dos arcos ao longo do caminho. Quando a restrição é baseada em arco, o valor é dado pela soma (aditiva) ou pela máxima/mínima (não aditiva) reserva de um recurso feito pelas requisições naquele arco.

A formulação matemática proposta em [Ricciato e Monaco 2005] não considera

a utilização de restrições adicionais. Embora esta abordagem permita tratar restrições de arco adicionais, ela não permite a inclusão de outras restrições de caminhos sem modificações substanciais nos algoritmos. Para tanto, seria necessário substituir o algoritmo de caminhos mínimos de Dijkstra (com tempo polinomial) por um algoritmo de caminhos mínimos sob restrições (NP-Difícil). Por outro lado, as restrições aditivas podem ser tratadas de forma implícita na abordagem proposta neste trabalho, bastando remover da lista de caminhos aqueles que não atendem aos requisitos exigidos pelas requisições. Além disso, as restrições adicionais baseadas em arcos podem ser tratadas da mesma forma que na abordagem de Ricciato e Monaco.

No restante da seção, será apresentada a extensão do modelo CFC para tratamento de múltiplas restrições aditivas e não aditivas com um cenário ilustrativo da abordagem. A extensão do modelo RM é formalizada em [Carlson 2007].

6.1. Modelo CFC com Múltiplas Restrições

$$\text{Min} \quad c = \alpha \cdot c_{max} + (1 - \alpha) \cdot c_{mean} \quad (4a)$$

S. a :

$$\sum_{l \in \mathcal{L}(k)} r_l^k = 1, \quad k \in \mathcal{K} \quad (4b)$$

$$u_{ij}^h(\tau) = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{l \in \mathcal{L}(k)} \{f_{ij}^{k,h}(\tau) \cdot r_l^k \text{ se } (i, j) \in P_l^k\}, \quad (i, j) \in E, \tau \in \Theta, h \in \mathcal{H}_{ad}^{arc} \quad (4c)$$

$$u_k^h(\tau) = \sum_{l \in \mathcal{L}(k)} \sum_{(i, j) \in P_l^k} f_{ij}^h(\tau) \cdot r_l^k, \quad \tau \in \Theta, k \in \mathcal{K}, h \in \mathcal{H}_{ad}^{path} \quad (4d)$$

$$u_k^h(\tau) = \sum_{l \in \mathcal{L}(k)} \max\{f_{ij}^h(\tau) : (i, j) \in P_l^k\} \cdot r_l^k, \quad \tau \in \Theta, k \in \mathcal{K}, h \in \mathcal{H}_{nad}^{path} \quad (4e)$$

$$v_{ij}^h \geq u_{ij}^h(\tau), \quad (i, j) \in E, \tau \in \Theta, h \in \mathcal{H}_{ad}^{arc} \quad (4f)$$

$$v_{ij}^h \leq \lambda_{ij}^h, \quad (i, j) \in E, h \in \mathcal{H}_{ad}^{arc} \quad (4g)$$

$$v_k^h \geq u_k^h(\tau), \quad \tau \in \Theta, k \in \mathcal{K}, h \in \mathcal{H}_{ad}^{path} \cup \mathcal{H}_{nad}^{path} \quad (4h)$$

$$v_k^h \leq \lambda_k^h, \quad k \in \mathcal{K}, h \in \mathcal{H}_{ad}^{path} \cup \mathcal{H}_{nad}^{path} \quad (4i)$$

$$c_{max} \geq \frac{1}{\lambda_{ij}^1} \cdot v_{ij}^1, \quad (i, j) \in E \quad (4j)$$

$$c_{mean} = \frac{1}{|E|} \cdot \sum_{(i, j) \in E} \frac{1}{\lambda_{ij}^1} \cdot v_{ij}^1, \quad (4k)$$

$$r_l^k \in \{0, 1\}, \quad k \in \mathcal{K}, l \in \mathcal{L}(k) \quad (4l)$$

onde:

- \mathcal{H}_{ad}^{arc} é o conjunto de índices das restrições aditivas sobre arcos;
- \mathcal{H}_{ad}^{path} é o conjunto de índices das restrições aditivas sobre caminhos;
- \mathcal{H}_{nad}^{path} é o conjunto de índices das restrições não aditivas sobre caminhos;
- r_l^k assume o valor 1 se a requisição k é encaminhada pelo caminho l e 0 caso contrário;

- $u_{ij}^h(\tau)$ é a reserva do recurso h no enlace (i, j) para o período τ ;
- $f^{k,h}(\tau)$ é o perfil de consumo do recurso h correspondente à requisição k durante o período τ ;
- $f_{ij}^h(\tau)$ é o perfil de consumo do recurso h no arco (i, j) durante o período τ ;
- $u_k^h(\tau)$ é a reserva do recurso h pela requisição k para o período τ ;
- v_{ij}^h é a máxima reserva do recurso aditivo h para o enlace (i, j) considerando todos os períodos de tempo;
- λ_{ij}^h é a quantidade de recurso aditivo h disponível no arco (i, j) ;
- v_k^h é a máxima reserva do recurso h para a requisição k considerando todos os períodos de tempo;
- λ_k^h é a quantidade de recurso h disponível para a requisição k ;
- c_{max} é a máxima reserva percentual de todos os picos de banda ($h = 1$) considerando todos os enlaces e períodos de tempo;
- c_{mean} é a média percentual dos picos de banda para todos os períodos e enlaces;
- $|E|$ é a cardinalidade de E , ou seja, o número de enlaces;
- P_l^k é o l -ésimo caminho do conjunto de caminhos disponíveis para encaminhamento da k -ésima requisição; e
- $\mathcal{L}(k) = \{1, 2, \dots, l(k)\}$ corresponde ao conjunto de índices dos caminhos tendo origem s_k e destino d_k e $l(k)$ é o número de caminhos disponíveis para a requisição k .

Assume-se que $h = 1$ corresponde à disponibilidade de banda dos enlaces, ou seja, $1 \in \mathcal{H}_{ad}^{arc}$. Como exemplo, defini-se que $h = 1$ corresponde à disponibilidade de banda nos enlaces, $h = 2$ corresponde ao atraso no caminho P_l^k ($\mathcal{H}_{ad}^{path} = \{2\}$) e $h = 3$ corresponde à confiabilidade do caminho P_l^k ($\mathcal{H}_{nad}^{path} = \{3\}$);

6.2. Exemplo Ilustrativo

Esta seção apresenta um exemplo ilustrativo da utilização de restrições adicionais. Para ilustrar a adição de restrições, foi realizado um ensaio tendo como restrição adicional o número de saltos pelos quais os pacotes podem transitar.

6.2.1. Cenário

O ensaio foi realizado utilizando o grafo da figura 2, que apresenta junto aos arcos suas capacidades.

Cinco requisições entre o nó origem 2 e o nó destino 6 foram geradas demandando 10 unidades de banda cada. Em seguida, outras cinco requisições foram geradas entre o nó origem 5 e nó destino 1 demandando 10 unidades de banda cada. $\mathcal{H}_{\nabla}^{\nabla} = \{\infty\}$ corresponde a restrição de banda de arco, $\mathcal{H}_{\nabla}^{\nabla} = \{\infty\}$ corresponde a restrição de número de saltos e $\mathcal{H}_{\nabla}^{\nabla} = \{\emptyset\}$. O modelo PLI CFC (equações (3a) – (3h)) foi solucionado utilizando o CPLEX [ILOG 2006], com $\alpha = \frac{1}{2}$, $\Theta = 1$ e tendo como restrição 4 saltos². Para o par de nós 2 e 6, existem 5 caminhos possíveis e para o par de nós 5 e 1 existem 6 caminhos possíveis, ambos com o número de saltos variando de 3 a 6.

²Note que a solução do modelo CFC estendido (4a)–(4l) pode ser feita com o modelo CFC (3a) – (3h), bastando para tanto utilizar apenas caminhos que satisfazem a restrição de número de saltos.

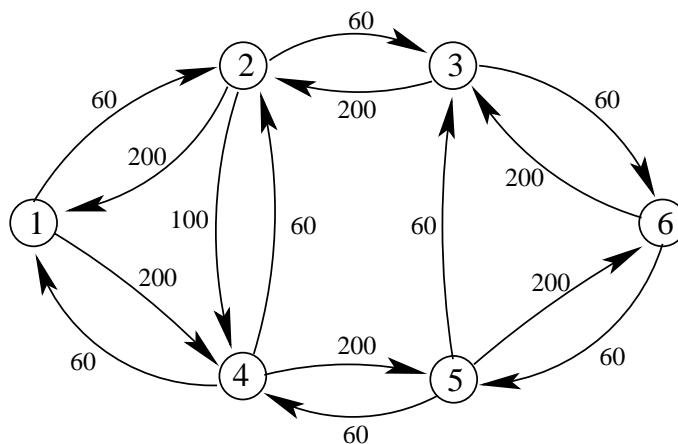


Figura 2. Grafo de 6 nós para exemplificar adição da restrição de saltos

Tabela 3. Caminhos utilizados para solução dos modelos

2 → 6	Sem restrição		CFC
	CFC	RM	
req. 1	2 → 4 → 5 → 6	2 → 1 → 4 → 5 → 6	2 → 4 → 5 → 6
req. 2	2 → 1 → 4 → 5 → 6	2 → 4 → 5 → 6	2 → 4 → 5 → 6
req. 3	2 → 3 → 6	2 → 1 → 4 → 5 → 6	2 → 4 → 5 → 6
req. 4	2 → 4 → 5 → 6	2 → 3 → 6	2 → 4 → 5 → 6
req. 5	2 → 4 → 5 → 6	2 → 4 → 5 → 6	2 → 4 → 5 → 6
5 → 1			
req. 6	5 → 6 → 3 → 2 → 1	5 → 4 → 1	5 → 3 → 2 → 1
req. 7	5 → 3 → 2 → 1	5 → 3 → 2 → 1	5 → 3 → 2 → 1
req. 8	5 → 6 → 3 → 2 → 1	5 → 6 → 3 → 2 → 1	5 → 4 → 1
req. 9	5 → 4 → 1	5 → 6 → 3 → 2 → 1	5 → 4 → 1
req. 10	5 → 3 → 2 → 1	5 → 3 → 2 → 1	5 → 3 → 2 → 1

6.2.2. Resultados Numéricos

A tabela 3 apresenta a solução para as 10 requisições utilizando o modelo CFC com todos os caminhos, sem restrição e com a restrição de número de saltos, e para o modelo RM sem restrição.

Pode-se observar que os modelos RM e CFC sem restrições não garantem o número de saltos desejado (4), como era esperado, enquanto o modelo CFC com restrições atende os requisitos de número máximo de saltos utilizando a mesma heurística. No caso do modelo RM seria necessário a implementação de uma nova heurística.

A figura 3 apresenta para cada enlace (i, j) a máxima reserva de banda (v_{ij}^1) e a capacidade (λ_{ij}^1) para o modelo CFC com restrição do número de saltos. Para o caso anterior, 5 requisições entre os nós 2 e 6, de 10 unidades cada, são encaminhadas ao longo do caminho representando pelos arcos $2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$ (tracejados), totalizando 50 unidades. Três requisições entre os nós 5 e 1, de 10 unidades cada, são encaminhadas ao longo do caminho representado pelos arcos $5 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ (traços-pontilhados), totalizando

30 unidades. Duas requisições são encaminhadas do nó 5 para o nó 1 ao longo do caminho representado pelos arcos $5 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ (pontilhados), totalizando 20 unidades. A soma das unidades encaminhadas corresponde às 100 unidades que se desejava encaminhar.

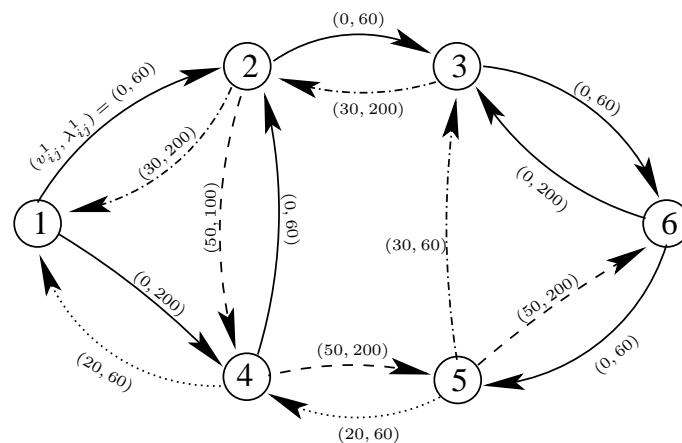


Figura 3. Ocupação dos arcos com restrição do número de saltos usando o modelo CFC.

A figura 4 apresenta para cada enlace (i, j) a máxima reserva de banda (v_{ij}^1) e a capacidade (λ_{ij}^1) para o modelo RM (sem restrição no número de saltos), pois não é possível tratar esta restrição implicitamente pela heurística. Um fluxo de 20 unidades é encaminhado do nó 2 para o nó 6 ao longo do caminho $2 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$. Um fluxo de 20 unidades é encaminhado do nó 2 para o nó 6 ao longo do caminho $2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$. Um fluxo de 10 unidades é encaminhado do nó 2 para o nó 6 ao longo do caminho $2 \rightarrow 3 \rightarrow 6$. Um fluxo de 20 unidades é encaminhado do nó 5 para o nó 1 ao longo do caminho $5 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$. Um fluxo de 20 unidades é encaminhado do nó 5 para o nó 1 ao longo do caminho $5 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$. Um fluxo de 10 unidades é encaminhado do nó 5 para o nó 1 ao longo do caminho $5 \rightarrow 4 \rightarrow 1$.

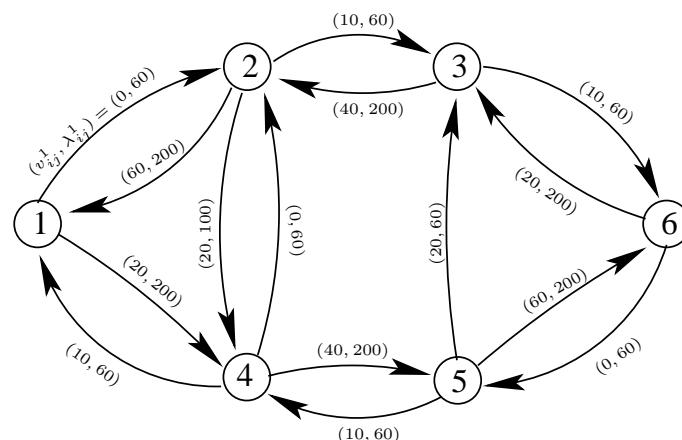


Figura 4. Ocupação dos arcos usando o modelo RM (sem restrição de saltos).

6.2.3. Discussão

Para obter a solução de encaminhamento com múltiplas restrições no caso do modelo CFC, necessita-se apenas que a heurística remova os caminhos que não possuem recursos necessários para encaminhar as requisições sem violar as restrições de caminho. O modelo CFC permite tratar de forma implícita todas as restrições baseadas em caminhos, tanto aditivas como não aditivas. Deste modo, tendo apenas uma restrição aditiva de arco, como largura de banda, por exemplo, pode-se resolver o modelo CFC estendido (equações (4a) – (4l)) utilizando o modelo básico (equações (3a) – (3h)), bastando para isso remover os caminhos que não satisfazem a restrição.

Diferentemente do modelo CFC, o modelo RM foi formulado como um modelo baseado em fluxo em redes tornando complexo o tratamento de restrições adicionais. A heurística RM necessitaria resolver um problema de caminhos mínimos sob restrições [Beasley e Christofides 1989] ao invés de resolver um caminho mínimo sem restrições (utilizando o algoritmo de Dijkstra) a cada encaminhamento.

Segundo [Shima 2006], caminhos mínimos sob uma única restrição são classificados como NP-Difíceis. No caso do roteamento com QoS, é necessário considerar múltiplas restrições. O problema de roteamento com QoS que considera múltiplas restrições é classificado como NP-Difícil, não sendo prático resolver tais problemas de forma exata [Mieghem e Kuipers 2004]. Logo, a heurística CFC se apresenta como uma alternativa para a solução dos problemas de roteamento com QoS sob múltiplas restrições.

7. Comentários Finais

Este artigo propôs uma abordagem baseada em caminhos para otimização do uso global de recursos numa rede MPLS intra-domínio, considerando situações de demandas de fluxos com perfis de banda predefinidos variantes no tempo que pode ser facilmente estendido para tratar múltiplas restrições. Inicialmente, foi apresentado um estudo com experimentos numéricos de roteamento que leva em conta apenas a alocação de banda. A seguir, considerou-se que o roteamento leva em conta não somente requisitos de banda, mas também outras métricas que caracterizam a qualidade de serviço dos fluxos.

A solução para roteamento on-line foi obtida através de uma heurística baseada em caminhos. Uma formulação em PLI para definir limites inferiores a serem empregados na avaliação da qualidade dos resultados foi proposta. Uma comparação do modelo proposto baseado em caminhos em relação ao modelo existente baseado em fluxo em redes foi apresentada e discutida.

A relaxação do modelo CFC comparado com a do modelo RM, no caso de roteamento on-line, obteve resultados próximos com uma diferença menor que 1%, o que demonstra que o modelo CFC pode substituir plenamente o modelo RM para o encaminhamento de fluxos. A heurística do modelo CFC apresenta melhores resultados em relação à heurística do modelo RM em particular em situações de baixa demanda. Com o aumento do número de requisições os resultados passam a ficar muito próximos. Deste modo, é possível concluir que a heurística proposta possibilita um encaminhamento de fluxos de mesma qualidade ou melhor que a heurística do modelo RM.

Para tratar do caso de múltiplas restrições – banda e métricas de QoS – foi proposta uma formulação estendida do modelo CFC, a qual possibilita a utilização de restrições

adicionais às utilizadas no modelo anterior e do modelo em fluxo em redes. Com a heurística CFC é possível tratar explicitamente estas restrições adicionais sem alterá-la, bastando para isso remover os caminhos que não atendem aos requisitos exigidos pelas requisições. No caso dos modelos baseados em fluxo (como RM), seria necessário propor uma nova heurística.

Como trabalho futuro se prevê a realização de experimentos incluindo múltiplas restrições (outras métricas além do número mínimo de saltos), o uso desta abordagem para casos reais e eventualmente a construção e implementação de uma ferramenta de gerência de redes baseada na proposta.

Referências

- Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., e Orlin, J. B. (1993). *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*. Prentice Hall.
- Awduche, D. O. (1999). MPLS and traffic engineering in IP networks. *IEEE Communications Magazine*, 37(12):42–47.
- Banerjee, G. e Sidhu, D. (2002). Comparative analysis of path computation techniques for MPLS traffic engineering. *Computer Networks: The Int. Journal of Computer and Telecommunications Networking*, 40(17):149–165.
- Beasley, J. E. e Christofides, N. (1989). An algorithm for the resource constrained shortest path problem. *Networks*, 19:379–394.
- Carlson, A. C. (2007). Roteamento Baseado em Caminhos com Perfis Variantes no Tempo. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Carlson, A. C., Farines, J.-M., e Camponogara, E. (2007). Roteamento com perfis de banda variantes no tempo: Uma abordagem baseada em caminhos. In *Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores e Sistemas Distribuídos 2007*.
- Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. I., e Stein, C. (2001). *Introduction to Algorithms*. MIT Press, 2 edition.
- Dias, R. A., Farines, J.-M., Camponogara, E., Willrich, R., e Campestrini, A. O. (2004). Engenharia de tráfego dinâmica em redes IP sobre tecnologia MPLS: Otimização baseada em heurísticas. In *Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores 2004*.
- Fourer, R., Gay, D. M., e Kernighan, B. W. (2002). *AMPL: A Modeling Language for Mathematical Programming*. Duxbury Press, 2 edition.
- ILOG (2006). CPLEX. <http://www.ilog.com>.
- Kar, K., Kodialam, M., e Lakshman, T. (2000). Minimum interference routing of bandwidth guaranteed tunnels with MPLS traffic engineering applications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 18(12):2566–2579.
- Mieghem, P. V. e Kuipers, F. A. (2004). Concepts of exact QoS routing algorithms. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 12(5):851–864.
- Orda, A. e Sprintson, A. (2003). Precomputation schemes for QoS routing. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 11(4):578–591.

- Plotkin, S. A. (1995). Competitive routing of virtual circuits in ATM networks. *IEEE Journal of Selected Areas in Communications*, 13(6):1128–1136.
- Ricciato, F. e Monaco, U. (2005). Routing demands with time-varying bandwidth profiles on a MPLS network. *Computer Networks: The Int. Journal of Computer and Telecommunications Networking*, 47:47–61.
- Rossum, G. V. (2006). Python patterns – implementing graphs. <http://www.python.org/>.
- Shima, R. B. (2006). Caminhos Mínimos sob Restrições: Uma Revisão e Aplicações. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Suri, S., Waldvogel, M., Bauer, D., e Warkhede, P. R. (2003). Profile-based routing and traffic engineering. *Computer Communications*, 26(4):351–365.
- Wang, Z. e Crowcroft, J. (1999). Bandwidth-delay based routing algorithms. In *Proceedings of IEEE GLOBECOM*.