

# **Impacto da Solução Inicial na Otimização por *Simulated Annealing*: Uma Análise Comparativa entre GRASP e HPG**

**João Lucas Mayrinck<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas – Universidade Federal de Viçosa –  
Campus Rio Paranaíba

Caixa Postal 22 – 38.810-000 – Rio Paranaíba – MG – Brasil

joao.d@ufv.br

**Abstract.** *This paper evaluates the impact of constructive heuristics (Partially Greedy Heuristic – PGH and GRASP) on the quality of the final solution when combined with Simulated Annealing (SA) for the Parallel Machine Maintenance Scheduling Problem (PMMSP). The main objective is to investigate how the choice of constructive heuristic for generating the initial solution affects SA's performance in terms of makespan and computational time. Random instances based on data from an ERP system of a mining company were used. The results showed that the GRASP+SA approach consistently outperformed PGH+SA, achieving better-quality makespans and lower computational times, especially for more complex instances. The study highlights the effectiveness of hybrid approaches as efficient tools for complex industrial maintenance problems, balancing solution quality and computational effort.*

**Keywords:** *Heuristics; Metaheuristics; PGH; GRASP; Simulated Annealing; Industrial Maintenance; PMMSP.*

**Resumo.** *Este artigo avalia o impacto de heurísticas construtivas (Heurística Parcialmente Gulosa - HPG e GRASP) na qualidade da solução final quando combinada com o Simulated Annealing (SA) para o problema de sequenciamento de tarefas de manutenção em máquinas paralelas (PSTEEM). O objetivo principal é investigar como a escolha da heurística construtiva para gerar a solução inicial afeta a performance do SA em termos de makespan e tempo computacional. Foram utilizadas instâncias aleatórias baseadas em dados de um sistema ERP de uma indústria de mineração. Os resultados demonstraram que a abordagem GRASP+SA consistentemente superou a HPG+SA, alcançando makespans de melhor qualidade e apresentando um tempo computacional mais baixo, especialmente para instâncias de maior complexidade. O estudo evidencia a eficácia de abordagens híbridas como ferramentas eficientes para problemas complexos de manutenção industrial, equilibrando qualidade da solução e tempo computacional.*

**Palavras-Chave:** *Heurísticas; Meta-heurísticas; HPG; GRASP; Simulated Annealing; Manutenção Industrial; PSTEEM.*

## 1. Introdução

Problemas de otimização combinatória, como o sequenciamento de tarefas de manutenção em máquinas paralelas, são frequentemente abordados com o uso de meta-heurísticas devido à sua complexidade computacional [Pinedo, 2016]. O presente estudo trata do Problema de Sequenciamento de Tarefas, Equipamentos e Equipes de Manutenção (PSTEEM), que envolve a alocação de atividades em máquinas paralelas, respeitando restrições de precedência, disponibilidade de equipes e janelas de tempo. O objetivo é minimizar o *makespan*, ou seja, o tempo total para conclusão de todas as tarefas [Baker & Trietsch, 2018]. Abordagens híbridas, que combinam heurísticas construtivas com meta-heurísticas de busca local, têm se mostrado eficazes na obtenção de soluções de alta qualidade. O *Simulated Annealing* (SA) é uma meta-heurística poderosa, mas sua performance pode ser sensível à qualidade da solução inicial [Glover e Kochenberger, 2003]. Este estudo foca na comparação de duas heurísticas construtivas, a Heurística Parcialmente Gulosa (HPG) e o GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*), quando utilizadas para gerar a solução inicial para o SA. A hipótese central é que a qualidade da solução inicial fornecida pela heurística construtiva tem um impacto significativo na capacidade do SA de encontrar soluções ótimas ou quase ótimas. As contribuições esperadas deste estudo são multifacetadas, busca-se aprofundar a compreensão sobre a interação entre heurísticas construtivas e metaheurísticas de busca local e oferecer diretrizes práticas para a seleção da abordagem mais adequada em cenários reais através da análise comparativa entre HPG+SA e GRASP+SA.

## 2. Referencial Teórico

O *Simulated Annealing* (SA), introduzido por Kirkpatrick et al. (1983), é uma meta-heurística de busca local que explora o espaço de soluções aceitando movimentos para soluções piores com uma certa probabilidade, permitindo escapar de ótimos locais. A qualidade da solução inicial para o SA é um fator importante, pois pode influenciar a trajetória de busca e a qualidade da solução final [Glover, 1986; Lourenço et al., 2007].

A Heurística Parcialmente Gulosa (HPG) é uma abordagem que constrói uma solução passo a passo, tomando decisões baseadas em critérios gulosos, mas com um elemento de aleatoriedade para explorar diferentes caminhos [Pinedo, 2016; Rodrigues, 2023]. O GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*), proposto por Resende e Ribeiro (2003), é uma meta-heurística *multi-start* que combina uma fase de construção gulosa-randomizada com uma fase de busca local [Feo e Resende, 1995]. A fase de construção do GRASP gera soluções iniciais de alta qualidade, que são então aprimoradas pela busca local.

Estudos prévios mostraram a eficácia dessa combinação (GRASP+SA): Guimarães et al. (2020) utilizaram uma abordagem GRASP-SA para problemas de escalonamento multiobjetivo, enquanto Al-Fawzan (2009) e Delavar et al. (2016) compararam SA e GRASP em problemas de alocação e escalonamento, demonstrando o potencial dessa combinação. No contexto específico de sequenciamento de manutenção, o estudo apresentado por Rodrigues (2023) explorara o uso do SA combinado com a heurística HPG, oferecendo uma base empírica para este trabalho.

O presente estudo busca complementar essa literatura ao analisar especificamente o impacto da heurística construtiva — alternando entre ambas heurísticas — na qualidade da solução final do SA.

### **3. Metodologia**

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa aplicada e de natureza quantitativa, voltada à comparação experimental de heurísticas construtivas associadas a uma meta-heurística de busca local. A abordagem metodológica adotada é experimental e comparativa, uma vez que as heurísticas foram implementadas e avaliadas em condições controladas, utilizando instâncias geradas artificialmente a partir de dados reais de uma indústria de mineração [Rodrigues, 2022].

Para garantir a validade da análise, foram consideradas três dimensões: (i) definição do problema de sequenciamento de tarefas de manutenção em máquinas paralelas (PSTEEM); (ii) geração de instâncias representativas; e (iii) aplicação das abordagens híbridas HPG+SA e GRASP+SA, seguidas da análise comparativa.

#### **3.1. Problema de Sequenciamento de Tarefas de Manutenção**

O problema abordado é o Problema de Sequenciamento de Tarefas, Equipamentos e Equipes de Manutenção, que envolve a alocação de tarefas de manutenção a máquinas paralelas, considerando janelas de tempo de máquinas, disponibilidade de equipes e precedências entre tarefas. O objetivo é minimizar o *makespan*, ou seja, o tempo total para a conclusão de todas as tarefas [Baker & Trietsch 2018]. As instâncias utilizadas foram geradas aleatoriamente baseadas em dados reais de um sistema ERP de uma indústria de mineração descritos no trabalho de Rodrigues (2022) e classificadas em categorias de complexidade (pequenas, médias e grandes), seguindo a classificação do artigo original. O cenário do problema e as restrições consideradas neste estudo seguem integralmente a formulação apresentada por Rodrigues (2022), garantindo comparabilidade entre os resultados.

#### **3.2. Abordagens Híbridas**

Serão implementadas e comparadas duas abordagens híbridas:

##### **3.2.1. HPG+SA**

Nesta abordagem, a Heurística Parcialmente Gulosa será utilizada para gerar a solução inicial para o *Simulated Annealing*. A HPG construirá uma solução passo a passo, com um grau de aleatoriedade para diversificar as soluções iniciais. O SA então refinará essa solução inicial, explorando a vizinhança para encontrar um *makespan* menor.

##### **3.2.2. GRASP+SA**

Nesta abordagem, a fase de construção gulosa-randomizada do GRASP será utilizada para gerar a solução inicial para o *Simulated Annealing*. O GRASP, por sua natureza *multi-start* e com sua fase de busca local, pode fornecer soluções iniciais de maior qualidade em comparação com uma HPG simples. O SA, por sua vez, atuará como a fase de busca local para aprimorar ainda mais a solução gerada pelo GRASP.

#### **3.3. Cenários e Instâncias**

Foram utilizados os mesmos conjuntos de instâncias para ambas as abordagens, permitindo uma comparação pareada e justa. Baseado no trabalho de Rodrigues (2022), foram definidos 10 conjuntos de 3 parâmetros (atividades, equipamentos e equipe) por classe ilustrados na Tabela 1, utilizando esses conjuntos de parâmetros foram geradas 10 instâncias aleatórias para cada conjunto a fim de garantir a robustez dos resultados e permitir a análise estatística da estabilidade das soluções. O cenário do problema e as restrições consideradas neste estudo seguem integralmente a formulação apresentada por Rodrigues (2022), garantindo comparabilidade entre os resultados.

	Atividades	Equipamentos	Equipes
PEQUENAS	3	4	2
	5	9	3
	9	9	5
	10	15	5
	13	18	4
	18	20	4
	18	23	6
	18	25	6
	20	28	7
	20	30	8
MÉDIAS	27	30	8
	35	38	8
	35	40	9
	35	42	9
	50	55	9
	65	55	10
	58	65	10
	70	60	11
	70	75	11
GRANDES	80	75	11
	80	90	11
	110	100	19
	120	100	19
	140	110	19
	140	110	20
	150	120	20
	160	120	20
	160	130	21
	165	130	21
	165	140	21

**Tabela 1: Parâmetros das instâncias**

Fonte: Rodrigues (2022)

### 3.4. Métricas de Avaliação

O desempenho das meta-heurísticas será avaliado com base nas seguintes métricas:

- **Makespan:** O valor mínimo do *makespan* alcançado por cada método;
- **Tempo Computacional:** O tempo necessário para cada algoritmo encontrar a solução;
- **Estabilidade da Solução:** Avaliada pelo desvio padrão dos *makespans* obtidos em múltiplas execuções para a mesma instância.

### 3.5. Análise Estatística

Para comparar estatisticamente o desempenho das duas abordagens, será aplicado o teste de Wilcoxon. Este teste não paramétrico é adequado para comparar duas amostras pareadas quando os dados não seguem uma distribuição normal, o que é comum em resultados de otimização [Siegel & Castellan, 1988, Manoukian, 2022]. O teste de Wilcoxon permitiu determinar estatisticamente a significância das diferenças observadas no *makespan* e no tempo computacional entre HPG+SA e GRASP+SA, permitindo quantificar o impacto da heurística construtiva na qualidade da solução final.

## 4. Resultados

Os resultados das simulações comparando as abordagens HPG+SA e GRASP+SA são apresentados a seguir, com foco no *makespan* e no tempo computacional, bem como na análise estatística para determinar a significância das diferenças observadas.

### 4.1. Comparação de Desempenho (*Makespan*)

O desempenho das abordagens HPG+SA e GRASP+SA em termos de *makespan* ao longo da execução das instâncias é ilustrado na Figura 1. Observa-se que ambas as abordagens demonstram uma melhoria contínua na qualidade da solução (redução do *makespan*) à medida que o tamanho das instâncias aumenta. No entanto, a abordagem GRASP+SA (linha roxa) consistentemente atinge *makespans* menores e converge de forma mais acentuada em comparação com a HPG+SA (linha azul). Isso sugere que a solução inicial gerada pelo GRASP permite que o *Simulated Annealing* explore o espaço de busca de maneira mais eficaz, resultando em soluções de *makespan* mais próximas de soluções ótimas.

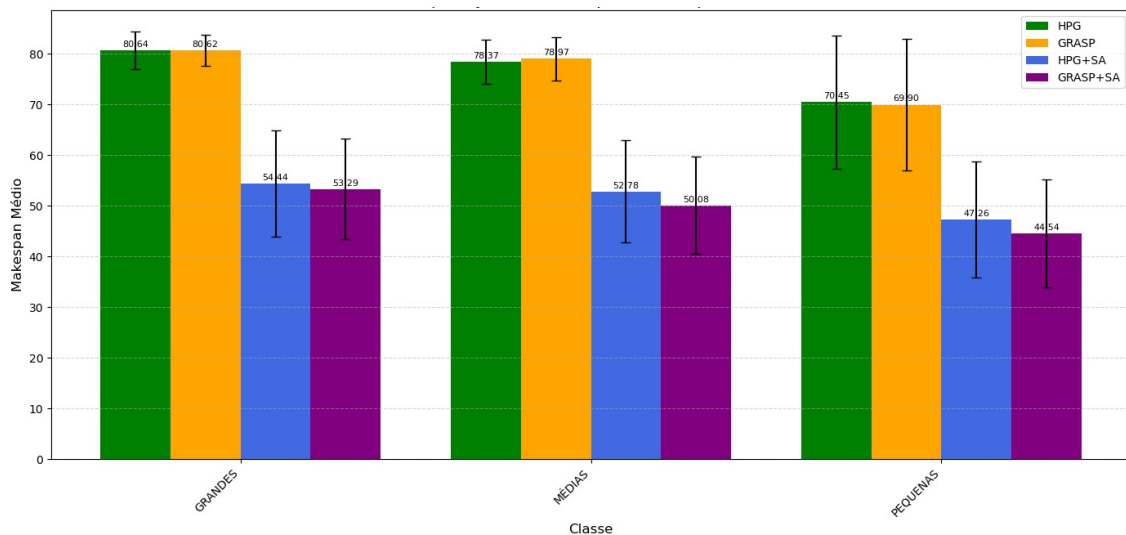
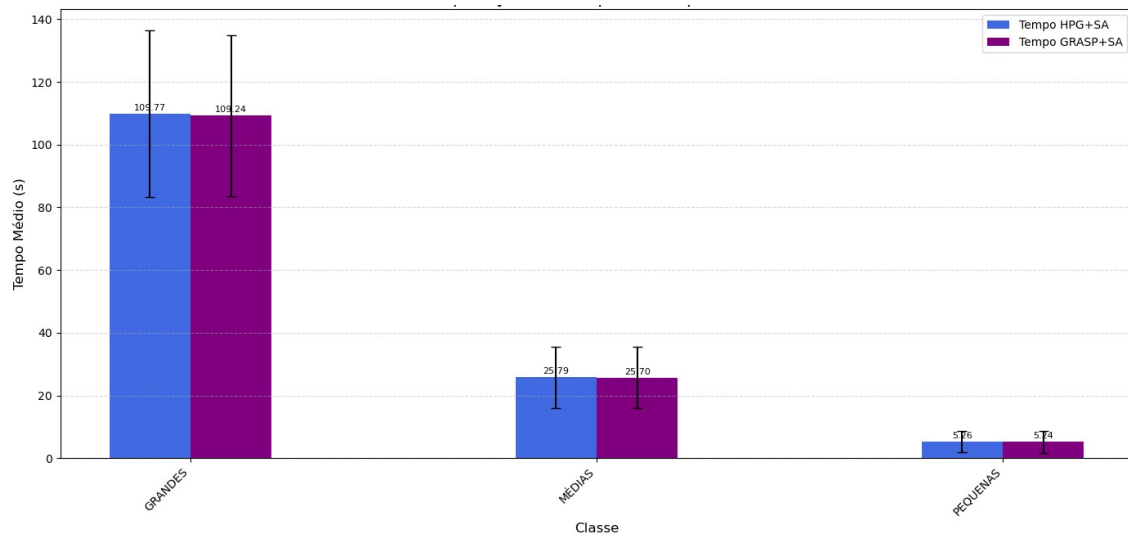


Figura 1: Comparação de *makespan* médio por classe

### 4.2. Comparação de Tempo de Execução

A análise do tempo computacional, apresentada na Figura 2, revela uma diferença sutil, porém crescente entre as duas abordagens. A abordagem HPG+SA apresenta um tempo de execução um pouco maior em comparação com a GRASP+SA. Embora a diferença nos tempos de execução seja pouco significativa para as instâncias testadas, os dados ilustrados na Figura 4 sugerem que conforme a instância aumenta, a diferença se torna mais significativa. Sendo assim a abordagem GRASP+SA demonstra tanto

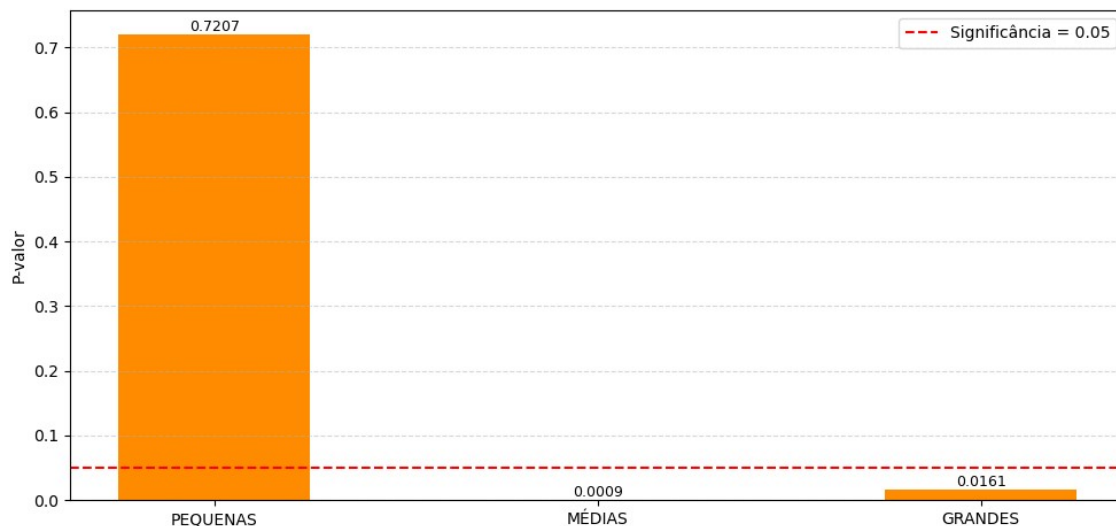
superioridade na qualidade da solução final (*makespan*) quanto com um custo computacional mais baixo.



**Figura 2: Comparação de tempo de execução médio por classe**

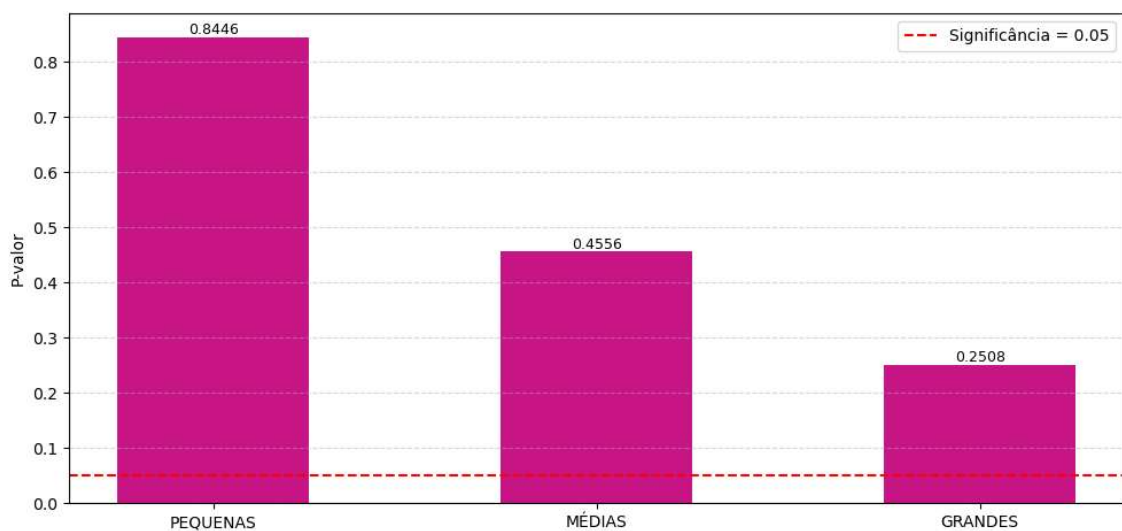
### 4.3. Análise Estatística

Para avaliar a significância estatística das diferenças observadas, foi aplicado o teste de Wilcoxon. Os p-valores resultantes para o *makespan* das heurísticas HPG e GRASP quando combinadas ao SA são apresentados na Figura 3.



**Figura 3: Comparação do p-valor no teste de Wilcoxon**

Tradicionalmente, um p-valor menor que 0.05 (indicado pela linha vermelha na Figura 3) é considerado estatisticamente significativo. Embora a diferença observada entre o desempenho dos algoritmos observado na Figura 1 seja sutil, os resultados do teste de Wilcoxon demonstram que — para conjuntos de instâncias médias e grandes — essa diferença é estatisticamente significativa com um nível de confiança de 95%. Isso implica as diferenças podem ser consideradas robustas do ponto de vista estatístico com o tamanho de amostra e as condições atuais para o problema abordado.



**Figura 4: Comparação do p-valor dos os tempos de execução no teste de Wilcoxon**

Conforme dito na Seção 4, os resultados do teste de Wilcoxon sugerem que — apesar de sutil para os as instâncias testadas — a significância da diferença entre os tempos de execução das abordagens testadas tende a aumentar de acordo com o aumento do tamanho das instâncias em cenários similares ao problema abordado.

#### 4.4. Tabela Comparativa

A Tabela 2 sumariza as características e o desempenho das heurísticas HPG e GRASP, destacando suas diferenças fundamentais. Esta comparação ajuda a entender como as características de cada heurística influenciam o desempenho quando combinadas com o *Simulated Annealing*.

Classe	Atividades	Equipamentos	Equipes	HPG	GRASP	HPG+SA	GRASP+SA
GRANDES	80	90	11	77.0	81.1	53.1	57.7
GRANDES	110	100	19	79.5	80.7	53.0	53.7
GRANDES	120	110	19	82.5	82.1	56.3	52.7
GRANDES	140	110	19	80.4	80.1	54.9	53.6
GRANDES	140	110	20	81.6	80.1	53.9	54.8
GRANDES	150	120	20	81.3	81.0	58.4	54.2
GRANDES	160	120	20	81.9	81.7	51.8	50.7
GRANDES	160	130	21	81.6	80.6	53.4	54.1
GRANDES	165	130	21	79.3	79.7	52.4	50.6
GRANDES	165	140	21	81.3	79.1	57.2	50.8
MÉDIAS	27	30	8	76.2	78.9	47.8	55.3
MÉDIAS	35	38	8	78.9	79.2	51.2	53.3
MÉDIAS	35	40	9	78.0	78.4	52.8	52.6
MÉDIAS	35	42	9	78.2	77.7	54.3	50.5
MÉDIAS	50	55	9	79.4	80.2	54.4	48.3
MÉDIAS	58	65	10	79.4	80.9	54.4	49.8
MÉDIAS	65	55	10	77.9	77.9	59.4	50.6
MÉDIAS	70	60	11	78.7	79.3	49.9	50.7
MÉDIAS	70	75	11	78.3	78.7	50.3	43.4
MÉDIAS	80	75	11	78.7	78.5	53.3	46.3
PEQUENAS	3	4	2	38.4	38.4	32.1	32.1
PEQUENAS	5	9	3	61.6	59.9	38.8	38.1
PEQUENAS	9	9	5	66.8	68.7	42.2	44.7
PEQUENAS	10	15	5	76.7	77.2	48.7	42.4
PEQUENAS	13	18	4	78.5	77.9	55.0	48.0
PEQUENAS	18	20	4	77.9	75.0	50.3	42.8
PEQUENAS	18	23	6	75.0	75.7	46.6	50.4
PEQUENAS	18	25	6	76.7	76.5	54.9	54.8
PEQUENAS	20	28	7	78.7	78.7	55.5	51.3
PEQUENAS	20	30	8	74.2	71.0	48.5	40.8

**Tabela 2: Comparação média dos resultados por parâmetros**

## 5. Discussão

A escolha da heurística construtiva para gerar a solução inicial em abordagens híbridas que combinam heurísticas com *Simulated Annealing* demonstra ter um impacto significativo na qualidade da solução final e no tempo computacional. Conforme evidenciado pelos resultados apresentados na Seção 4, a abordagem GRASP+SA consistentemente superou a HPG+SA em termos de *makespan*, alcançando soluções de melhor qualidade e mais próximas do ótimo. Esta superioridade do GRASP+SA pode ser atribuída à sua fase de construção gulosa-randomizada, que, por sua natureza, é capaz de gerar soluções iniciais de maior qualidade e mais diversificadas em comparação com a HPG.

A fase de construção do GRASP, ao incorporar um elemento de aleatoriedade controlada, permite uma exploração mais ampla do espaço de soluções iniciais, evitando que o SA fique preso em ótimos locais desde o início. Essa capacidade de fornecer um ponto de partida mais promissor para o SA é crucial, pois a trajetória de busca do SA é fortemente influenciada pela sua solução inicial. A busca local intrínseca ao GRASP também contribui para refinar essas soluções iniciais antes mesmo da aplicação do SA, potencializando ainda mais a capacidade do SA de convergir para *makespans* menores e de maior qualidade.

Um ponto crucial revelado pela análise dos resultados é que a superioridade do GRASP+SA não se restringe apenas à qualidade da solução, mas também se estende ao tempo computacional, sugerindo que a eficiência na geração de soluções iniciais de alta qualidade pelo GRASP não apenas melhora o *makespan* final, mas também otimiza o processo de busca do SA, levando a uma convergência mais rápida e, consequentemente, a um menor tempo de execução geral. Este achado é de grande relevância, pois elimina a necessidade de comprometer a qualidade da solução em prol da velocidade.

A análise estatística, por meio do teste de Wilcoxon, reforça a robustez dos resultados observados. Embora as diferenças visuais no *makespan* possam parecer sutis para algumas instâncias, a significância estatística para conjuntos de instâncias médias e grandes, com um nível de confiança de 95%, valida a superioridade da abordagem GRASP+SA. Isso implica que as melhorias obtidas com o uso combinado de GRASP+SA não são meramente aleatórias, mas representam um desempenho consistentemente superior em cenários mais complexos e realistas, que são de maior interesse para aplicações industriais.

As implicações práticas desta descoberta para o desenvolvimento de algoritmos híbridos para problemas de sequenciamento de manutenção são profundas. Para problemas onde a qualidade da solução é primordial e a eficiência computacional é igualmente importante, a integração de heurísticas construtivas mais sofisticadas, como o GRASP, com meta-heurísticas de busca local como o SA, é uma estratégia altamente eficaz. A capacidade do GRASP de fornecer soluções iniciais de alta qualidade, que não apenas melhoram o *makespan*, mas também reduzem o tempo de execução do SA, o torna uma ferramenta poderosa para otimização em ambientes industriais. A compreensão dessas dinâmicas permite aos desenvolvedores de algoritmos e engenheiros de manutenção tomar decisões informadas sobre a escolha e o design de ferramentas de otimização mais eficientes e robustas para suas necessidades específicas, maximizando tanto a qualidade operacional quanto a produtividade.



## 6. Conclusão

Este artigo investigou o impacto da escolha da heurística construtiva (entre HPG e GRASP) na qualidade da solução final de abordagens híbridas que combinam heurísticas construtivas com o *Simulated Annealing* para o Problema de Sequenciamento de Tarefas de Manutenção em Máquinas Paralelas (PSTEEM). Os resultados demonstraram que a qualidade da solução inicial fornecida pela heurística construtiva tem um impacto significativo na capacidade do SA de encontrar soluções de alta qualidade e na eficiência computacional.

Especificamente, a abordagem GRASP+SA consistentemente alcançou *makespans* de melhor qualidade em comparação com a HPG+SA, evidenciando a eficácia da fase de construção gulosa-randomizada do GRASP em gerar soluções iniciais mais promissoras para o SA. Além disso, e de forma notável, o GRASP+SA também apresentou um tempo computacional mais baixo, especialmente para instâncias de maior complexidade. Este achado é de grande importância, pois indica que a superioridade do GRASP+SA se manifesta tanto na qualidade da solução quanto na eficiência computacional, tornando-o uma opção robusta para problemas de otimização em ambientes industriais.

As implicações deste estudo são significativas para o campo da otimização e para aplicações práticas em manutenção industrial. A demonstração da superioridade do GRASP+SA fornece diretrizes claras para o desenvolvimento de algoritmos mais eficazes para o PSTEEM e problemas similares. Estudos futuros poderiam explorar a aplicação dessas abordagens em diferentes cenários industriais, investigar a sensibilidade dos parâmetros do GRASP e do SA para otimizar ainda mais o desempenho, considerar a integração com outras meta-heurísticas para problemas de otimização ainda mais complexos e utilizar instâncias maiores para analisar melhor a significância real da diferença entre os tempos de execução.

## Referências

- Pinedo, M. L. (2016). *Scheduling: Theory, algorithms, and systems* (pp. 485–508). Springer International Publishing.
- Baker, K. R., & Trietsch, D. (2018). *Principles of sequencing and scheduling*. John Wiley & Sons.
- Glover, F. W., & Kochenberger, G. A. (Eds.). (2003). *Handbook of metaheuristics* (Vol. 57). Springer Science & Business Media.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598), 671–680.
- Glover, F. (1986). Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & Operations Research*, 13(5), 533–549.
- Lourenço, H. R., Martin, O., & Stützle, T. (2007). Iterated local search. In *Handbook of Metaheuristics* (pp. 321–353). Springer.
- Feo, T. A., & Resende, M. G. C. (1995). A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. *Operations Research Letters*, 17(2), 67–71.
- Resende, M. G. C., & Ribeiro, C. C. (2003). GRASP: Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. In *Handbook of Metaheuristics* (pp. 219–249). Springer.

- Guimarães, R. S. S., Cavalcante, A. A. B., & Resende, M. G. C. (2020). A GRASP-Simulated Annealing approach applied to solve Multi-Objective Flexible Job Shop Scheduling Problem. In 2020 *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)* (pp. 1–8). IEEE. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9068118/>
- Al-Fawzan, A. S. M. (2009). Design and comparison of simulated annealing algorithm and greedy randomized adaptive search procedure (GRASP) to minimize the makespan in a flow shop scheduling problem. *Journal of Software Engineering and Applications*, 2(04), 215–221. <https://www.scirp.org/journal/paperinformation?paperid=2215>
- Delavar, M. R., Gholami, M. R., & Mousavi, S. M. (2016). Tabu search, genetic, GRASP, and simulated annealing algorithms for urban land-use allocation optimization. *Computers, Environment and Urban Systems*, 60, 10–21. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0198971516301521>
- Rodrigues, J. M. (2022). Aplicação de um modelo matemático para o sequenciamento de tarefas de manutenção em uma indústria de mineração de gnaiss. *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- Rodrigues, J. M. (2023). Simulated Annealing: Uma abordagem eficiente para problemas de sequenciamento de ordens de manutenção. *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- Siegel, S., & Castellan, N. J. (1988). *Nonparametric statistics for the behavioral sciences*. McGraw-Hill.
- Manoukian, E. B. (2022). *Mathematical nonparametric statistics*. Routledge.
- Talbi, E. G. (2009). *Metaheuristics: From design to implementation*. John Wiley & Sons.
- Xie, J., Li, X., Gao, L., & Gui, L. (2023). A hybrid genetic tabu search algorithm for distributed flexible job shop scheduling problems. *Journal of Manufacturing Systems*, 71, 82–94.